

## Расширение возможностей использования М-последовательности в РСА

А.И. Кудря, Е.Ф. Толстов, В.Н. Четверик

ГУП НПП «Спутр», Москва, Зеленоград, 4-й западный проезд, д.8, E-mail:titovmp@mail.ru

*В статье рассматриваются свойства М-последовательности (МП) как модулирующего сигнала РСА. Показано, что среди обширного набора достоинств зондирующих МП радиосигналов имеются варианты, удовлетворяющие самым строгим требованиям специалистов. Сделан вывод о том, что дальнейшие исследования в этой области желательны и могут заметно расширить возможности использования МП в РСА.*

*The behavior of M-sequence as SAR sounding signal modulation code is considered in this paper. There are some variants of wide variety of available radar sounding signal modulation modes based on M-sequences shown to satisfy the strongest requirements of specialists. The conclusion is made about the necessity of further investigations in this scope to expand the facilities of M-sequence radar signal utilization for SAR applications.*

Известно, что МП в своё время [1] была успешно использована при радиолокационном зондировании Венеры, но в последнее время среди специалистов по радиолокации ведётся осторожная дискуссия относительно свойств МП, используемых в РСА. Причинами дискуссии стал выбор зондирующего сигнала, промодулированного сигналом в виде М-последовательности [3–9], в ходе разработок перспективной космической РСА. Многие авторы публикаций по этому вопросу считают наиболее подходящим вариантом для РСА линейно частотно модулированный (ЛЧМ) зондирующий сигнал [10]. Совершенно очевидно, что ЛЧМ сигнал обладает рядом замечательных свойств, которые особенно хороши именно при синтезировании апертуры антенны. Впрочем, и фазокодированный (ФКМ) сигнал показал себя вполне достойно, в первую очередь при синтезировании апертуры антенны в многофункциональных бортовых РЛС [11]. Вместе с тем часто в космических РСА возникают ситуации, когда не удаётся обеспечить однозначность отражённого сигнала по дальности путём выбора частоты повторения. В этом случае выходом из положения мог бы быть зондирующий сигнал, в котором в качестве модулирующего выбрана МП, содержащая набор взаимно ортогональных функций [3–9]. Однако для обоснованного выбора зондирующего сигнала требуется глубокое понимание свойств радиолокационных изображений (РЛИ), сформированных в РСА при различных видах зондирующих сигналов. Следует признать, что наше понимание о РЛИ, сформированных при ЛЧМ сигнале, заметно богаче, чем при модуляции зондирующего сигнала МП. Отметим также усиливающуюся активность и зарубежных специалистов в этом вопросе [12–14]. Цель данной статьи – сделать очередной шаг в исследованиях свойств МП, позволяющий расширить понимание о возможностях их использования в РСА. Материалы носят предварительный характер, поскольку исследования МП в приложении к РСА, можно сказать, только начинаются. И, следовательно, статья не может дать ответы на все вопросы, возникшие при исследовании МП.

Главными недостатками М-последовательности как модулирующего сигнала РСА, как показывают теория и опыт [10], считаются:

- большой уровень максимального бокового лепестка по дальности, особенно для коротких МП;
- недостаточно эффективное подавление неоднозначности по дальности;
- сильные искажения радиосигнала в приёмо-передающем тракте из-за ограничения ширины полосы пропускания;

– большой интегральный уровень боковых лепестков в РЛИ.

Рассмотрим параметры и свойства МП, которые далее будем иметь в виду при исследовании характеристик самой РСА. Учтём, что обычно МП формируется специальным сдвиговым регистром-генератором с надлежащими параметрами [7].

Основными параметрами МП как модулирующего сигнала РСА можно считать:

1) Длительность  $\tau$  элементарного символа кодовой последовательности (величина  $\tau$  является обратной к тактовой частоте кода  $f_t$ ).

2) Период повторения МП  $T$ , связанный с частотой повторения  $F$  соотношением:

$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\tau}.$$

3) База  $N$  МП или число элементарных символов в ее периоде:

$$N = T/\tau = T \cdot f_t.$$

Для МП максимальной длины величина базы  $N$  связана с числом разрядов  $K$  формирующего МП регистра-генератора следующим соотношением [7]:

$$N = 2^K - 1.$$

Из последнего соотношения следует, что число  $N$  всегда нечетное.

4) Число генерирующих полиномов [7]

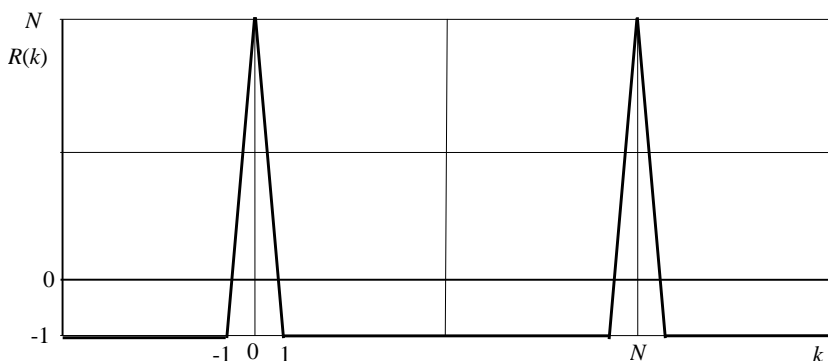
$$Q = \frac{\varphi(2^K - 1)}{K},$$

где  $K$  – число разрядов в сдвигающем регистре генератора, формирующего МП;  $\varphi(A)$  – функция Эйлера (количество чисел в ряду  $1, 2, \dots, A-1$ , взаимно простых с числом  $A$ ).

МП обладают следующими основными свойствами [3–9], которые можно использовать при выборе зондирующего сигнала РСА:

1) МП является периодической с периодом, состоящим из  $N$  импульсов (символов). Один период МП содержит  $(N+1)/2$  «единиц» и  $(N-1)/2$  «нулей». В последовательности содержатся все возможные комбинации из  $K$  двоичных символов, кроме комбинации, состоящей из одних нулей. Это свойство обусловило название МП как последовательностей максимальной длины. Любые две группы, состоящие из равного числа идущих подряд символов, взятые из одной МП, будут несовпадающими. Кроме того, порядок следования комбинаций будет различным для различных последовательностей, порождённых отличающимися генерирующими полиномами. Это как раз определяет случайный характер МП, поэтому они относятся к классу псевдослучайных последовательностей. В одном периоде МП содержится  $(N+1)/2$  блоков, т.е. групп одинаковых элементов. Например, в последовательности 0010111 содержатся 4 блока: 00, 1, 0, 111. Такое число блоков приближает МП к оптимальным последовательностям, которые имеют малые значения максимальных боковых выбросов автокорреляционной функции. Для оптимальных кодов число блоков должно быть равным  $N/2$  [4].

