Статистика доплеровского смещения частоты радиоволн, отраженных от параболического ионосферного слоя

А.Г. Вологдин, Л.И. Приходько, И.А.Широков

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Факультет вычислительной математики и кибернетики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2 vologdin@phys.msu.ru, l.prikhodko@mail.ru, ishirokov@cs.msu.su

Рассмотрены флуктуации доплеровского смещения частоты радиоволн, отраженных от параболического ионосферного слоя, вызванные горизонтальным дрейфом случайных неоднородностей. Полученные аналитические выражения для дисперсий и функций корреляции на выходе из слоя численно проанализированы для различных условий ионосферного зондирования.

Doppler radio frequency shift fluctuations caused by horizontal drift of the random inhomogeneous` are considered. The radio waves in question are reflected from the parabolic layer of the ionosphere. The analytical expressions for the dispersions and the correlation functions are obtained. These expressions studied numerically for the various probing ionospheric conditions.

В приближении геометрической оптики доплеровское смещение частоты сигнала, распространяющегося в неоднородной среде, вызывается изменением во времени фазового пути. Поскольку фазовый путь в неоднородном слое ионосферы является функцией диэлектрической проницаемости и геометрии траектории луча (нормали к волновому фронту), наблюдаемое смещение частоты может быть обусловлено как изменением свойств среды вдоль траектории, так и изменением геометрического пути волны. Если не учитывать влияние геомагнитного поля, эффекты поглощения и кривизну ионосферы, для смещения частоты в приближении геометрической оптики получим [1]:

$$\Delta f = -\frac{f}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\sigma} \sqrt{\varepsilon(\vec{r}(\sigma))} d\sigma,$$

где $d\sigma$ - элемент длины траектории луча, $f \Box \Box$ рабочая частота.

Целью работы является аналитическое исследование и численный анализ флуктуаций доплеровского смещения частоты радиосигнала, отраженного от параболического ионосферного слоя, которые обусловлены горизонтальным дрейфом случайных неоднородностей.

Представим диэлектрическую проницаемость среды в виде суммы регулярной составляющей $\varepsilon_0 = \langle \varepsilon \rangle$, описывающей модель плоскослоистой ионосферы, и флуктуационной части $\varepsilon_1(x, y, z, \tau)$ с нулевым средним, и будем считать зависимость регулярной от времени медленной по сравнению с изменением неоднородностей ε_1 . Тогда, применяя метод возмущений, считая малым параметр σ_{ε} , для флуктуаций смещения частоты с использованием [1] имеем:

$$f_1 = -\frac{f}{c} \frac{1}{2} \int_{\sigma} \frac{\partial \varepsilon_1 / \partial \tau}{\sqrt{\varepsilon_0}} d\sigma \qquad (1)$$

В выражении (1) интегрирование ведется вдоль "невозмущенной" траектории луча. Выберем в качестве модели регулярного плоскослоистого слоя параболическую зависимость \mathcal{E}_0 от высоты *z*,

$$\varepsilon(z) = 1 - \frac{2}{p_0^2} \frac{z}{z_m} + \frac{1}{p_0^2} \left(\frac{z}{z_m}\right)^2, \quad 0 \le z \le 2z_m,$$

где $z_{\rm m}$ - высота максимума электронной концентрации $N_{\rm m}$ (полутолщина слоя), $p_0 = f/f_{\kappa p}$, $f_{\kappa p}$ - критическая частота.

Если плоскость распространения (x0z), а угол падения θ_0 , то после введения переменной $t = \pm \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \theta_9} / \cos \theta_0$, $t \in [-1,+1]$ (по аналогии с линейным слом [2]) для уравнения траектории луча в параболическом слое можно найти (в параметрической форме)

$$x(t) = x_{\theta x} + z_m t g \,\theta_0 p \ln\left(\sqrt{1 - p^2(1 - t^2) - pt} / 1 - p\right)$$

$$z(t) = z_m \left(1 - \sqrt{1 - p^2(1 - t^2)}\right)$$
(2)

Здесь $x_{\text{вх}}$ - точка входа луча в среду, $p = p_0 \cos \theta_0 = f / f_{MNY}$, f_{MNY} - максимальная применимая частота. Используя полученные соотношения, для флуктуационной составляющей фазового пути на выходе из ионосферного слоя, можно получить

$$\varphi_{1} = \frac{z_{m}p^{2}}{2\cos\theta_{0}} \int_{-1}^{+1} \frac{\varepsilon_{1}(x, y, z, \tau)}{\sqrt{1 - p^{2}(1 - t^{2})}} dt.$$

