

## Содарные исследования динамики нижней атмосферы

Н. П. Красненко<sup>1,2</sup>, Л. Г. Шаманаева<sup>3</sup>, В. А. Симахин<sup>4</sup>, О. С. Черепанов<sup>4</sup>,  
О. Ф. Капегешева<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, 634055, г. Томск, пр. Академический, 10/3

<sup>2</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40

<sup>3</sup>Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, 634055, г. Томск, пл. Академика Зуева В.Е., 1

<sup>4</sup>Курганский государственный университет, 640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25

<sup>5</sup>Томский государственный университет, г. Томск, пр. Ленина, 36, E-mail:  
krasnenko@imces.ru; sima@iao.ru; sva\_full@mail.ru; ocherepanov@inbox.ru;  
kapegesheva\_o\_@mail.ru

*Представлены результаты мини-содарных измерений высотных профилей вектора скорости ветра в слое 5–200 м. Анализ результатов показал, что аналитические аппроксимации вертикального профиля горизонтальной скорости ветра возможны для нейтральной и неустойчивой стратификаций атмосферы. Довольно хорошо они описываются логарифмически-степенной зависимостью. Найдены константы аппроксимации и оценены погрешности их использования. Векторное представление позволяет визуализировать пространственно-временную динамику поля ветра в атмосферном пограничном слое, в частности, оценить форму и размеры струйных течений и сдвига ветра в них. Приведены результаты исследований статистических закономерностей пространственно-временной динамики дисперсии трех компонентов скорости ветра. Проведен анализ данных с использованием робастных непараметрических методов на основе взвешенного метода максимального правдоподобия и классических методов. Получены законы распределения для каждой компоненты скорости ветра.*

*Results of minisodar measurements of vertical profiles of the wind velocity vector in the layer 5–200 m are presented. An analysis of the results demonstrates that analytical approximations of the vertical profile of the horizontal wind velocity component are possible for neutral and unstable atmospheric stratifications. They are fairly well described by a logarithmic law. Constants of approximation are determined and errors of their application are estimated. The vector representation allows spatiotemporal dynamics of the wind velocity field in the atmospheric boundary layer to be visualized, in particular, the shapes and dimensions of jet flows and wind shear in them to be estimated. Statistical regularities of the spatiotemporal dynamics of three wind velocity components are investigated. The sodar data are analyzed using methods of robust nonparametric statistics based on the weighted maximum likelihood method and classical methods. Distribution laws are obtained for each wind velocity component.*

Исследования структуры и динамики атмосферного пограничного слоя (АПС) имеют как фундаментальное, так и прикладное значение. Скорость ветра является наиболее изменчивым метеорологическим параметром атмосферы. Важны знания как о вертикальных профилях скорости ветра, так и о динамике их изменений. Также большую роль в атмосферных процессах играют вертикальные движения. Оперативные данные о профилях скорости ветра нужны для уточнения краткосрочных прогнозов погоды, прогноза состояния воздушного бассейна различных районов (оценки концентрации и переноса загрязнений), метеорологического обеспечения работы аэропортов (прежде всего для определения сдвига ветра с целью обеспечения безопасности взлета и посадки самолетов) и др. Если в приземном слое атмосферы измерения профилей скорости ветра достаточно хорошо отработаны прежде всего с

помощью невысоких метеомачт с расположенными на них датчиками и существуют модели поведения ветра, то в пограничном слое все сложнее. Для приземного слоя разработана теория подобия Монина–Обухова, согласно которой профили скорости ветра, как и других метеорологических величин, определяются через универсальные функции, зависящие от типа стратификации атмосферы и шероховатости подстилающей поверхности. Профиль ветра в АПС зависит ещё и от скорости геострофического ветра (условий в свободной атмосфере). Построение общей теории АПС, аналогичной вышеупомянутой для приземного слоя, довольно затруднительно из-за многофакторности зависимостей.

Для измерения вертикальных профилей скорости ветра и построения на их основе теории АПС и расчетных моделей ранее в основном использовались высотные метеорологические мачты, оснащенные метеорологическими датчиками на нескольких высотных уровнях. Однако они не обеспечивают высокого пространственного разрешения и, следовательно, не фиксируют тонкую структуру ветрового поля в АПС. Также ввиду стационарности они проводят измерения в условиях фиксированной подстилающей поверхности.