2) Для периодической МП автокорреляционная функция (АКФ) является также периодической и имеет вид, показанный на рис. 1. Эта АКФ является двухуровневой:  $R(\tau = 0) = N$ ,  $R(\tau \neq 0) = -1$ . Значение  $R(\tau \neq 0) = -1$  является минимальным для длины  $N = 2^K - 1$  при любом  $K$ , что и определяет оптимальность МП. Разница между главным выбросом АКФ и ее боковыми выбросами при увеличении  $N$  возрастает, и при  $N \rightarrow \infty$  АКФ МП приближается к дельта-функции, которая характеризует АКФ белого шума.

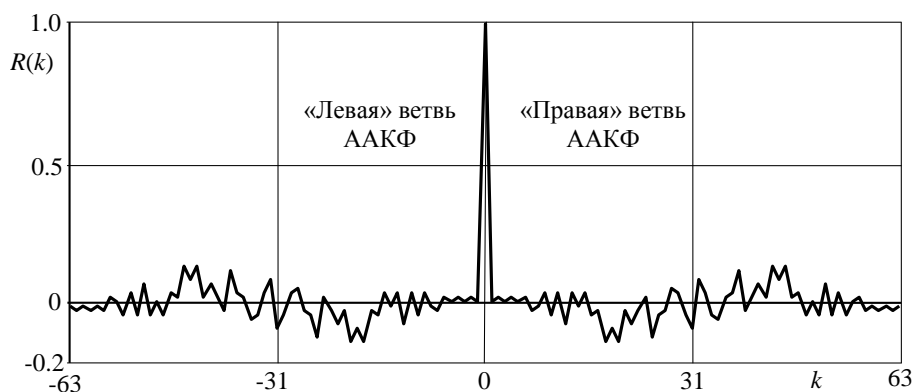


**Рис. 1. Автокорреляционная функция периодической МП ( $k$  - дискретный параметр сдвига)**

В радиолокаторах с синтезированной апертурой используются непериодические МП. Эти коды применяются для внутриимпульсной фазовой модуляции зондирующего сигнала РСА, причём один зондирующий импульс вмещает в себя только один период МП. Поэтому в дальнейшем исследованию будут подвергнуты только «усечённые» МП и аperiodические корреляционные функции.

3) Автокорреляционная функция аperiodической (или «усечённой») МП (ААКФ), под которой понимается последовательность длиной в один период, является также аperiodической и чётной (симметричной).

Для примера на рис. 2 показана полномасштабная нормированная ААКФ МП с базой 63 (полином № 5, последовательность преобразована в центрированную относительно нуля, где символы «1» заменены на «+1», символы «0» заменены на «-1»). Свойство чётности ААКФ позволяет вычислять и подвергать статистическому анализу только одну ветвь, что ускоряет процесс вычислений. Следует отметить, что ААКФ сигнала без постоянной составляющей также не имеет постоянной составляющей – арифметическая сумма всех её лепестков (главного и боковых) равна нулю.



**Рис. 2. Аperiodическая автокорреляционная функция 63-элементной МП**

Максимальное и среднеквадратическое значения боковых лепестков ААКФ МП оцениваются следующими значениями соответственно [5]:  $1/\sqrt{N}$  и  $0,4/\sqrt{N}$ . С увеличением числа элементов МП (т.е. с увеличением её базы  $N$ ) величина боковых лепестков уменьшается. Максимальная величина бокового лепестка ААКФ последовательности на рис. 2 составляет 0,127, т.е. минус 17,9 дБ, что хорошо согласуется с вышеприведённой оценкой.

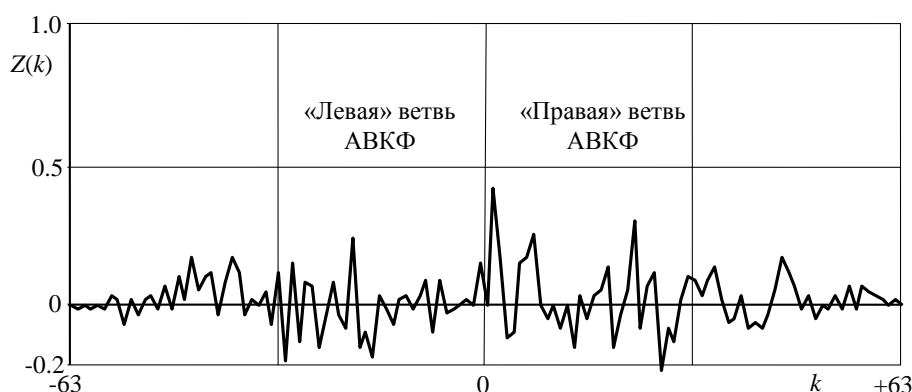
4) Взаимнокорреляционная функция пары аperiodических («усечённых») МП также является аperiodической.

Расчёт взаимнокорреляционных функций в задачах радиолокации проводится для учёта помех, возникающих при частичном наложении откликов смежных зондирующих импульсов в стробе приёмника. Чем меньше коэффициент взаимной корреляции, тем меньше будет уровень паразитного сигнала, возникающего от этого эффекта.

В качестве примера на рис. 3 показана аperiodическая взаимнокорреляционная функция (АВКФ) пары МП с базой 63 и номерами полиномов 5 и 6 (исходные состояния генерирующих регистров обеих последовательностей одинаковы и равны «11111»). Из рисунка следует, что АВКФ не обладает свойством симметрии. По этой причине необходимо подвергать статистическому анализу обе её ветви.

АВКФ сигнала без постоянной составляющей также не имеет постоянной составляющей – арифметическая сумма всех её лепестков равна нулю. Оценка максимального значения боковых лепестков АВКФ МП составляет [5,6]:  $(2...5)/\sqrt{N}$ , а среднеквадратического значения  $0,73/\sqrt{N}$ .

5) ААКФ и АВКФ исходной МП и её инвертированной копии (т.е. копии, в которой все единицы заменены на нули, а нули на единицы) имеют ряд интересных свойств. В частности, расчёты показали, что если исходные МП со всеми номерами генерирующих полиномов инвертировать (т.е. заменить +1 на -1 и наоборот), то вид ААКФ и АВКФ, вычисленных для таких последовательностей, и численные значения их параметров не изменяются.