Тогда в соответствии с (1), (2), пространственно-временная функция корреляции доплеровского смещения частоты на выходе из параболического слоя имеет вид

$$\langle f_1(x_1, y_1, z = 0, \tau_1) f_2(x_2, y_2, z = 0, \tau_2) \rangle = B_f(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z = 0, \tau_2 - \tau_1) =$$

$$=\frac{f^{2}}{c^{2}}\frac{z_{m}^{2}p^{4}}{4\cos^{2}\theta_{0}}\int_{-1}^{1}\frac{dt_{1}}{\sqrt{1-p^{2}\left(1-t_{1}^{2}\right)}}\int_{-1}^{1}\frac{\partial^{2}B}{\partial\tau_{1}\partial\tau_{2}}\frac{dt_{2}}{\sqrt{1-p^{2}\left(1-t_{2}^{2}\right)}},$$
(3)

где *В* – пространственно-временная функция автокорреляции случайных неоднородностей диэлектрической проницаемости ионосферного слоя.

Рассмотрение проведем для случая, когда постоянна по высоте дисперсия абсолютной электронной концентрации $\langle N_1^2 \rangle = const$. Флуктуации диэлектрической проницаемости считаем статистически однородными. Временные изменения в функции корреляции диэлектрической проницаемости *B* учтем в рамках гипотезы о замороженной турбулентности, полагая при этом, что имеет место горизонтальный дрейф неоднородностей с постоянной скоростью *V*. Таким образом, будем считать, что

флуктуации доплеровского смещения частоты сигнала обусловлено движением неоднородностей. Если для функции пространственно-временной автокорреляции случайного поля диэлектрической проницаемости принять изомерность с гауссовой формой и характерным масштабом неоднородностей *a*, то при движении неоднородностей вдоль оси *x* (в плоскости падения) имеем

$$B(x, y, z, \tau) = \frac{\langle N_1^2 \rangle}{N_m^2} \frac{\cos^4 \theta_0}{p^4} \exp\left\{-\frac{(x - V\tau)^2 + y^2 + z^2}{a^2}\right\},\$$

тогда для функции автокорреляции доплеровского смещения частоты на выходе из слоя найдем

$$B_{f}^{(1)}(\rho,\eta,z=0) = M \frac{p^{2}}{2} \left(\frac{z_{m}}{a}\right)^{2} \exp\left\{-\frac{\eta^{2}}{a^{2}}\right\}_{-1}^{1} \frac{dt_{1}}{\sqrt{1-p^{2}\left(1-t_{1}^{2}\right)}} \times \frac{1}{\sqrt{1-p^{2}\left(1-t_{2}^{2}\right)}} \left(\frac{p}{a} + \frac{z_{m}}{a}f_{1}(t_{1},t_{2}) - \frac{\tau}{\tau_{0}}\right)^{2}}{\sqrt{1-p^{2}\left(1-t_{2}^{2}\right)}} \exp\left\{-\left[\left(\frac{\rho}{a} + \frac{z_{m}}{a}f_{1}(t_{1},t_{2}) - \frac{\tau}{\tau_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{z_{m}}{a}\right)^{2}f_{2}^{2}(t_{1},t_{2})\right]\right\} dt_{2}$$

Здесь введены следующие обозначения: $\rho = x_{ex2} - x_{ex1}$, $\eta = y_2 - y_1$, $\tau_0 = a/V$,

$$f_{1}(t_{t},t_{2}) = ptg \theta_{0} \ln \left[\left(\sqrt{1 - p^{2} \left(1 - t_{2}^{2}\right)} \right) \left(\sqrt{1 - p^{2} \left(1 - t_{1}^{2}\right)} \right)^{-1} \right],$$

$$f_{2}(t_{1},t_{2}) = \sqrt{1 - p^{2} \left(1 - t_{1}^{2}\right)} - \sqrt{1 - p^{2} \left(1 - t_{2}^{2}\right)},$$

а множитель, стоящий перед интегралом, определяется выражением

$$M = \left(V^2 / c^2 \right) f_{\mathcal{M}n\mathcal{H}}^2 \left(\left\langle N_1^2 \right\rangle / N_m^2 \right).$$

