

Искажения сверхкоротких электромагнитных импульсов при распространении в средах с дисперсией

Н.С. Гасанов А.Н., Титов А.К., Черепанов, Д.С. Кравченко

Московский государственный технический университет (МГТУ МИРЭА), г. Москва, проспект Вернадского 78, akcher@yandex.ru .

В докладе приводятся результаты исследования изменения формы сверхкоротких электромагнитных импульсов при распространении в среде с дисперсией. Рассматривается распространение гауссова импульса в несимметричной полосковой линии с заданным значением диэлектрической постоянной наполнителя полосковой линии. Влияние дисперсии проявляется в изменении относительной длины волны в полосковой линии в зависимости от частоты излучения.

In the report results of research of change of a form of supershort electromagnetic impulses are given at distribution in the environment with dispersion. Distribution of a Gaussian impulse in the asymmetrical strip line with a preset value of a dielectric constant of a filler of the strip line is considered. Influence of dispersion is shown in change of relative length of a wave in the strip line depending on radiation frequency.

Введение

Проблеме излучения, распространения и приема сверхширокополосных сигналов (сверхкоротких импульсов) в последние десятилетия посвящено множество работ.

В данной работе рассматривается задача о распространении сверхкоротких электромагнитных импульсов в несимметричной полосковой линии с заданной диэлектрической проницаемостью и линейной частотной зависимостью относительной длины волны излучения. Получены аналитические выражения для поля на выходе полосковой линии. Приводятся результаты численного исследования, полученные для гауссова импульса.

Постановка задачи

Рассмотрим распространение сверхкоротких импульсов в несимметричной полосковой линии с диэлектрическим заполнением. Геометрия полосковой линии приведена на рис.1.

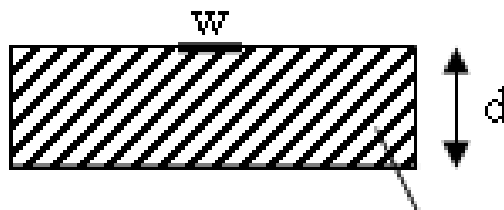


Рис.1. Несимметричная полосковая линия; w – ширина металлической полоски, d – толщина диэлектрического слоя, ε – диэлектрическая проницаемость подложки; геометрические параметры полосковой линии: ширина полоски $w = 1,27$ мм, толщина подложки $d = 1,27$ мм

Значения относительной длины волны, при трех значениях диэлектрической проницаемости наполнителя, на краях частотного диапазона приведены в таблице 1,[1].

Таблица 1.

ε	Относительная длина волны, λg	
	f = 0	f = 30 ГГц
2.65	0.7	0.66
4.2	0.58	0.53
8.875	0.42	0.36

Метод решения задачи

Выберем систему координат так, чтобы ось x была направлена вверх, ось y вдоль узкой стенки полоска, а ось z вдоль полосковой линии. Пусть импульс (произвольной формы) S(t) распространяется в положительном направлении оси z. Для гармонической составляющей введем следующие параметры:

$$k(\omega, z) = \beta(\omega, z) - j\alpha(\omega, z) \quad - \text{волновое число,}$$

где $\beta(\omega, z)$ фазовый сдвиг; $\alpha(\omega, z)$ - коэффициент поглощения.

Если среда однородна в направлении оси z, то

$$k(\omega, z) = k(\omega) = \beta(\omega) - j\alpha(\omega) \quad (1)$$

Фазовый сдвиг гармонической составляющей импульса при его распространении в однородной среде равен

$$\varphi(\omega, z) = \int_0^z k(\omega) dz = zk(\omega) \quad (2)$$

Коэффициент передачи среды определяется экспоненциальной функцией

$$H(\omega, z) = \exp[-j\varphi(\omega, z)] \quad (3)$$

При появлении сигнала $U(t)$ в точке $z=0$, сигнал в точке $z>0$ будет описываться обратным преобразованием Фурье

$$U_{\text{вых}}(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) H(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega \quad (4)$$

где $S(\omega)$ - частотный спектр входного сигнала.

Расчетные формулы

Расчет проводился для гауссова импульса

$$U_0 = A_0 e^{-\frac{t^2}{2a^2}},$$

спектр которого имеет вид

$$S(\omega) = 2A_0 a \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{a^2\omega^2}{2}} \quad (5)$$

Используя формулы (2), (3), (4) получим

$$H(\omega, z) = \exp\left\{-jk(\omega)z\right\} \quad (6)$$

$$U_{\text{вых}}(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp\{-j[k(\omega)z - \omega t]\} d\omega \dots \quad (7)$$

Преобразуем волновое число $k(\omega)$ следующим образом:

$$k(\omega) = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{\lambda_g} = \frac{\omega}{c} \frac{\lambda}{\lambda_g} = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\delta}$$

Подставляя в интеграл (7) это представление волнового числа, для Гауссова импульса получим

$$U_{\text{вых}}(t, z) = \frac{B}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \cdot \exp[-j(bz - t)\omega] d\omega \quad (8)$$

где $b = \frac{1}{c\delta} = \frac{1}{c(\alpha - \beta\omega)}$ и $B = \sqrt{2\pi} A_0 a$.