**Рис. 3. Аperiodическая взаимнокорреляционная функция  $Z(k)$  пары 63-элементных МП с полиномами № 5 и № 6**

В результате анализа 378 автокорреляционных функций 63-элементных МП и 2286 автокорреляционных функций 127-элементных МП показано, что перебор всех возможных начальных состояний регистра-генератора вызывает изменение относительного уровня максимальных боковых лепестков не более, чем на  $\pm 3$  дБ, и изменение относительного среднеквадратического уровня боковых лепестков не более чем на  $\pm 2,2$  дБ относительно среднего значения минус 26 дБ для МП с базой 63 и не более чем на  $\pm 1,3$  дБ относительно среднего значения минус 29 дБ для МП с базой 127. Так что при статистических расчётах можно не анализировать все варианты начальных состояний регистра-генератора. В проектируемых в настоящее время радиолокаторах с синтезированной апертурой используются ансамбли *составных* или *блочных* МП. Для таких РСА имеют значение лишь среднеквадратические уровни боковых лепестков, влияние на величину которых начальных состояний регистра-генератора, как показано

выше, не велико. Кроме того, при дальнейшем увеличении базы МП разброс среднеквадратических значений боковых лепестков регулярно уменьшается.

Разнополярный характер зависимости величины боковых выбросов в одной из выбранных позиций сдвига  $k$  от номера начального кода регистра-генератора МП позволяет путём суммирования нескольких МП с одинаковой базой и одинаковыми номерами генерирующих полиномов, но с разными начальными кодами исходного состояния регистра-генератора, можно получить усреднение боковых лепестков ААКФ, что и использовать для улучшения корреляционных свойств ансамблей МП (коды с инверсией).

Введём следующую классификацию по отношению к ансамблям кодов МП:

1) **Составной код** М-последовательности – ансамбль сигналов, включающий в себя группу всех или выбранных М-последовательностей заданной базы, образованных генерирующими полиномами с несовпадающими номерами.

2) **Сдвиговой код** М-последовательности – ансамбль сигналов, образованных одним генерирующим полиномом с переменной кодов начальных состояний.

3) **Блочный код** М-последовательностей – ансамбль сигналов из МП с одинаковой базой, но с разными значениями двух или трёх параметров (начальными кодами установки регистра-генератора, номерами генерирующих полиномов и переменной инверсией).

Смысл использования составных МП состоит в том, что боковые лепестки ААКФ отдельных МП, порождённых разными полиномами, являются статистически независимыми и при когерентной обработке группы отражённых радиоимпульсов, модулированных МП с различными полиномами, боковые лепестки ААКФ отдельных импульсов складываются арифметически и усредняются. Вследствие этого боковые лепестки ААКФ их суммы будут существенно меньше, чем у ААКФ последовательности радиоимпульсов с одной и той же модулирующей МП.

Ожидаемую величину уменьшения боковых лепестков можно оценить следующим образом. Среднеквадратический относительный уровень боковых лепестков автокорреляционной функции одиночной («усечённой») МП оценивается по формуле:

$$\sigma_1 = \frac{0,4}{\sqrt{N}}.$$

Ожидаемый среднеквадратический относительный уровень боковых лепестков автокорреляционной функции составной МП с числом полиномов  $P$  можно оценить с помощью соотношения:

$$\sigma_Q = \frac{0,4}{\sqrt{NP}}.$$

Так что ожидаемый выигрыш при использовании составной МП равен корню квадратному из числа использованных полиномов.

Однако нужно учитывать, что половина из полного ансамбля МП получается из другой половины путем зеркального отображения. Автокорреляционные функции зеркальных кодовых сигналов весьма схожи и картины их боковых лепестков на временной оси частично совпадают. Поэтому суммирование АКФ пар зеркальных кодовых сигналов не приводит к ожидаемому уменьшению относительного среднеквадратического уровня боковых лепестков и в этой формуле коэффициент в числителе будет больше, чем 0,4.

Следует отметить, что снижение уровня боковых лепестков происходит только в пределах одной группы составной МП, использующей весь имеющийся ансамбль разных полиномов. Включение в состав дополнительных групп с тем же набором полиномов и с теми же исходными состояниями регистра-генератора не даёт дополнительного эффекта уменьшения боковых выбросов ААКФ составной МП,

происходит только прирост отношения сигнал/шум за счёт увеличения полной энергии когерентно накапливаемого сигнала. Для дальнейшего снижения боковых лепестков ААКФ при добавлении новых групп необходимо в этих группах изменять коды начального состояния регистра-генератора.

Интересны свойства сдвиговых МП. Из анализа данных можно сделать следующие выводы:

1) Форма суммарной аperiodической автокорреляционной функции сдвиговой МП (с максимальным числом разных МП, равным базе) является практически идеальной и весьма похожа на форму периодической автокорреляционной функции МП с той же базой (рис. 1). Форма и параметры суммарной ААКФ сдвиговой МП не зависят от номера генерирующего полинома.

2) Величины выигрыша по уровням боковых лепестков для групповых МП по отношению к одиночным МП являются весьма значительными. При уменьшении объёма группы выигрыш по параметрам боковых лепестков снижается, но остаётся существенным. С увеличением базы МП величина выигрыша возрастает примерно пропорционально значению базы.

3) Если число когерентно обрабатываемых зондирующих импульсов превышает значение базы МП, то увеличение объёма пачки производится за счёт повторения максимально возможного числа полных групп сдвинутых МП и затем добавление к ним неполной группы. При этом корреляционные свойства всей пачки будут определяться корреляционными свойствами одной полной группы. Дополнительного улучшения корреляционных свойств при наращивании объёма пачки сверх значения базы МП не происходит.

