Новые модели рассеяния в мутных средах и их применение в задачах классической радиолокации

С.Ф. Коломиец, А.Г. Горелик

Московский физико-технический институт (государственный университет) Московская область, г. Долгопрудный, пер. Институтский, д. 9, <u>radiometeo@mail.ru</u>

Обсуждаются модели рассеяния на частицах мутной среды с учетом истинных центров рассеяния. С этой целью будут рассмотрены простейшие одномерные модели сред с однократным рассеянием и их использование при моделировании пассивных помех радиолокатору. Будет представлена интерпретация экспериментальных данных зондирования осадков с использованием импульсного доплеровского радиолокатора.

The application of new models of Rayleigh scattering – that will be shortly discussed in the report – to the classical radar tasks is discussed in the report with focus on models of artificial passive radar noise.

Введение

В работе многих радиолокационных и гидролокационных устройств большую роль играют отражения от распределенных целей, к числу которых относят земную и неспокойную морскую поверхность, гидрометеоры (кучевые облака, дождь, град, снег, сильный туман), облака искусственных металлизированных рассеивателей, пузырьки газов и взвеси твердых частиц всегда присутствующих в воде океанов и морей. С ними приходится считаться, например, при обнаружении и сопровождении с помощью самолетных или спутниковых радиолокационных станций низколетящих, наземных или надводных движущихся целей, обнаружения акустических сигналов от удаленных движущихся объектов на фоне отражений от взвесей рассеивающих частиц, расположенных в непосредственной близости от активного излучателя. В таких случаях отражения от распределенных целей выступают в качестве так называемых пассивных помех и требуют создания специальных средств защиты [32-34].

Имеется также много радиотехнических устройств, для которых отражения от земной или водной поверхности и гидрометеоров являются не помехой, а источником полезной информации. Это устройства автономной радионавигации для летательных аппаратов (доплеровские измерители путевой скорости и угла сноса, измерители вертикальной вертикальной скорости взлета и посадки, радиовысотомеры) [35-37]; радиолокационные станции бокового обзора (в том числе с синтезированной аппертурой) и скатерометры; метеолокаторы для предупреждения о сложной метеообстановке на курсе или для исследований микрофизики и динамики атмосферы [38-42].

В силу множественности и случайности отражающих свойств элементарных рассеивателей, а также под влиянием ряда причин, таких как движение ветра или течения, движение или сканирование антенны, амплитуда и фаза сигнала, отраженного от протяженного объекта, - величины случайные. Поэтому особенности таких сигналов можно описать только статистически, с использованием соответствующих концепций и понятий. Это существенным образом отличает работу радиолокатора по распределенными объемным целями от работы по классическим сосредоточенным (в том числе протяженным) целям. Статистические характеристики сигнала от распределенных объемных целей зависят от множества факторов технического, методического, динамического и структурного характера [43]. Две последних группы факторов относятся к микроструктуре рассеивающего объекта и рассеивающим свойствам микрочастиц, его составляющих, в то время как два первых – следует отнести к техническим особенностям работы радиолокатора, сигналу, используемому для зондирования, параметрам диаграммы направленности и прочим особенностям проведения измерений (движение, сканирование, синтез апертуры и пр.).

Флуктуации полезного сигнала в таких системах определяются, как правило, одновременным действием различных факторов, причем комбинироваться они могут различным образом. Поэтому, к указанным выше сложностям, связанным со спецификой объекта зондирования и методами описания случайных сигналов, следует добавить вопросы разделения вклада различных факторов в регистрируемые значения сигнала. В частности, определение формы спектра пассивных помех имеет принципиальное значение для решения вопроса о выборе способов оптимальной обработки сигнала в системах обнаружения и сопровождения движущихся целей, а при заданном способе обработки – для оценки его эффективности. В автономных навигационных системах знание параметров сигнала и, соответственно, возможность эффективного разделения факторов, определяющих его статистические параметры, позволяет не только решать вопрос об оптимальных методах приема, но и повысить точность измерения целевого параметра.

От точности и корректности решения указанных задач зависят в конечном итоге целевые технические характеристики аппаратуры. В то же время, на пути их решения стоят порой вопросы фундаментального характера, к решению которых еще предстоит приложить немало усилий. В частности, в классической литературе, как правило, используются не реальные спектры, а наиболее простые их аналоги, такие, что имеют форму, наиболее удобную для интерпретации результатов теоретических исследований и математических преобразований (резонансный или гауссов спектр или первое распределение сигнала, спектр прямоугольной формы и пр.). Соответственно, используемый теоретический аппарат несет скрытые ограничения на принципиально достижимые технические характеристики проектируемых с его использованием устройств. В большинстве случаев, он позволяет исследовать зависимости в отношении «усредненных» (интегральных) параметров сигнала, в то время как дальнейшее улучшение достигнутых к настоящему времени технических характеристик зависит от тонких параметров сигнала и таких, например, деталей, как протяженность «хвостов» распределений и формы спектров, отклонений её от симметрии, соотношений между значениями моментов высоких порядков.

Современных уровень развития встраиваемой электронно-вычислительной техники уже позволяет учитывать гораздо больше особенностей сигналов, чем это следует из классических соображений, а развитие технологии приемо-передающих устройств открывает возможности широко использовать эффективные в методическом плане способы зондирования, позволяющие получать значительно больше информации непосредственно из зондируемого объема (многоволновая локация, использование сигналов с изменяемой поляризацией). Однако существенной динамики повышения эффективности проектируемых и разрабатываемых устройств, работающих с отражениями от распределенных точечных рассеивателей, пока не наблюдается, несмотря на то, решением соответствующих задач заняты различные научные центры, как в России, так и за рубежом. Последними за истекшие десятилетия накоплен массовый статистический материал. проведено множество теоретических исследовании, но до уровня практического использования доведены лишь отдельные инновационные технологии. По убеждению авторов настоящего доклада ответы на основные проблемы, стоящие на пути практического применения созданного за эти годы научно-технического потенциала состоят в необходимости внимательного пересмотра наиболее фундаментальных, классических результатов, которые являлись все эти годы «незыблемыми отправными точками» для подавляющего большинства исследований, несмотря на то, что в экспериментальном плане было накоплено достаточно свидетельств необходимости их переосмысления. Хотя большинство результатов, рассматриваемых в настоящей лекции применимы к различным видам локации: радио-, гидроакустической и оптической – авторами будут рассмотрены результаты, полученные в рамках лишь одной из научных групп и применимые к ситуациями, чаще всего встречающимся в метеорологической радиолокации. Безусловно, что после соответствующей коррекции на специфику факторов технического, методического, динамического и структурного характера, свойственных тому или иному разделу локации они могут быть с успехом применимы в соответствующих практических разработках.