Преобразуем (8), используя формулу Эйлера и условие четности подынтегральной функции,

$$\begin{aligned} U_{\text{вых}}(t, z) &= \frac{B}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \exp[-j(bz - t)\omega] d\omega = \\ &= \frac{B}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \cos[(bz - t)\omega] d\omega \end{aligned} \quad (9)$$

Интеграл (9) вычислим в частном случае $\alpha = 0,7$; $\beta = 1,3 \cdot 10^{-12}$ (соответствующем, первой строчке таблицы 1) используя разложение

$$\frac{1}{\alpha - \beta\omega} = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{1 - \frac{\beta}{\alpha}\omega} = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\omega - \frac{\beta^2}{\alpha^2}\omega^2 + \dots\right)$$

в ряд Тейлора по степеням при $\frac{\beta}{\alpha}\omega \leq 1$, что выполняется вплоть до частот $\omega = 10^{11}$.

Тогда, сохранив в этом разложении члены 1-го порядка относительно $\frac{\beta}{\alpha}\omega$, получим:

$$U_{\text{вых}}(t, z) = \frac{B}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \exp\left\{-j\left[\frac{z\omega}{c\alpha} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\omega\right) - \omega t\right]\right\} d\omega = \frac{B}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \exp\left\{-j\left[\frac{z\omega^2 \beta}{c\alpha^2} + \omega\left(\frac{z}{c\alpha} - t\right)\right]\right\} d\omega \quad (10)$$

Используя формулу Эйлера, и, вводя обозначения

$$q = \frac{z}{c\alpha} - t, \quad p = \frac{z\beta}{c\alpha^2},$$

запишем

$$U_{\text{вых}}(t, z) = \frac{B}{2\pi} (J_1 - j \cdot J_2), \quad (11)$$

где

$$J_1 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \cos(p\omega^2 + q\omega) d\omega, \quad J_2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 a^2}{2}} \sin(p\omega^2 + q\omega) d\omega \quad (12)$$

Для доказательства сходимости несобственных интегралов (12) используется признак Дирихле. Вычисляя интегралы J_1, J_2 в (12), получим

$$J_1 = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{a^4 + 4p^2}} \cdot \exp\left[\frac{-a^2 q^2}{2(a^4 + 4p^2)}\right] \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \arctg \frac{2p}{a^2} - \frac{pq^2}{a^4 + 4p^2}\right), \quad (13)$$

$$J_2 = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{a^4 + 4p^2}} \cdot \exp\left[\frac{-a^2 q^2}{2(a^4 + 4p^2)}\right] \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \arctg \frac{2p}{a^2} - \frac{pq^2}{a^4 + 4p^2}\right). \quad (14)$$

Отсюда для модуля напряжения выходного поля находим следующее выражение

$$|U_{\text{вых}}(z, t)| = A_0 \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{1 + 4 \frac{z^2 \beta^2}{c^2 a^4 a^2}}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{z}{c\alpha} - t\right)^2}{\left(a^2 + \frac{4z^2 \beta^2}{c^2 a^4 a^2}\right)}\right\}. \quad (15)$$

Полученное выражение описывает кривые, имеющие при фиксированных z характер Гауссовых функций с максимумом при $z = c\alpha t$, удовлетворяющем соотношению

$$\frac{z_{\text{max}}}{c\alpha} - t = 0.$$

Результаты расчетов

Результаты расчетов, проведенных по формуле (15), приведены на рисунках (1)-(3), на которых построены зависимости выходного напряжения на различных расстояниях от начала полосковой линии. Задавая время в наносекундах, можно определить положение максимума и рассчитать напряжение вблизи от него. Из полученных результатов следует, что при распространении импульса вдоль полосковой линии происходит уменьшение напряжения в его максимуме и уширение импульса. Так при $t=10$ нс пространственная ширина импульса по уровню 0,5 составляет чуть больше двух десятых метра а при $t = 1000$ нс его пространственная ширина достигает 2 метров.

Затухание импульса вдоль полосковой линии также следует из формулы (15), так как расстояние z входит в знаменатель выражения для амплитуды импульса в максимуме. Результаты расчетов при различных z_{max} приведены на рис.4. Расчеты проводились для $\epsilon = 2,65$.

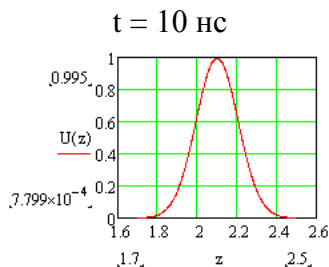


Рис.1.

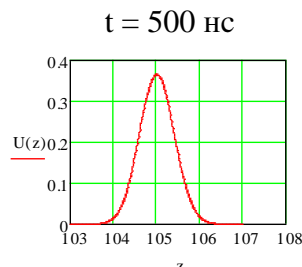


Рис.2.

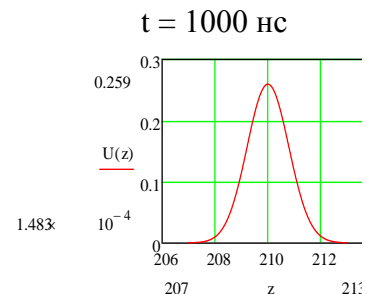


Рис.3.

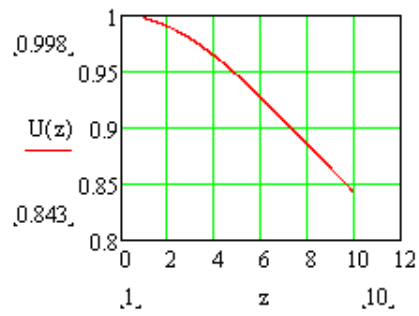


Рис.4.

Литература

1. Tatsuo Iton and Raj Mittra. Spectral-Domain Approach for Calculating the Dispersion Characteristics of Microstrip Lines. IEEE Transaction on microwave theory and techniques, July 1973