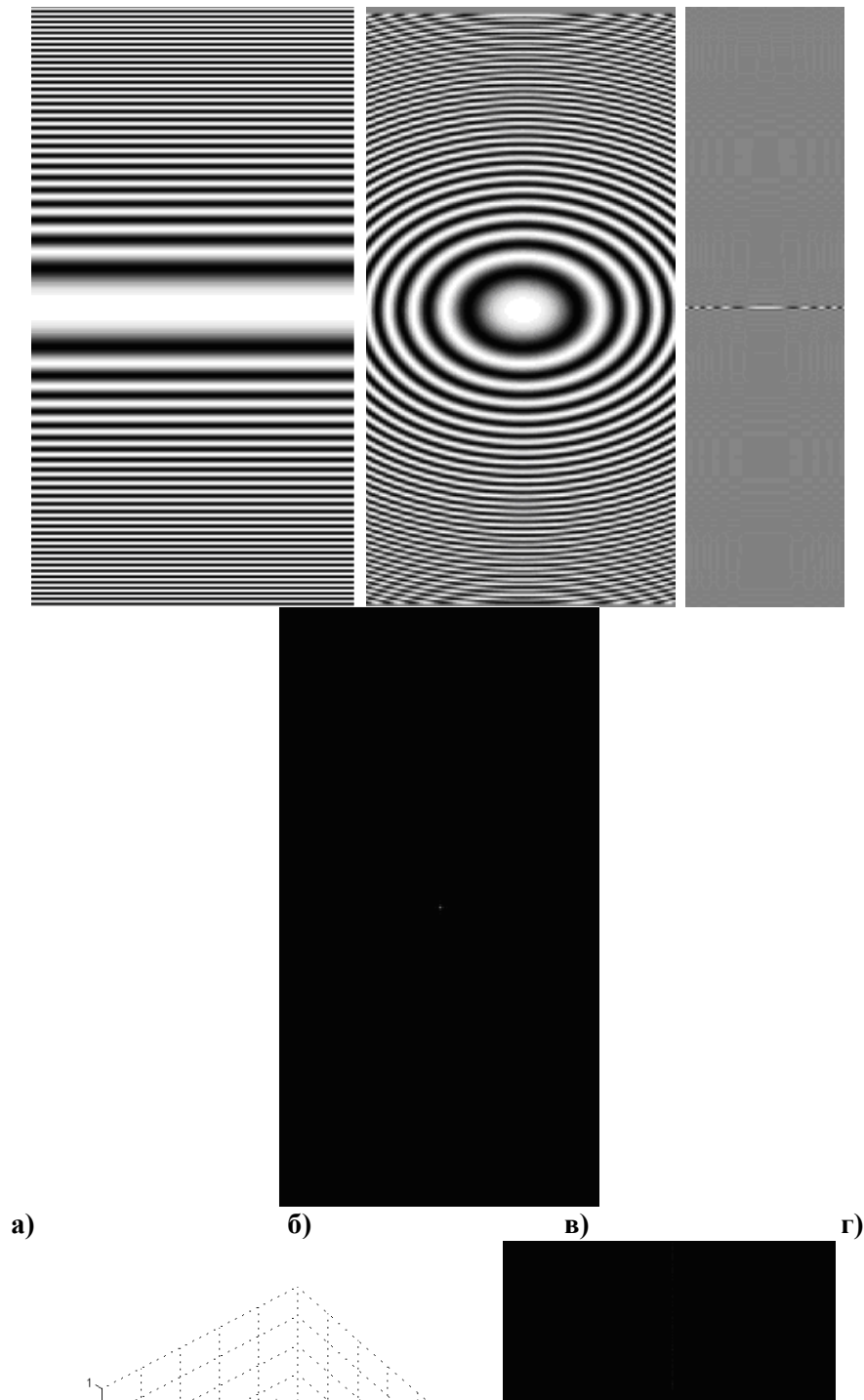
4) Взаимнокорреляционные функции сдвиговых МП интереса не представляют. В силу того, что все представители группы есть одна и та же циклически сдвинутая МП, АВКФ любой смежной пары будет иметь высокий пик, практически равный по величине основному лепестку ААКФ, сдвинутый относительно центра на 1 символ. Иначе говоря, сдвиговые МП не обеспечивают подавления паразитных сигналов от смежных зондирующих импульсов и прямое использование их в РСА целесообразно лишь в случаях, когда задача такого рода селекции осуществляется иными методами.

Подводя итоги по рассмотрению составных и сдвиговых кодов МП, можно сказать, что составные коды позволяют улучшить, в первую очередь, АВКФ, а сдвиговые – ААКФ. Одновременное улучшение и тех, и других возможно при использовании блочных кодов.

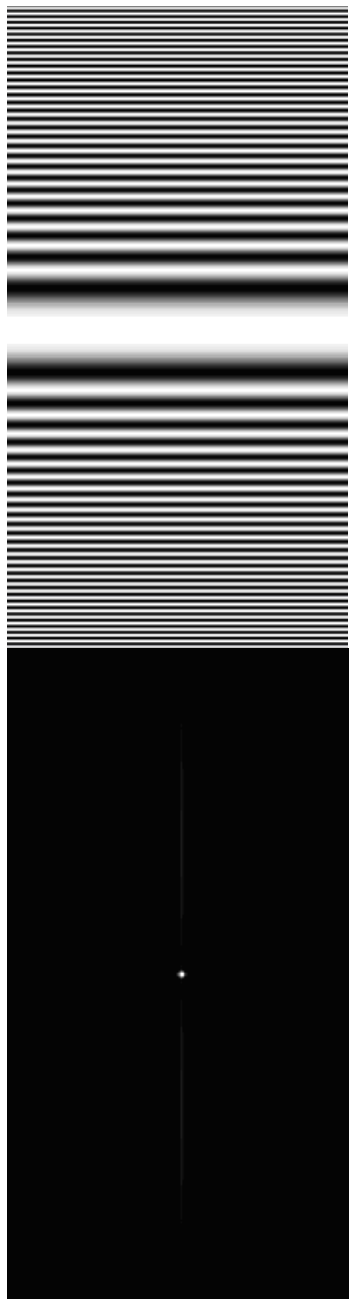
Ниже представлены некоторые результаты моделирования работы РСА при нескольких вариантах формирования последовательности зондирующих импульсов на интервале синтезирования. В начале показа вводятся хорошо известные случаи при ЛЧМ зондирующем сигнале, что позволяет сравнить результаты формирования радиолокационных изображений (РЛИ) в разных условиях. Во всех случаях рассматривается телескопический обзор при обработке сигналов способом гармонического анализа [15].

Рис. 4–6 иллюстрируют процесс формирования РЛИ одиночной точечной цели (ОТЦ) при ЛЧМ зондирующем сигнале без весовой функции (равномерная весовая функция – РВФ) при обработке (рис. 4), то же при весовой функции Ханна (рис. 5) и ФКМ зондирующем сигнале, промодулированном МП ( $N=255$ , рис. 6). На рис. 4 в первом ряду показаны последовательность зондирующих импульсов (а), радиоголограмма (б), результат сжатия по дальности (в) и яркостное изображение ОТЦ (г), которое будем называть сигнальной функцией (СФ). Далее яркостное РЛИ ОТЦ не используется, поскольку оно в данном случае не информативно. Во втором ряду показаны: нормированная СФ (д) и знаменитые «кресты» – сигналы РЛИ на уровне

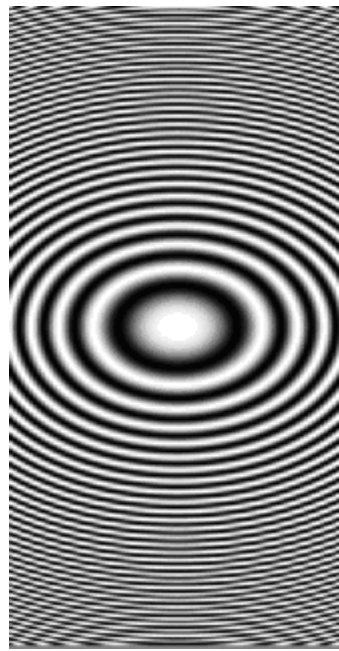
минус 30 дБ без увеличения (е) и с увеличением (ж) (кресты – набор боковых лепестков при максимальном их значении примерно минус 13 дБ).