Краткая история вопроса

В конце 50-х годов в теоретическом отделе ИРЭ АН СССР Г. С. Гореликом и его сотрудниками А.В. Францисоном и М.И. Родак был выполнен цикл работ, позволивших статистические параметры блуждающих связать радиоэхо ОТ неоднородностей атмосферы непосредственно с движением этих неоднородностей. Предполагалось, что полученные результаты можно будет использовать для изучения сверхдальнего распространения радиоволн, а также динамических процессов в атмосфере. Однако зависимости, полученные на этом этапе исследования не позволяли связать параметры радиоэха непосредственно с динамическими процессами, вызывающими «быстрые флюктуации» радиоэхо. Основной недостаток этих работ состоял в том, что отражающая способность отдельных рассеивателей, входящих в ансамбль облученных частиц, различна, а окончательные формулы не позволяли учесть взаимосвязь между движением рассеивающих частиц и их отражаемостью.

В начале 60-х годов, опираясь на работы Г. С. Горелика и его сотрудников, А. Г. Гореликом и Ю. В. Мельничуком была разработана достаточно строгая теория рассеяния радиоволн на блуждающих неоднородностях. Были получены формулы, связывающие основные спектральные параметры рассеянного поля и его интенсивности с параметрами рассеивающих неоднородностей. В разработанной ими теории допускалось, что отражающая способность неоднородностей (которыми могли выступать частицы осадков, металлизированные искусственные отражатели) может быть функционально связана со скоростью их движения. В случае применимости рэлеевской модели рассеяния (как основной отправной точки всех теоретических исследований), было показано, что спектр рассеянного поля в масштабе ($\lambda/2$)F повторяет по форме распределение проекций скоростей рассеивателей на направление зондирования, с учетом того вклада, который вносит каждый рассеиватель в отраженный сигнал. Спектр интенсивности рассеянного поля на выходе квадратичного детектора повторяет по форме распределение разности проекции скоростей рассеивателей на направление зондирования с учетом того, какой вклад вносят различные рассеиватели с данным значением разности скоростей в отражаемость. В дальнейшем удалось связать спектральные параметры рассеянного поля и его интенсивности, получаемые с использованием антенн с узкой диаграммной направленности в режиме вертикального зондирования (или близким к нему), с динамическим состоянием атмосферы в объеме зондирования.

Полученные теоретические результаты позволяли вплотную приблизиться к решению задачи о более эффективном разделении влияния микроструктуры рассеивающей среды и динамических процессов в атмосфере на параметры рассеянного поля и его интенсивности. Однако на пути экспериментальной проверки полученных соотношений лежала достаточно сложная проблема, связанная с тем, как проводить корректное сопоставление данных полученных контактными инструментами у земли и радиолокационными методами на высоте в различных точках зондируемого пространства.

В Советском Союзе широкий комплекс совместных радиолокационных, самолетных и наземных контактных измерений микрофизических характеристик облачных систем и происходящих в них динамических процессов при выпадении осадков, был выполнен научными учреждениями гидрометеослужбы по инициативе её руководителя Е.К. Фёдорова. В ЦАО работы в этом направлении возглавляли В.В. Костарев и А.М. Боровиков.

Для проведения экспериментов, впервые в нашей стране использовался мощный импульсно-когерентный локатор 3-см диапазона, работающий в режиме вертикального зондирования. С его помощью, помимо измерений радиолокационной отражаемости на различных высотах определялись спектры интенсивности и рассеянного поля (доплеровские спектры).

Совместный анализ полученной информации позволил получить интересные данные не только о микроструктуре различных рассеивающих объектов, естественно присутствующих в объеме зондирования, но и динамических процессах, протекающих на различных высотах в атмосфере. Данные радиолокационных измерений полученными сопоставлялись с результатами сотрудниками института экспериментальной метеорологии. В ходе этих работ было доказано, что необходимо дальнейшее усовершенствование методов обработки и анализа радиосигналов. полученных от различных метеообъектов, а так же доработка радиотехнических комплексов зондирования за счет введения в их состав микроволновых радиометров и оптических систем.

В результате дальнейшей работы для радиолокатора, работающего в режиме вертикального зондирования, был предложен оригинальный метод разделения вклада мелкомасштабной турбулентности и гравитационных скоростей падения капель в спектр интенсивности радиоэха. Опираясь на предложенную методику, удалось существенно повысить точность И надежность информации, получаемой радиолокационными методами. С её использованием, в начале 70-х годов в ЦАО был выполнен цикл работ, направленных на повышение точности радиолокационных измерений скорости вертикальных воздушных потоков, параметров мелкомасштабной турбулентности, а так же параметров распределения рассеивателей по размерам, которое задавалось в достаточно «сложном» виде – в виде модифицированного гаммараспределения.

Экспериментальная проверка полученных результатов была выполнена на доплеровских радиолокаторах, работающих как в импульсном режиме (длина волны $\lambda = 3 \text{ см}$ и $\lambda = 30 \text{ см}$) так и непрерывном режиме с ЛЧМ модуляцией (длина волны $\lambda = 30 \text{ см}$). Последний позволял исследовать микроструктуру рассеивающей среды, протекающие динамические процессы и их пространственно-временную изменчивость в малых для того времени масштабах. Было показано, например, что далеко не всегда «мгновенные» распределения капель дождя по размерам можно описать гаммараспределением. В частности было установлено, что достаточно часто в осадках (особенно интенсивных) присутствуют сверхкрупные частицы. Их появление существенно усложняет интерпретацию радиолокационных данных. В большинстве случаев мгновенное распределение размеров рассеивателей в осадках достаточно узкое, практически монодисперсное. Таким образом, широкие распределения рассеивающих частиц, регистрируемые контактными приборами у земли, работающими с большими

интервалами накопления данных, суть результат самого накопления, несопоставимый с условиями радиолокационных измерений.