Аналогично, для функции автокорреляции доплеровского смещения частоты при движении неоднородностей поперек плоскости падения можно получить

$$B_{f}^{(2)}(\rho,\eta,z=0,\tau) = M \frac{p^{2}}{2} \left(\frac{z_{m}}{a}\right)^{2} \left[1 - 2\left(\frac{\eta}{a} - \frac{\tau}{\tau_{0}}\right)^{2}\right] \exp\left\{-\left(\frac{\eta}{a} - \frac{\tau}{\tau_{0}}\right)^{2}\right\} \times \\ \times \int_{-1}^{1} \frac{dt_{1}}{\sqrt{1 - p^{2}\left(1 - t_{1}^{2}\right)}} \times \\ \times \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1 - p^{2}\left(1 - t_{2}^{2}\right)}} \exp\left\{-\left(\frac{\rho}{a} + \frac{z_{m}}{a}f_{1}(t_{1}, t_{2})\right)^{2} - \left(\frac{z_{m}}{a}\right)^{2}f_{2}^{2}(t_{1}, t_{2})\right\} dt_{2}.$$
(5)

Численный анализ полученных решений для конкретных значений параметров p, θ_0 представлен на рисунках. На рис. 1 приведены зависимости дисперсий σ_f^2 доплеровского смещения частоты, нормированных на величину M, зависящую от скорости дрейфа

неоднородностей, критической частоты слоя и интенсивности электронной концентрации в максимуме слоя, от параметра *p* – отношения несущей частоты сигнала к максимальной применимой частоте. Сплошные кривые относятся к случаю нормального падения волны на слой, когда дисперсии, описываемые выражениями (4) и (5), совпадают, а кривые 1 и 2 соответствуют значениям $z_m/a = 20$; 10. Кривые 3 и 4 относятся к случаю наклонного падения при $\theta_0 = 20^0$ и движению неоднородностей поперек плоскости падения (кривая 3) и вдоль оси *x* (кривая 4). Значения указанных дисперсий для всех приведенных кривых увеличиваются при возрастании параметра *р* и достигают максимальной величины при *р* = 0,99. На рис. 2 указанные дисперсии представлены в зависимости от угла падения θ_0 при разных значениях параметра р, (сплошные кривые соответствуют движению неоднородностей в плоскости падения, пунктирные – поперек). При увеличении угла падения наблюдается спадание кривых, причем для сплошных кривых это спадание заметно круче. Для оценки величины σ_f^2 необходимо задать значения нормировочного множителя М для каждой радиотрассы и частоты. Если принять для известных по ионосферным данным $V \approx 300 M/ce\kappa$, $f_{\kappa p} = 6 M_{eq}$, $\langle N_1^2 \rangle / N_m^2 = 10^{-6}$, то для стандарта флуктуаций доплеровского смещения частоты при вертикальном зондировании и $z_m/a = 20$ имеем $\sigma_f \approx 0.19 \, cy$, что согласуются с измеряемыми данными.



от.параметра р.

от угла падения θ_0 .

На рис.3 представлена структура пространственных коэффициентов автокорреляции флуктуаций доплеровского смещения частоты для случая, когда точки наблюдения разнесены по оси х в плоскости падения. Сплошные кривые относятся к движению неоднородностей по оси х, пунктирные – к движению по оси у (перпендикулярно плоскости падения). Все кривые построены при значениях параметров р = 0.9. $z_m/a = 10$. Как видно, при движении неоднородностей вдоль оси *x* коэффициенты автокорреляции наряду с положительными значениями принимают отрицательные, а затем плавно стремятся к нулю при увеличении расстояния между точками наблюдения, при этом их пространственная структура слабо зависит от угла падения (кривые 1, 2, 3 относятся к углам падения $\theta_0 = 0$; 10^0 ; 20^0). Если точки наблюдения разнесены по оси *y*, то пространственный коэффициент автокорреляции определяется коэффициентом корреляции диэлектрической проницаемости, то есть гауссоидой с шириной *a*. При движении неоднородностей поперек плоскости падения структура пространственных коэффициентов автокорреляции иная: монотонное спадание кривых при увеличении расстояния между точками наблюдения, причем с возрастанием угла падения это спадание более медленное. В этом случае пространственный коэффициент автокорреляции вдоль оси *y* определяется функцией $(1-2\eta^2/a^2)\exp\{-\eta^2/a^2\}$: монотонно спадает до нуля в точке $\eta = a/\sqrt{2}$, а затем плавно стремится к нулю со стороны отрицательных значений.



Рис.3. Структура пространственных коэффициентов корреляции при различных направлениях скорости дрейфа неоднородностей

Различие в структуре коэффициентов корреляции в плоскости падения и перпендикулярно ей, свидетельствует об анизотропии флуктуаций доплеровского смещения частоты при рассеянии на изотропных неоднородностях в параболическом случайно-неоднородном слое. Интенсивность флуктуаций доплеровского смещения частоты больше при движении неоднородностей в направлении, перпендикулярном плоскости падения.

Литература

1.Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч.П. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 2.Вологдин А.Г., Приходько Л.И., Широков И.А. // РЭ. 2010. Т 55. № 8. С. 930□935.