Известно, что для подавления боковых лепестков при ЛЧМ зондирующем сигнале используется весовая функция (см. рис.5) [15]. В данном случае была использована весовая функция Ханна, поскольку она позволяет получить уровень максимального бокового лепестка примерно минус 32 дБ при обычно задаваемом минус 30 дБ. В отличие от рис. 4 в первом ряду вместо РЛИ (рис. 4,г) показано сечение на уровне минус 30 дБ, а во втором – укрупнённое РЛИ (е) и нормированная СФ (ж, дБ).

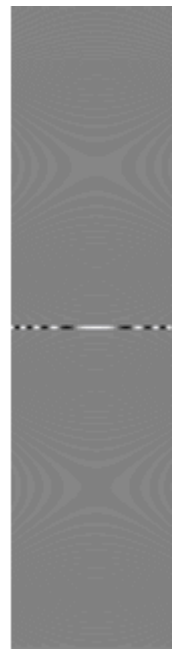


а)



б)

в)



г)

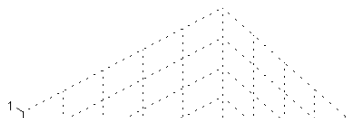
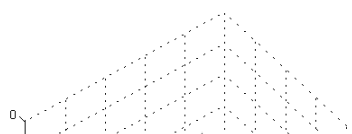
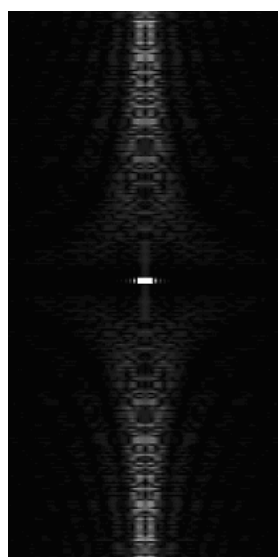
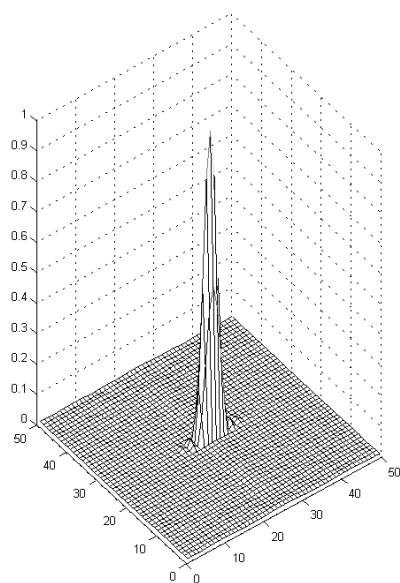
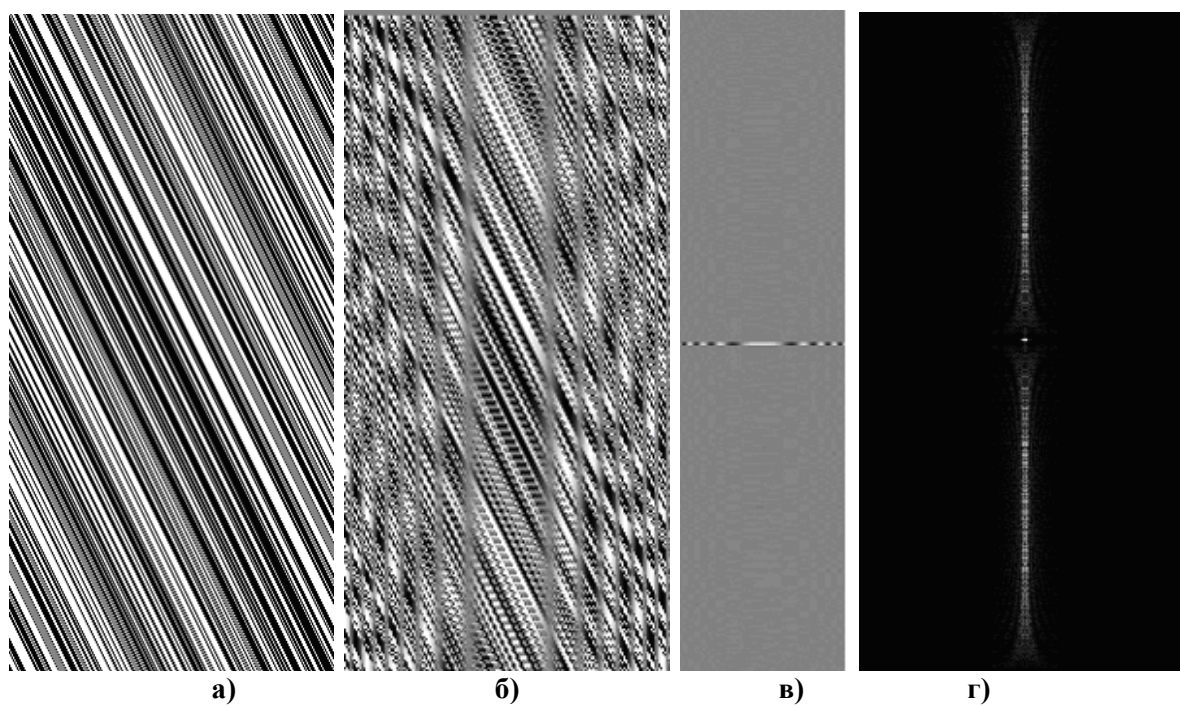
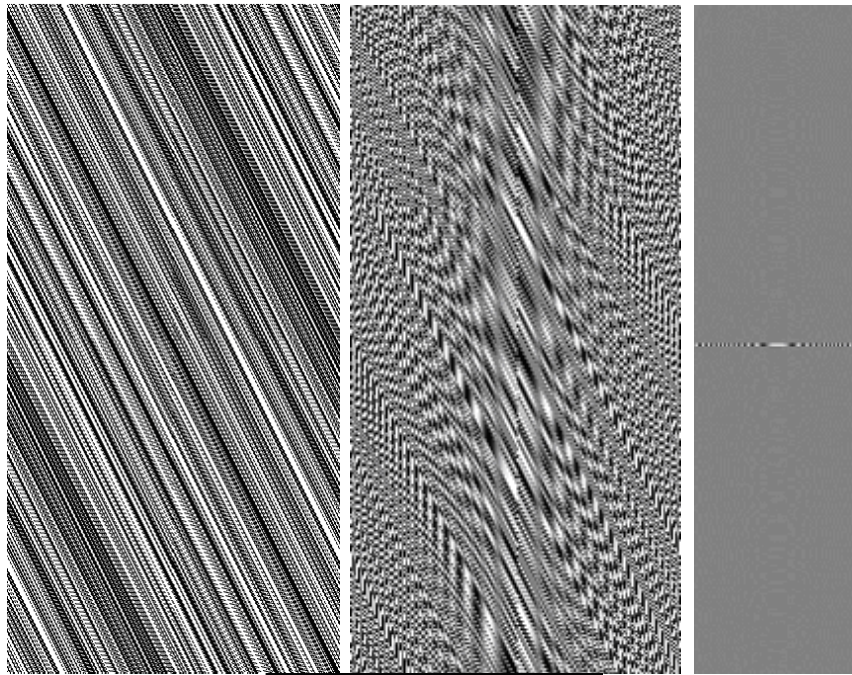


Рис. 6 иллюстрирует процесс формирования РЛИ в случае использования МП. Содержание составляющих рисунка те же, что и на рис. 5. Видно, что характер боковых лепестков изменился: лепестки «размазаны» по РЛИ. Однако и при использовании ВФ Ханна сосредоточенные боковые лепестки вблизи главного хорошо видны. Сказать, что РЛИ на рис. 5 лучше, чем на рис. 6, едва ли справедливо.