В целом же основной вывод из проведенного цикла исследований состоял в том, что эффективное использование даже усовершенствованных методик, допускающих гамма-распределение рассеивателей по размерам в зондируемом объеме, требует решения ряда практических задач, связанных с оперативным контролем их применимости. Одним из таких вопросов являлось оперативное обнаружение крупных капель и компенсации их влияния на результаты радиолокационных измерений. Схема перспективного радиолокационного устройства, работающего по распределенным точечным целям представлялась такой, как показано на Рис. 1. В техническом плане, полученные результаты указывали на необходимость использования при обработке сигналов сложной вычислительной техники, с характеристиками, которые в то время были недостижимы.



Рис. 1. Структурная схема обработки данных, получаемых от РЛС (с использованием управляющего канала для выбора наиболее подходящей модели метеообъекта и методики обработки данных в рамках выбранной модели)

Современный этап исследований

Развитие рассматриваемых подходов и моделей на современном этапе связано не только с расширением списка критериев применимости разработанных ранее моделей, но и адаптацией последних к интерпретации сигналов – с учетом накопленного опыта теоретических исследований и экспериментальных данных о распределениях размеров и динамике атмосферных рассеивателей в различных условиях – полученных при зондировании с малыми углами места. Последние представляют основной интерес в прикладных областях, но измерительные возможности радиолокаторов существенно зависят от угла места положения антенны. Данные, полученные в режиме вертикального зондирования, надежнее и легче поддаются интерпретации.

При проведении современных исследований полагалось, что наиболее достоверная интерпретация данных радиолокационного зондирования и разделение факторов, определяющих параметры сигналов, регистрируемых от распределенных точечных рассеивателей, возможны на удалениях до нескольких десятков километров при наличии достоверной информации об их микроструктуре. Было показано и соответствующим образом обосновано, целесообразна что разработка метеорологических радиолокационных станций, работающих в миллиметровом диапазоне длин волн в режиме вертикального зондирования [1, 32, 39]. Небольшие проектируемые дальности поставили вопрос о снижении стоимости и сложности проектируемых устройств, что заставило обратиться к исследованиям возможностей

радиолокаторов, работающих в наиболее простом режиме, с непрерывным излучением. В этом направлении исследований также были получены обнадеживающие теоретические результаты и проведена их первичная экспериментальная проверка. В настоящее время с их использованием происходит разработка промышленных радиолокационных систем, обеспечивающих получение количественной информации о микроструктуре облачности, туманах и осадках в режиме вертикального зондирования и близких к нему [39, 44].

Однако лля дальнейшего развития в методов наклонного зондирования требовалось решить задачу оперативного определения микроструктуры параметров объекта, рассеивающего без использования выраженной зависимости движения скорости рассеивателей OT ИХ размера, которая существенно облегчает ситуацию в режиме вертикального зондирования, но отсутствует при зондировании с малыми углами места. Поиски путей решения этой задачи потребовали рассмотрения методов расширения информации, непосредственно получаемой ИЗ объема. зондируемого Наиболее перспективным казался классический метод многоволнового зондирования, предполагающий использование нескольких длин волн, характеризующихся различными дифракционными моделями формирования рассеянного поля на



Рис. 2. Достоверность интерпретации радиолокационных данных и основные факторы, определяющие её на различных дистанциях зондирования.

рассеивающей частице. Информационные возможности такого подхода были усовершенствованы в работах [45, 46], но надежды на сколько-нибудь эффективное использование усовершенствованных интерпретации практическое методов радиолокационных данных вне рамок исследовательских задач не было. Слишком громоздкие антенные системы требуются для реализации указанных классических измерений, предполагающих многоволновых методов использование сильно различающихся длин волн. В работе над этой задачей информационные возможности любых дистанционных инструментов, работающих в рэлеевском диапазоне длин волн – что следует из классических положений, сформулированных еще в начале 20-го века – экспериментальный материал, считались идентичными. Ho подбор которого проводился для предварительной апробации усовершенствованных теоретических моделей рассеяния из [46] позволил усомниться в справедливости тезиса о неизменном информационном потенциале рэлеевских инструментов дистанционного зондирования. С целью получения дополнительных результатов авторами были проведены экспериментальные исследования, результаты которых будут представлены в презентационной части доклада, и которые свидетельствуют о необходимости заново вернуться к рассмотрению вопроса о применимости положения о суммировании мощностей элементарных полей вместо векторного суммирования полей непосредственно.

Авторы надеются, что этот важный результат будет замечен широкой научной общественностью и подвергнут всестороннему обсуждению, так как возможные следствия из него с одной стороны открывают путь к разработке принципиально новых методов получения дополнительной оперативной информации непосредственно из зондируемого объема с использованием только рэлеевских длин волн, с другой – предполагают тщательную ревизию многих результатов достигнутых к настоящему времени в рамках положений о применимости рэлеевского закона сложения.

Новые модели рассеяния

Несмотря на большое количество статей и монографий, широко освещающих с использованием уравнений распространения вопросы рассеяния в разреженных средах с различными рассеивающими частицами оценка диэлектрической проницаемости разреженной среды на основе информации о диэлектрической проницаемости составляющих её частиц остаётся одним из самых нетривиальных вопросов. Известные методы получения подобных оценок [2, 7, 30] плохо работают даже в приложении к простейшим практическим задачам [2, 8]. Таким образом, применение волновых уравнений, подразумевающих использование диэлектрической проницаемости среды, часто оставляет за рамками рассмотрения одни из наиболее сложных вопросов рассеяния в разреженных средах.

Основными фундаментальными идеями при изучении рассеяния в мутных средах являются идеи рэлеевского сложения мощностей. В той форме, в какой они сформулированы Рэлеем, они должны работать вместо относительно громоздкого векторного сложения напряженностей поля в достаточно широких пределах. Причем из классических работ Рэлея следует, что одной лишь некоррелированности рассеивателей достаточно для применимости его модели. Сама некоррелированность может быть нарушена только при физической нехватке места для всех частиц, «желающих» разместиться случайно в пространстве объема зондирования.