На рис.7 показана аналогичная рис. 5 и 6 картина, только использована МП при  $N = 511$ . При этом средний уровень боковых лепестков понизился примерно на 3 дБ. Качество РЛИ заметно улучшилось. И становится ясно, что при увеличении базы МП можно добиться любого требуемого уровня боковых лепестков.



а)

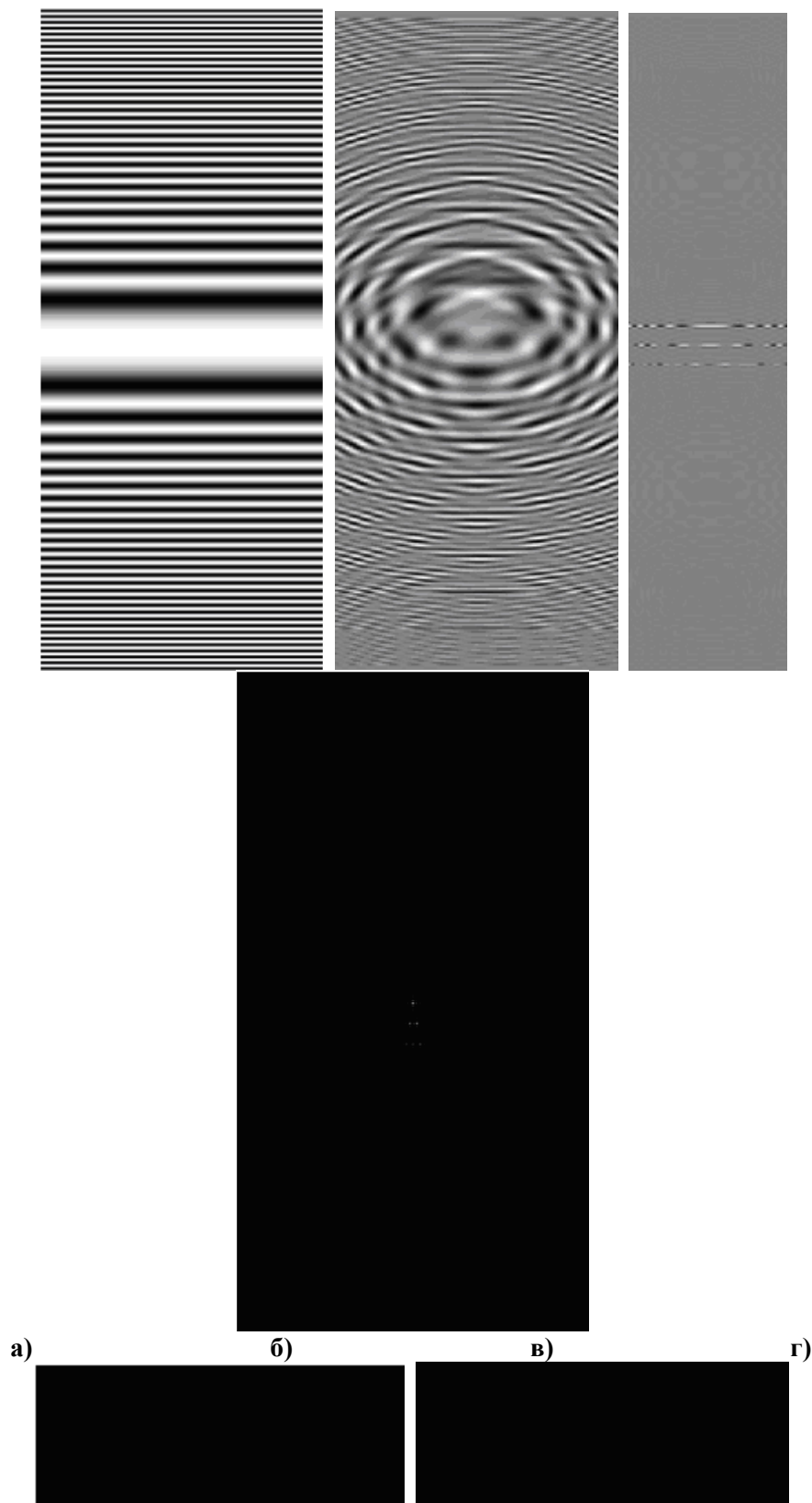
б)

в)

г)



РЛИ шести ОТЦ, разнесенных по азимуту и дальности, показаны на рис. 8. Первый ряд изображений на рис. 8 аналогичен предыдущим. Во втором ряду показаны РЛИ для ЛЧМ зондирующего сигнала, когда не используется ВФ (д), при ВФ Ханна (е), а также в случае использования МП ( $N = 255$ ). Динамический диапазон ЭПО ОТЦ примерно 20 дБ. Видно, что в первом РЛИ боковые лепестки можно перепутать с другими отметками ОТЦ. Поэтому обработка ЛЧМ сигнала без ВФ в большинстве приложений неприемлема.



На рис. 9 показаны картины, когда используется составной код МП при  $N = 255$ . Нет необходимости пояснять каждый подрисунок: их можно узнать по виду. Поскольку независимых полиномов в этом случае всего 16, а число периодов на интервале синтезирования 255, код приходится повторять, что вызывает нежелательное явление – появление дополнительных боковых лепестков по азимуту.

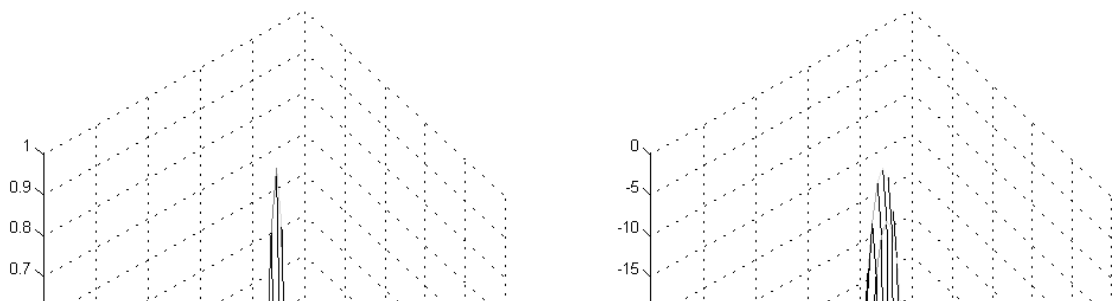
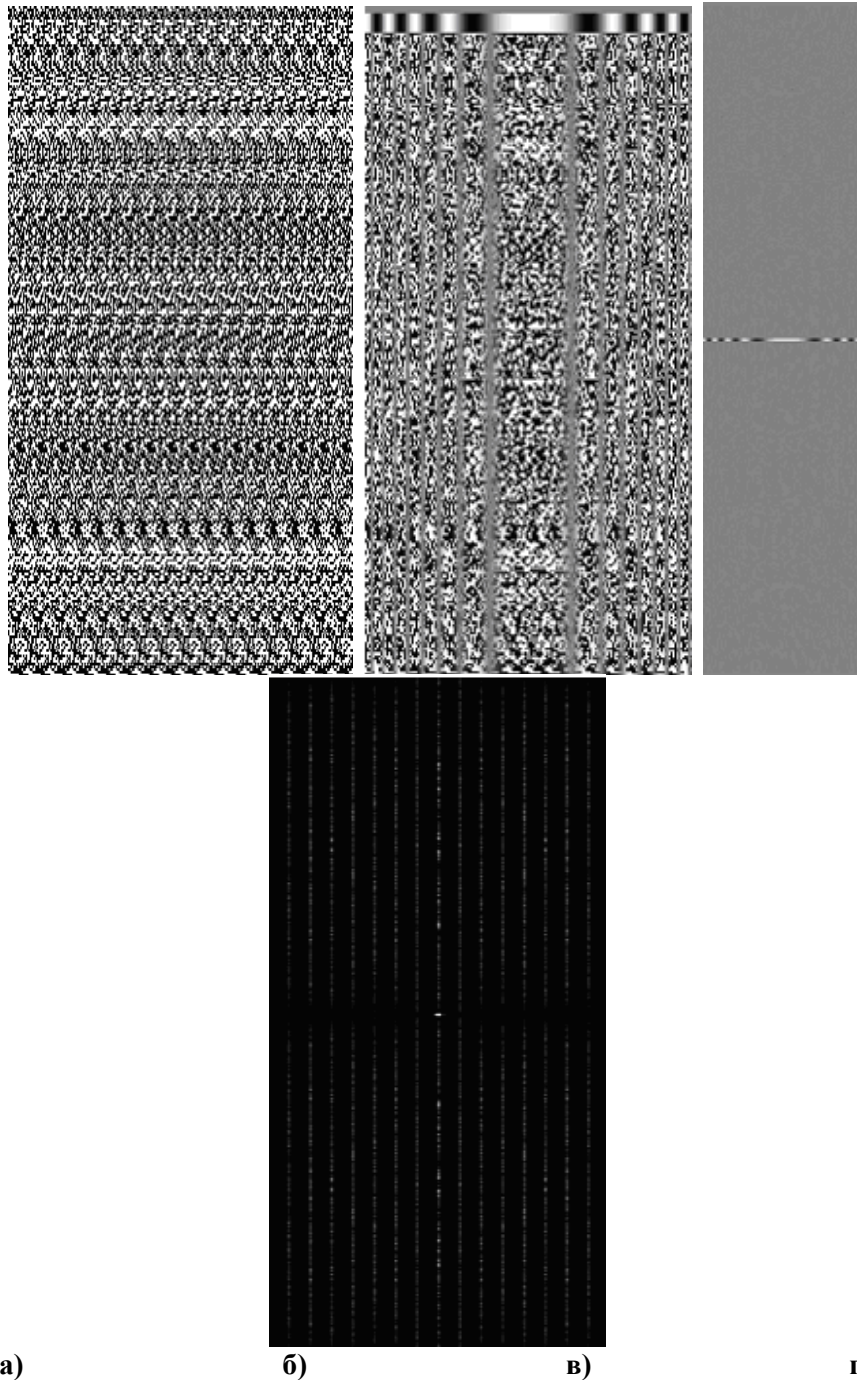
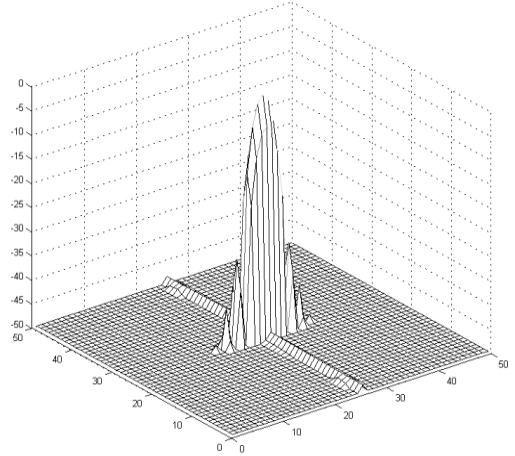
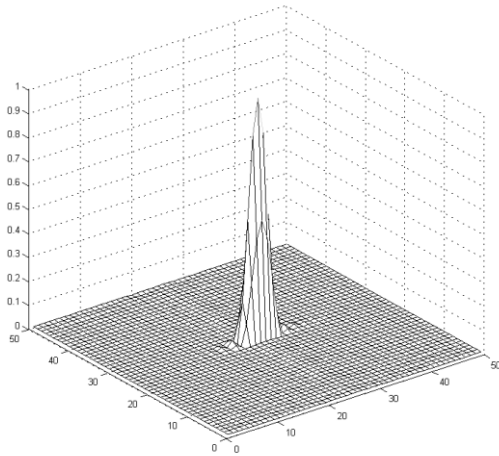
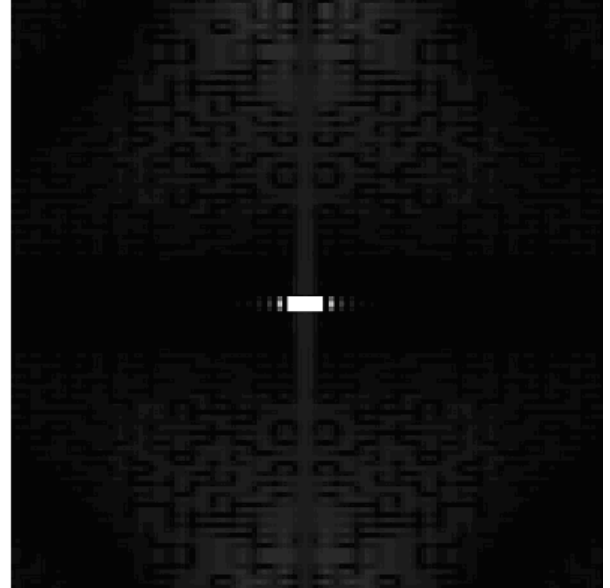
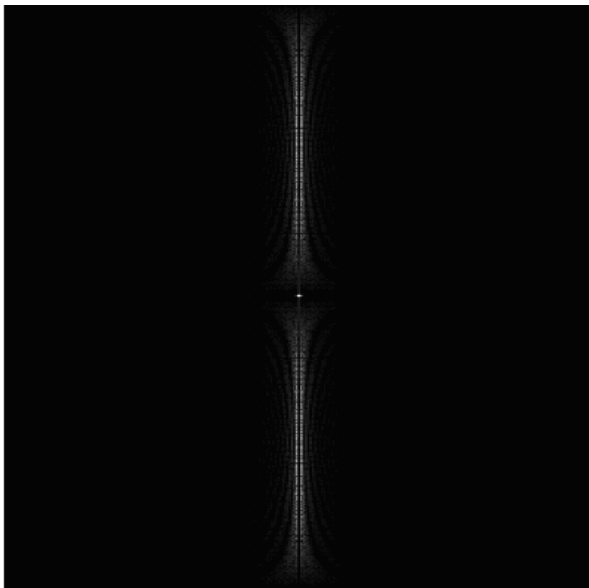
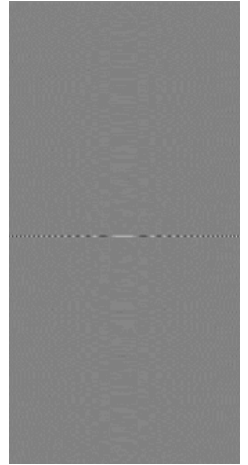
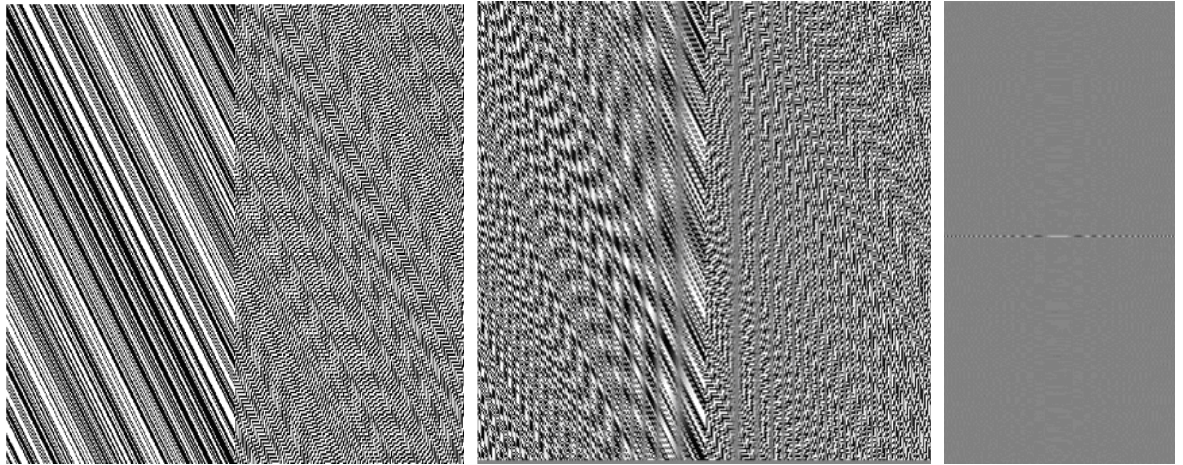