Однако опыт учит обратному: по мере увеличения длины волны или роста концентрации рассеивателей модель рассеяния изменяется задолго до того, как частицы начнут физически мешать друг другу. С ростом объема экспериментальных данных все более заметен тот факт, что изменение модели рассеяния, вызываемое изменением длины волны зондирующего излучения, не удается объяснить в рамках имеющихся представлений даже после тщательного учета всех явлений, вклад которых в мощность рассеянного поля растет по мере увеличения длинны волны [3-4]. Обстоятельства осложняются тем, что в настоящее время не объяснимое в рамках теории Рэлея [1] отношение ℓ/λ широко используется в качестве критерия её применимости [5, 6]. Подобное построение теоретической базы рассеяния на множественных рассеивателях представляет собой одну из основных сложностей, которую приходится преодолевать при переходе к рассмотрению тех же задач с точки зрения многоволновых технологий зондирования [14-17]. Сложившаяся практика построения математических моделей рассеяния на частицах разреженных сред состоит в том, что сначала – исходя из очень «общих соображений – принимается решение о применимости модели сложения мощностей, а не полей, и затем «в рамках принятых допущений» проводятся рассуждения. Часто факторы, упитывающиеся в ходе упомянутых общих соображений, ограничиваются лишь требованием независимости размещения и движения рассеивателей [1, 23]. Отметим, что в отношении дифракции на изолированной сфере это положение находит полное теоретическое подтверждение в теории Ми. Однако в части принципа сложения мощностей подобного понимания нет, и граница его применимости ясно не определена...

В ходе развития методов молекулярной оптики по умолчанию подразумевалось, что в сомнительных случаях всегда есть возможность перехода к более сложной, но в то же время более общей модели, предложенной Эйнштейном [7, 24]. Поэтому, вместо анализа границ применимости развитие шло в направлении освоения «термодинамических» параметров Эйнштейна, которые со временем потеряли статус «вспомогательного средства», введенного в электродинамику для обхода сложностей с дискретным характером рассеивающей среды.

Однако, «термодинамический» характер эйнштейновских моделей не позволяет эффективно использовать их за рамками молекулярной оптики, в то время как с развитием техники дистанционных измерений такая необходимость уже давно наблюдается. В то же время «сложение мощностей», как фундаментальный принцип, не имеет «термодинамических» ограничений, свойственных эйнштейновской модели, он широко используется в различных разделах физики, всюду принося с собой элемент неопределенности, порождающий явные ошибки не только в цитируемых научных работах, но и современных университетских учебниках [5, 24]. Подробная критика этого вопроса с необходимыми ссылками имеется в [8-15].

В целях настоящей статьи удобно выделить два аспекта теории Рэлея: дифракционный и статистический. Все, что относится к рассеянию на одной изолированной частице, следует отнести к дифракционной части теории. Этому вопросу посвящена обширная литература (см. напр. [18-22]). Положения, относящиеся к сложению полей, рассеянных на отдельных частицах, случайно расположенных в пространстве – это статистический аспект теории Рэлея [23].

Суть статистической части теории состоит в доказательстве обнуления когерентного члена (выражение с двойной суммой в (1)) выделяемого в составе векторной суммы полей от отдельных рассеивателей:

$$P = \left(\sum_{n=1}^{N} \overrightarrow{p_n}\right)^2 = Np^2 + \sum_{i=1}^{N*} \sum_{j=1}^{N*} p_i p_j \cos(\varphi_i - \varphi_j)$$
(1)

где Р-суммарная мощность рассеянного поля в дальней зоне;

p-напряженности поля, рассеянного на каждой из частиц (для простоты принимаемых сферическими и одинаковыми);

N-количество рассеивателей в объеме зондирования; символ * означает суммирование без учета членов с i = j.

У Рэлея приведено самое простое и лаконичное доказательство обнуления когерентного члена [23]. Приведем еще одно. Допуская, что *N* бесконечно большое число и переходя к интегральной форме записи, можно записать по правилу вычисления первого момента функции от случайной величины:

$$P = Np^{2} + \int_{0}^{L} \int_{0}^{L} p_{i}p_{j}\cos(kx - ky)w(x)w(y)dx dy = \int_{0}^{L} p_{i}p_{j}\cos(kz)W(z)dx$$
(1')

где L - протяженность зондируемого объема;

х и у – координаты проекций частиц на ось распространения; $w(x)_{\rm H} w(y)_{\rm -}$ плотность распределений величин х и у;

z = x - y; W(z) - плотность распределения величины z (разницы координат в статистических парах).

Статистическая независимость и равномерное распределение w(x) и w(y) позволяет объяснить броуновское (красное) распределение W(x). Равенство нулю обоих интегралов очевидно.

Следует отметить, что классические рассуждения в «дифракционной» и «статистической» части теории ведутся в отношении различных объектов. Для обоснования «принципа сложения мощностей» используется абстракция расположенных математических точек (фазовых центров рассеивателей) в пространстве случайно. Им сопоставляется рассеивающая способность, равная рассеивающей способности частиц с размером D. Последняя рассчитывается на базе из дифракционных представлений теории.

В одномерной задаче распространения электромагнитной волны проекции частиц на ось распространения можно пронумеровать так, что порядковый номер будет указывать на расстояние частицы от фазового нуля объема рассеяния. В таком случае разница между порядковыми номерами в статистической паре частиц будет указывать на величину расстояния между ними. Тогда выражение (1) допускает перегруппировку по индексу первого множителя под знаком двойной суммы.

Другими словами, можно отдельно выделить суммы, относящиеся к ближайшим соседям. Затем выделить суммы, относящиеся к частицам, между которыми находится не более одной частицы. Затем выделить суммы, относящиеся к частицам, между которыми находятся две частицы, три частицы и т. д. Имеем:

$$\begin{split} P &= Np^2 + 2p_1 \sum_{j=1}^{N} p_j \cos(\varphi_1 - \varphi_j) + 2p_2 \sum_{j=3}^{N} p_j \cos(\varphi_2 - \varphi_j) + \cdots \\ & \dots + 2p_{N-1} \sum_{j=N}^{N} p_j \cos(\varphi_{N-1} - \varphi_j) \end{split}$$

или:

$$P = Np^{2} + 2\sum_{i=1}^{N-1} p_{i}p_{i+1}\cos(\varphi_{i} - \varphi_{i+1}) + 2\sum_{i=1}^{N-2} p_{i}p_{i+2}\cos(\varphi_{i} - \varphi_{j}) + \cdots$$
$$\dots + 2\sum_{i=1}^{N-(N-1)} p_{i}p_{i+N-1}\cos(\varphi_{i} - \varphi_{i+N-1})$$

Последний член полученного выражения записан в такой форме для наглядности. Он состоит из одного «слагаемого». Более компактно приведенное выше выражение можно записать:

$$P = Np^{2} + 2\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} p_{i} p_{i+k} \cos(\varphi_{i} - \varphi_{i+k})$$
(2)

Полученная форма уравнения (1) позволяет использовать теорему Эрланга для проведения усреднения в группах [25]. В этом заключается альтернативный к (1') подход к усреднению (1). Полагая, что рассеяние происходит на молекулах или иных включениях, допустим (см. Рис. 3), что сферическая макрочастица с диаметром D состоит из К сферических микрочастиц с диаметром d. Микрочастицы полагаем идентичными в смысле их рассеивающих свойств и случайно расположенными в объеме макрочастицы.

Правило векторного сложения полей полностью монохроматического излучения рассеянного случайными сферическими частицами, состоящими из можно преобразовать к виду:



Рис. 3. Макрочастицы, состоящие из отдельных рассеивающих центров.

$$P_N = \sum_{i=1}^{NK} \sum_{j=1}^{NK} a_i a_j \cos(\Delta \Psi_{ij} - \Delta \phi_i + \Delta \phi_j)$$

где $\Delta \Psi_{ij}$ - фазовый угол, соответствующий проекции отрезка между фазовыми центрами макрочастиц, содержащих i-тый и j-тый рассеивающие центры (микрочастицы) на ось распространения электромагнитной волны (см. Рис. 4);

 $\Delta \phi_i$ - фазовый угол (отрицательный), соответствующий проекции на ось распространения электромагнитной волны отрезка между і-той микрочастицей и фазовым центром содержащей её макрочастицы (например, проекция отрезка [O1, A2'] на горизонтальную ось на Рис. 3);

 $\Delta \phi_j$ - фазовый угол (положительный) соответствующий проекции на ось распространения отрезка между j-той микрочастицей и фазовым центром содержащей её макрочастицы (например, проекция отрезка [O2, A2] на горизонтальную ось на Рис. 3);

Вышеприведенное соотношение подразумевает повторение значений $\Delta \Psi_{ij}$ для разных сочетаний индексов. Часть микрочастиц принадлежит одной и той же макрочастице. Можно их вынести в отдельное слагаемое и записать с учетом идентичности микрочастиц:

$$P_{N} = N \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} a_{i} a_{j} \cos(\Delta \phi_{i} - \Delta \phi_{j}) + \sum_{p=1}^{N} \sum_{q=1}^{(N-1)} \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{K} a_{k} a_{m} \cos(\Delta \Psi_{pq} - \Delta \phi_{k} + \Delta \phi_{m})$$
(3)

Такая запись предполагает уникальные значения $\Delta \Psi_{pq}$ для разных значений индексов р и q и позволяет провести статистическое усреднение. Двойная сумма в первом слагаемом соответствует дифракционной части рэлеевской модели. Классическим условиям соответствует в первом слагаемом значение косинуса равное единице. Это хорошо известные условия рэлеевского рассеяния [18, 19], однако теперь они получены немного другим путем.

Второе слагаемое является аналогом классического рэлеевского когерентного члена. Применение разложения красного распределения на составляющие Эрланга (см. (2)) дает:

$$P_{N} = N \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} a_{i} a_{j} \cos(\Delta \phi_{i} - \Delta \phi_{j}) + 2 \sum_{p=1}^{N} \sum_{q=p+1}^{(N-1)} \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{K} a_{k} a_{m} \cos(\Delta \Psi_{pq} - \Delta \phi_{k} + \Delta \phi_{m})$$
(3')

Как было отмечено при обсуждении формы (2) уравнения (1), распределение распределением Эрланга величины $\Delta \Psi_{pq}$ является (гамма-распределением). Распределение плотности вероятности случайной величины $\Delta \phi_m$ или - $\Delta \phi_k$ совпадает с распределением проекций отрезка откладываемого между двумя случайными точками, выбрасываемыми в полусферу с радиусом D/2 на ось, перпендикулярную основанию этой полусферы [26]. В первом приближении его можно аппроксимировать распределением Гаусса с модой в начале координат и среднеквадратичным отклонением $\sqrt{D/2}/3$. Ничего не мешает перейти далее к рассмотрению распределения параметра $\Delta \phi_m - \Delta \phi_k$. Оно будет соответствовать χ^2 -распределению (гаммараспределение) со средним примерно равным радиусу сферы D/2.

Хотелось бы обратить внимание на одинаковый характер плотности распределения вероятности величин $\Delta \Psi_{pq}$ - расстояний между проекциями фазовых центров макрочастиц и $\Delta \phi_m - \Delta \phi_k$ - расстояний между проекциями рассеивающих центров. При среднем значении минимальной величины $\Delta \Psi_{pq} < D/2$ распределение рассеивающих микрочастиц вдоль оси распространения можно будет рассматривать, как непрерывное. Пространственные флуктуации «погонной плотности микрочастиц» в таком случае будут «единственным напоминанием» об изначальном дискретном характере среды. Иными словами, сформируется та самая эйнштейновская модель рассеяния на флуктуациях, в которой, однако, сами флуктуации будут определяться размером частиц формирующих среду. Причем для описания таких флуктуаций не нужно привлекать глубокие термодинамические соображения. Основной вопрос состоит в значении пороговой концентрации частиц, которая в различных по форме и величине рассеивающих объемах обеспечит выполнение условия $\Delta \Psi_{pq} < D/2$.

Рассмотрим измерительный (рассеивающий) объем, имеющий форму куба и равномерно заполненный одинаковыми по размеру макрочастицами (см. Рис. 4). Для простоты падающую волну зондирующего излучения будем считать плоской

Представим себе весь измерительный объем как сумму слоев (сечений) с толщиной h, равной диаметру макрочастиц D. Пока относительный объем рассеивателей очень мал вероятность попадания частицы в тот или иной слой так же мала. Следовательно, мы можем применить к задаче (однако, лишь в первом приближении) теорию ординарных пуассоновских потоков точек со случайными расстояниями от фазового центра [27, 28].