Рис. 10 даёт представление о формировании РЛИ ОТЦ при использовании блочных кодов с инверсией МП при  $N = 255$ .



**Рис. 10. Формирование РЛИ при сдвинутых МП с переменной инверсией (блочный код)**

В заключение не хотелось бы делать глобальных выводов. Мы ограничиваемся тем, что представляется совершенно ясным:

1. Область МП огромна и разнообразна. Путём подбора соответствующих свойств МП можно добиться удовлетворительного результата в большинстве случаев работы РСА.

2. Требуется дальнейшее тщательное изучение свойств МП, что позволит оптимизировать выбор МП для решения любой прикладной задачи.

### **Литература**

1. Ржига О.Н. Новая эпоха в исследовании Венеры (Радиолокационная съемка с помощью космических аппаратов «Венера-15» и «Венера-16») // Новое в жизни, науке, технике / Подписная научно-популярная серия: Космонавтика, астрономия. – М.: Изд-во «Знание», 1988. – № 3.
2. Перминов В. Первые радиолокационные карты Венеры // Новости космонавтики, 2004, № 9.
3. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970.
4. Варакин Л.Е. Теория систем сигналов. – М.: Сов. радио, 1978.
5. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985.
6. Пестряков В.Б. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. – М.: Сов. радио, 1971.
7. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. – М.: Советское радио, 1971.
8. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы. – М.: Советское радио, 1975.
9. Бессарабова А.А., Венедиктов М.Д., Ледовских В.И. МП и их свойства: Учебное пособие «Разделение каналов по форме в широкополосных системах передачи информации». – Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2006.
10. Внотченко С.Л., Коваленко А.И., Риман В.В., Теличев А.В., Чернышов В.С., Шишанов А.В. Системные принципы реализации широкозахватного космического радиолокатора с синтезированной апертурой «Северянин-М» // Радиолокация и радиосвязь / IV Всероссийская научно-техническая конференция. ИРЭ РАН. 29.11–03.12.2010. – М.: ИРЭ РАН, 2010. – Электронный сборник докладов.
11. Карпов О.А., Луканидин А.М., Нечаев В.М., Овчинников А.А., Орлов М.С., Толстов Е.Ф., Яковлев А.М. Экспериментальная проверка алгоритмов межпериодного расширения спектра в РСА // В кн. «Цифровая обработка сигналов в РСА» / Под ред. Е.Ф. Толстова. – Смоленск: Изд. ВА ВПВО ВС РФ, 2005.
12. Hounam D., Mittermayer J. Techniques for Reducing SAR Antenna Size // EUSAR 2006 / Microwaves and Radar Institute German Aerospace Center (DLR), Oberpfaffenhofen, Germany.
13. Gabriel Castellanos Alfonzo, Matthias Jirousek, Markus Peichl . Orthogonal Waveform Experiments with a Highly Digitized Radar. German Aerospace Center (DLR), Microwaves and Radar Institute, Oberpfaffenhofen, Germany, EUSAR 2012.
14. Vishal Riché, Stéphane Méric, Éric Pottier. Range Ambiguity Suppression in an OFDM SAR Configuration // Institut d'Électronique et des Télécommunications de Rennes, Université de Rennes 1, France, EUSAR 2012.
15. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / В.Н. Антипов, В.Т. Горяинов, А.Н. Кулин и др.; Под ред. В.Т. Горяинова. – М.: Радио и связь, 1988.