Мощность рассматриваемого одномерного потока μ_{1D} больше μ_{3D} – мощности исходного пуассоновского потока в пространстве. Причем $\mu_{1D} = (1/\sqrt{3})\mu_{3D}$ или $\mu_{1D} = 0.58\mu_{3D}$. Точки, как в пространстве, так и на оси будут располагаться дискретно до тех пор, пока $\mu_{1D} > D$. Допустим, в кубическом метре пространства имеется концентрация частиц N = 500 м⁻³, тогда среднее расстояние между ними $\mu_{3D} = 0.126$ м или $\mu_{3D} \approx 63$ ·D. Среднее



Рис. 4. Иллюстрация формирования ординарного 1Dпотока на основе разреженного 3D потока.

расстояние на оси $\mu_{1D} \approx 0.073$ м или $\mu_{1D} \approx 36.5$ ·D. Это указывает на высокую вероятность ординарности такого потока.

Можно сказать, что в простейшей модели мы имеем «рассеяние на вероятности» попадания частицы в тот или иной слой, который не может содержать более одной частицы в один момент времени. Экспоненциальный характер распределения расстояния между частицами на оси в статистических парах этой модели (распределение Эрланга) переходит в известный экспоненциальный закон (распределение Рэлея) флуктуаций интенсивности обратного рассеяния.

Дальнейшее уменьшение μ_{3D} – среднего расстояния в пространстве будет влиять на уменьшение μ_{1D} – среднего расстояния между точками потока на оси, так что рано или поздно среднее значение расстояния между фазовыми центрами ближайших соседей (при рассмотрении вдоль оси распространения) станет сравнимо с D – диаметром частиц. Как следует из (3') в этом случае флуктуации распределения микрочастиц в пространстве образуют непрерывный континуум.

Учитывая, что микрочастицы плотно сгруппированы в макрочастицы, распределение рассеивающих центров в пространстве можно представить в виде всплесков (импульсов) соответствующих макрочастицам. Тогда случайный процесс флуктуаций концентрации рассеивающих центров вдоль оси может быть описан с использованием теории импульсных случайных процессов. Корреляционная функция флуктуаций может быть записана:

$$C(\ell) = k \cdot d \cdot \exp\left(-\frac{1}{D}\ell\right)$$

где *l* – пространственная переменная,

D – размер частицы,

k – некоторый коэффициент.

Дистанция корреляции рассматриваемого процесса совпадает с диаметром частицы D. Наличие конечной дистанции корреляции можно рассматривать, как основание для введения оптимального интервала дискретизации при усреднении по пространству. Иными словами, размер частицы может выступать как оптимальная толщина рассеивающего слоя в слоистых моделях рассеяния. Отметим, что подобные, слоистые модели для описания рассеяния обсуждаются в течение почти пятидесяти лет. Однако, в отношении оптимальной ширины слоя в таких моделях до сих пор нет единого мнения [29-31].



Рис. 5. Отношение корреляционных интегралов, без учета резонансных эффектов (а) и коэффициент β, показывающий изменение поперечного сечения рассеяния частицы диаметра D с учетом резонансных эффектов Ми по сравнению с её геометрическим поперечным сечением (б). Графики приведены в полулогарифмическом масштабе для различных диаметров частиц D и длин волн зондирующего излучения λ. а) 1 – 10/6 см; 2 – 10/3 см; 3 – 10/1.5 см; 4 – 10/0.8 см. б) 1 - 0.8 см; 2 – 3 см; 3 – 6 см

В целом, если распределение микрочастиц можно считать непрерывным, то нет оснований, препятствующих использованию корреляционного интеграла при расчете величины обратного рассеяния:

$$P = k \cdot d \cdot \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{D}\ell\right) \cos\left(\frac{8\pi}{\lambda}\ell\right) d\ell$$

Корреляционной функции у непрерывного гармонического сигнала, нет но можно говорить о корреляционной функции гармонического заполнения импульса конечной длительности. Ниже этот факт для простоты будет опущен.

На Рис.5 приведено отношение корреляционных интегралов для различных длин волн и рассеивателей с различным диаметром. На том же рисунке показан коэффициент изменения поперечного сечения одиночного рассеивателя из-за резонансных эффектов Ми. Из приведенных данных можно судить о влиянии резонансных эффектов, связанных с дифракцией на сфере и сравнить их с влиянием корреляционного интеграла при зондировании осадков.



Рис. 6. Иллюстрация условий для начала формирования неординарного 1D-потока на основе разреженного 3D потока.

Для сантиметровых волн влияние резонансных эффектов не превышает одного децибела. В то же время, отношение корреляционных интегралов для 10-ти и 3-х см стремиться к 10 дБ, принимая значение 2 дБ для частиц диаметром один миллиметр и 5 дБ для двухмиллиметровых капель. Таким образом, если концепции корреляционного интеграла применимы, то хорошо калиброванный радиолокатор будет показывать разные значения мощности поля рассеянной назад в дождях даже на двух длинах волн, которые соответствуют классической рэлеевской дифракции на гидрометеорах. Этот факт открывает возможности получения дополнительной информации при интерпретации результатов многоволновых измерений даже проведенных в рэлеевском интервале длин волн зондирующего излучения.

В качественном смысле границу применимости концепции корреляционного интеграла иллюстрирует Рис. 6. Когда количество частиц, умноженное на их размер, превышает продольный размер рассеивающего объема, то вероятность сливания микрочастиц в единое поле при «схлопывании» трех изменений пространства к одному

изменению, совпадающему с направлением распространения электромагнитной волны, возрастает.

Использованное нами в простейшей модели соотношение $\mu_{1D} = (1/\sqrt{3})\mu_{3D}$ справедливо только для равномасштабного рассеивающего объема. Наличие выделенного направления (направления распространения) вносит в модель анизотропию. Этот чрезвычайно важный вопрос заслуживает отдельного рассмотрения. Тем не менее, идеи, изложенные выше, позволяют проделать один важный мысленный эксперимент. Он заключается в рассмотрении нескольких кубических объемов рассеяния, поставленных один на другой поперек направления распространения или следующих друг за другом вдоль оси распространения. Можно отметить принципиально различное влияние продольных и поперечных масштабов на значение μ_{1D} . Рост поперечного масштаба рассеивающего объема (при неизменной концентрации частиц) в пространстве приводит к пропорциональному росту μ_{1D} .

Таким образом, при достаточно широких диаграммах направленности модель среды может изменяться с увеличением дистанции зондирования. Этот результат существенно отличается от распространенной в настоящее время практики использования единой модели для всех дистанций зондирования. В качественном смысле, это означает, что «действующая» в модели концентрация частиц может быть намного выше реальной. Разреженные среды в «сплюснутых» рассеивающих объемах могут вести себя, как более плотные. Расчеты показывают, что даже такой объект, как дождь при его зондировании в объемах, соответствующих современным погодным радиолокаторам, может описываться с использованием корреляционного интеграла, несмотря на то, что является классической разреженной средой.

Выводы

Предложено разложение красного распределения на составляющие Эрланга. Разложение позволяет применить альтернативную методику статистического усреднения корреляционного члена векторной суммы полей, рассеянных на отдельных частицах (рэлеевской суммы). В свою очередь, новая методика усреднения позволяет провести анализ величины остаточного члена рэлеевской суммы в зависимости от отношение ℓ/λ и тем самым более строго определить область применимости известных соотношений рэлеевского рассеяния в терминах частотно-пространственно-временных ограничений.

С использованием разложения рэлеевской суммы на составляющие Эрланга показано, что рассеяние, которое в настоящее время описывается классической рэлеевской моделью подразумевает подразделение на два типа моделей рассеяния (см. модели А и В на Рис. 7.).

Граница применимости классического рассеяния Рэлея (называемой выше «рассеянием на вероятности») описана в терминах N – количества и D – размера частиц вместо широко используемого в настоящее время отношения ℓ/λ . Таким образом, отношению ℓ/λ можно дать качественную интерпретацию с использованием «новых» параметров. В частности, можно полагать, что параметр λ в вышеуказанном эмпирическом соотношении отражал эффект, который теперь, в рамках предлагаемых моделей, описывает корреляционный интеграл. Параметр ℓ являлся прямым аналогом N.

С использованием N – количества и D – размера частиц показано, что область применимости классических положений Релея должна быть существенно уже, чем это подразумевается в настоящее время. По мере роста количества частиц N растет вероятность формирования непрерывного распределения рассеивателей в пространстве

вдоль направления распространения электромагнитной волны, что открывает дополнительные возможности для моделирования обратного рассеяния.

Исходя из физического смысла модели «рассеяния на росте среднего» предложено в расчете мощности обратного рассеяния использовать корреляционный интеграл. Проведены оценки влияния «эффекта корреляционного интеграла» на мощность

обратного рассеяния в условиях, характерных метеорологической лля радиолокации. Полученные оценки указывают на то, что правильно калиброванный и юстированный в пространстве многоволновый инструмент дистанционного зондирования лолжен регистрировать измеримую разницу В мощностях рассеянного поля даже при использовании двух классических рэлеевских Иными словами. ллин волн. среды, соответствующие модели «рассеяния на росте среднего» и сформированные различными по размеру дискретными частицами, должны различаться при синхронном двухволновом зондировании. В то же время результаты одноволнового зондирования тех же самых невозможно будет сред отличить OT ожидаемых в рамках классической теории рассеяния без рэлеевского привлечения априорной информации среде. Этот 0 результат указывает на возможность





получения дополнительной информации из объема зондирования при использовании нескольких рэлеевских длин волн зондирующего излучения, информационный потенциал которых в настоящее время считается одинаковым.

Анализ факторов, влияющих на положение границы между выделенными типами рассеяния, указывает на то, что пороговые концентрации рассеивающих частиц, требуемые для перехода от одной модели рассеяния к другой (при заданном D-размере частиц) должны зависеть от геометрии рассеивающего объема. Последняя – при достаточно широких диаграммах направленности – может существенно изменяться вдоль дистанции зондирования. Замена «дифракции Рэлея» на «дифракцию Ми» при неизменной статистической составляющей моделей рассеяния позволяет выделить еще два типа моделей рассеяния (см. модели С и D на Рис. 7). Их анализ выходит за рамки настоящей статьи.

На границах смены типа дифракции модели рассеяния могут потребовать соответствующей корректировки. Вполне вероятно, что в этой области можно наблюдать проявление «групповых эффектов», которые связанны с резонансными свойствами релеевской суммы.

Обоснован оптимальный размер рассеивающего слоя в слоистых моделях рассеяния [29-31]. Относительно этой величины выдвигаются различные гипотезы без соответствующего обоснования. Однако, этот результат с большой вероятностью потребует дальнейшего уточнения с учётом данных о спектральной чистоте зондирующего излучения.

Литература

1. Lord Rayleigh, Phil. Mag. 47, 375–384, (1899).

2. B. Fitch, A first course in atmospheric radiation, Grant William Petty, 2006

3. C. A. Knight, L. J. Miller. Early Radar Echoes from Small, Warm Cumulus: Bragg and Hydrometeor Scattering, J. Atm. Sci., vol. 55, 18, 1998.

4. A. R. Jameson, A. B. Kostinski, Direct Observations of Coherent Backscatter of Radar Waves in Precipitation. J. Atm. Sci., vol. 67, 9, 2010

5. E. Hecht, Optics, 4th ed. Addison-Wesley, New York, 2001, p. 90.

6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теоретическая физика. Том VIII. Электродинамика сплошных сред./под ред. Л. Питаевского – М. Физматлит, 2003. – с. 610.

7. A. Einstein, "The theory of opalescence of homogeneous fluids of liquid mixtures near the critical state," in Collected Papers of Albert Einstein, Vol. 3, The Swiss Years: Writings, 1909-1911, edited by M. J. Klein, A. J. Kox, J. Renn, and R. Schulmann Princeton U. P., Princeton, 1994, pp. 231-249. (А. Эйнштейн, Собрание научных трудов в четырех томах. Том III. - М., "Наука", 1965-1967. - с. 216-237.)

8. C. F. Bohren and E. E. Clothiaux, Fundamentals of Atmospheric Radiation, 3rd ed.Wiley, Weinheim, 2006, p. 153.

9. A. G. Rojo, P. R. Berman, Am. J. Phys. 78 (1), 2010.

10. A. T. Young, "Rayleigh scattering," Phys. Today 35(1), 42–48, 1982.

11. B. Wen, L. Tsang, D. P. Winebrenner, A. Isimary, Dense Medium Radiative Transfer Theory: Comparison With Experiment and Application to Microwave Remote Sensing and Polarimetry. IEEE Trans. on Geosciense ans Remote Sensing, vol. 28, No 1, 1990.

12. Y. Kuga and A. Ishimaru, "Retroreflectance from a dense distribution of particles," J. Opt. Soc. Amer., vol. 1, pp. 831-835, 1984.

13. A. G. Gorelik, S. F. Kolomiets, "Radio Waves Scattering on Distributed Scatters and Stochastic Approaches in Radar Meteorology" (in Russian), Scientific miscellany of Moscow State University of Civil Aviation, 117, (2006).

14. Gorelik A. G., Kolomiets S. F., "The Study of Dynamic Processes in Clouds and Rain by Means of Multiwavelength Doppler Radar", Proc. of the Fourth World Congress "Aviation in the XXI-st century", V.2, p. 22-11 - 22-15. September 21-23, 2010 Kyiv, Ukrain.

15. Gorelik A. G., Kolomiets S. F., Rayleigh Scattering Revised. Proceedings of the Fifth World Congress "Aviation in the XXI-st century", V.2 "Safety in Aviation and Space Technologies", p.p. 3.7. 13 - 3-7-21. September 25-27, 2012 Kyiv, Ukraine.

16. T. M. Nagao, K. Suzuki, T. Y. Nakajima, Interpretation of Multiwavelength-Retrieved Droplet Effective Radii for Warm Water Clouds in Terms of In-Cloud Vertical Inhomogeneity by Using a Spectral Bin Microphysics Cloud Model, J. Atm. Sci. V. 70,8, 2013.

17. S. Lolli, E. J. Welton, J. R. Campbell, Evaluating Light Rain Drop Size Estimates from Multiwavelength Micropulse Lidar Network Profiling, J. Atm. Ocean. Tech. V 30, 12 2013.

18. H. C. van de Hulst, Light Scattering by Small Particles, Wiley, New York (1957).

19. V. A. Babenko, L. G. Astafyeva, V. N. Kuz'min, Electromagnetic Scattering in Disperse Media: Inhomogeneous and Anisotropic, Springer, 2003.

20. A. Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media, Volume I: Single scattering and transport theory; Volume II: Multiple scattering, turbulence, rough surfaces and remote sensing, 572 pages, Academic Press, New York, 1978.

21. A. Ishimaru, Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering, 637 pages, Prentice Hall, New Jersey, 1991.

22. L. Tsang, J. Kong, K. Ding, Scattering of Electromagnetic Waves, Theories and Applications, 445 p., Willey, 2000.

23. Лорд Рэлей, Волновая теория света: Пер. с англ./ Под ред. и с прим. М. А. Дивильковского – М.: Едиториал УРСС, 2004 – 208 с.

24. K. Shifrin, Light Scattering in Turbid Media [in Russian], Nauka, Moscow (1951) (NASA Tech. Trans. TT F-447,1968, Washington:NASA).

25. Cox, D.R., Renewal Theory. Methuen, London

26. Кендалл М., Моран П., Геометрические вероятности Наука, 1972 194 с.

27. Хинчин А. Я. О пуассоновских потоках случайных событий. В сб. «Работы по математической теории массового обслуживания». Физматгиз, 1963.

28. Хинчин А. Я. Потоки случайных событий без последействия. В сб. «Работы по математической теории массового обслуживания». Физматгиз, 1963.

29. Threshold Signals, ed. by J. L. Lawson and G. E. Uhlenbeck, McGraw-Hill, (1950).

30. Propagation of Short Radio Waves, ed. by D. E. Kerr, McGraw-Hill, (1951).

31. B. S. Yurchak, "Assessment of the Contribution of Small-scale Correlated Fluctuations of Water Content to Radar Backscatter from Clouds and Rain," in Problems of Cloud Physics, Collected Papers, Memorial Issue Dedicated to Prof. S.M. Shmeter (GU "NITs Planeta," Moscow, 2008).

32. Бакулев П. А., Степин В. М. Методы и устройства селекции движущихся целей. – М.: Радио и связь, 1986. – 288 с.

33. Фельдман Ю. И. Гидаспов Ю. Б., Гомзин В. Н. Сопровожение движущихся целей. – М.: Сов. Радио, 1978. – 287 с.

34. Рожин Ф.В., Тонаканов О.С. Общая гидроакустика. Изд-во: Моск. Университета, 1988. – 160 с.

35. Колчинский В. Е., Мандуровский И. А., Константиновский М. И. Доплеровские устройства си системы навигации. – М.: Сов. Радио, 1975. – 430 с.

36. Жуковский А. П., Оноприенко Е. И., Чижов В. И. Теоретические основы радиовысотометрии. – М.: Сов. Радио, 1979. – 320 с.

Радиолокационные станции обзора земли/ Г. С. Кондратенков, В. А. Потехин, А. П. Реутов, Ю. А. Феоктистов, под ред. Г. С. Контратенкова.–М. : Сов. Радио, 1983. – 273 с.
 Радиолокационные методы исследования Земли/ Ю. А. Мельник, С. Г. Зубкович, В. Д. Степаненко и др.; Под ред. Ю. А. Мельника. – М.: Сов. Радио, 1980. – 264 с.

39. Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии. – Л.: Гидрометеоиздат, 1973. – 343 с.

40. Булкин В. В., Щукин Г. Г. Метеорологические пассивно-активные радиолокационные системы. – Муром: Издательско-полиграфический центр Муромского института ВлГУ, 2009. – 166 с.

41. Загородников А. А. Радиолокационная съемка морского волнения с летательных аппаратов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1978. – 239 с.

42. Чернов Л. А. Волны в случайно неоднородных средах. – М.: «Наука», 1975. – 166 с.

43. Горелик А. Г., Коломиец С. Ф. Рассеяние радиоволн разреженной средой и статистическая радиометеорология Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 137, 2006.

44. Kropfli R.A., Matrosov S. et al., Cloud Physics Studies With 8-mm Wavelength Radar. // Jounal of Atmospheric Research, V.35, pp.299-319, 1995.

45. Коломиец С. Ф. Интерпретация результатов радиолокационных измерений в дождях с использованием обобщенного мультипликативного коэффициента Z-R соотношения. Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 137, 2006.

46. Коломиец С. Ф. Интерпретация Z-R соотношения в дождях на конечных периодах времени измерения с учетом условий рассеяния Ми. Успехи современной радиоэлектроники, 12, 2007.