Для оперативных измерений характеристик ветрового поля в АПС больше подходят средства дистанционного зондирования с использованием радио, оптических и акустических волн. Причем акустическое зондирование здесь представляется наиболее предпочтительным. Обладая более высокими возможностями по пространственному разрешению, оно позволяет исследовать тонкую структуру АПС [1–3]. Сильное взаимодействие звуковых волн с атмосферой (например, показатель преломления звуковых волн примерно в  $10^6$  раз больше, чем для оптических волн), возможность получения информации в реальном масштабе времени круглосуточно, с существенно большим пространственным и временным разрешением, делают акустические локаторы уникальным инструментом для исследования пограничного слоя атмосферы. А применение высокочастотных моностатических трехкомпонентных доплеровских локаторов (мини-сонаров) для измерения вектора скорости ветра позволяет получать длинные временные ряды непрерывных наблюдений с высоким пространственным (до нескольких метров) и временным разрешением (статистически надежные профили скорости ветра доступны с осреднением, как правило, от 10 до 30 мин) и анализировать их пространственно-временную динамику. Это позволяет использовать мини-сонары в качестве удобного инструмента для оперативных измерений и основы для последующей разработки моделей поведения скорости ветра в АПС.

В докладе, на основе работ авторов [1–3], представлены результаты обработки измерений моностатического доплеровского мини-сонара с рабочей частотой 4900 Гц, длительностью импульса излучения 60 мс, и периодом послылки зондирующих импульсов 4 с. Излучение последовательно посылалось и принималось в трех направлениях – вертикальном и наклонных – под углами  $\alpha = 14^\circ$  к вертикали в двух взаимно ортогональных плоскостях. Измерялись три компонента вектора скорости ветра. Их высотные профили  $V_x(z_k)$ ,  $V_y(z_k)$  и  $V_z(z_k)$  вычислялись по доплеровским сдвигам частот  $f_{1D}(z_k)$ ,  $f_{2D}(z_k)$ ,  $f_{3D}(z_k)$  соответственно в трех каналах (излучения и приема)

$$\begin{aligned} V_z(z_k) &= \frac{c}{2f_0} f_{1D}(z_k), V_1(z_k) = \frac{c}{2f_0} f_{2D}(z_k), V_2(z_k) = \frac{c}{2f_0} f_{3D}(z_k), \\ V_x(z_k) &= \frac{1}{\sin \alpha} [V_1(z_k) - V_z(z_k) \cos \alpha], V_y(z_k) = \frac{1}{\sin \alpha} [V_2(z_k) - V_z(z_k) \cos \alpha]. \end{aligned} \quad (1)$$

Зондирование осуществлялось в диапазоне высот 5–200 м. Определялись компоненты скорости ветра в 40 строках  $z_k$  вертикальной протяженностью  $\Delta z = 5$  м. Обработывались серии из 150 профилей, что обеспечивало усреднение данных за 10-минутный период измерения. В докладе представлены результаты обработки и анализа мини-содарных данных за 6 суток измерений, проведенных в осенний период с 12 по 17 сентября. Погода была сухая, теплая, солнечная. Подстилающая поверхность была ровной, без высокой растительности.

В качестве примера на рис. 1 представлена почасовая полусуточная динамика  $x$ - и  $y$ -компонентов скорости ветра и средней горизонтальной скорости ветра, измеренных 13 сентября с 11:00 до 11:10 (а), с 13:00 до 13:10 (б), с 15:00 до 15:10 (в), с 18:00 до 18:10 (г), с 20:00 до 20:10 (д), и с 22:00 до 22:10 (е) местного времени. В этот день, в отличие от других, фиксировались довольно гладкие профили горизонтальной скорости ветра, хотя в целом наблюдается нестационарность происходящих в АПС процессов, которая в первую очередь обусловлена суточным ходом приходящей солнечной радиации. Из рисунка видно, что средняя скорость ветра  $V_{av}(z)$  растет с высотой  $z$ , при этом начиная с 18 часов, ее рост замедляется. Изменчивость скорости ветра в течение суток связана с изменением характера стратификации АПС. При этом в нижнем слое максимальные скорости ветра отмечаются в околополуденные и послеполуденные часы, в верхних слоях в указанные часы наблюдаются минимальные скорости ветра.

Полученные высотные профили средней горизонтальной скорости ветра хорошо аппроксимируются логарифмически-степенной зависимостью

$$V_{av}(z) = \left( \frac{\ln(z)}{A} \right)^{1/N} . \quad (2)$$

Соответствующая аппроксимация показана пунктиром на рис. 1. В имеющихся моделях, разработанных для нейтральной стратификации АПС (прежде всего при сильных ветрах, в послеобеденное время, в пасмурную погоду), как правило, используется логарифмический закон изменения скорости ветра с высотой. Более общей формой является простой степенной закон, где параметр этого закона должен задаваться с учетом стратификации АПС, скорости ветра на высоте 10 м, шероховатости подстилающей поверхности, и толщины рассматриваемого слоя атмосферы.

Погрешности аппроксимации оценивались следующим образом. Определялось среднеквадратичное отклонение по формуле:

$$CKO = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_i - V_{avi})^2} . \quad (3)$$

Максимальная абсолютная погрешность определялась по формуле:

$$M = \max_{i=1, N} |V_i - V_{avi}| , \quad (4)$$

где  $V_i$  - измеренное значение скорости, а  $V_{avi}$  - аппроксимационное.

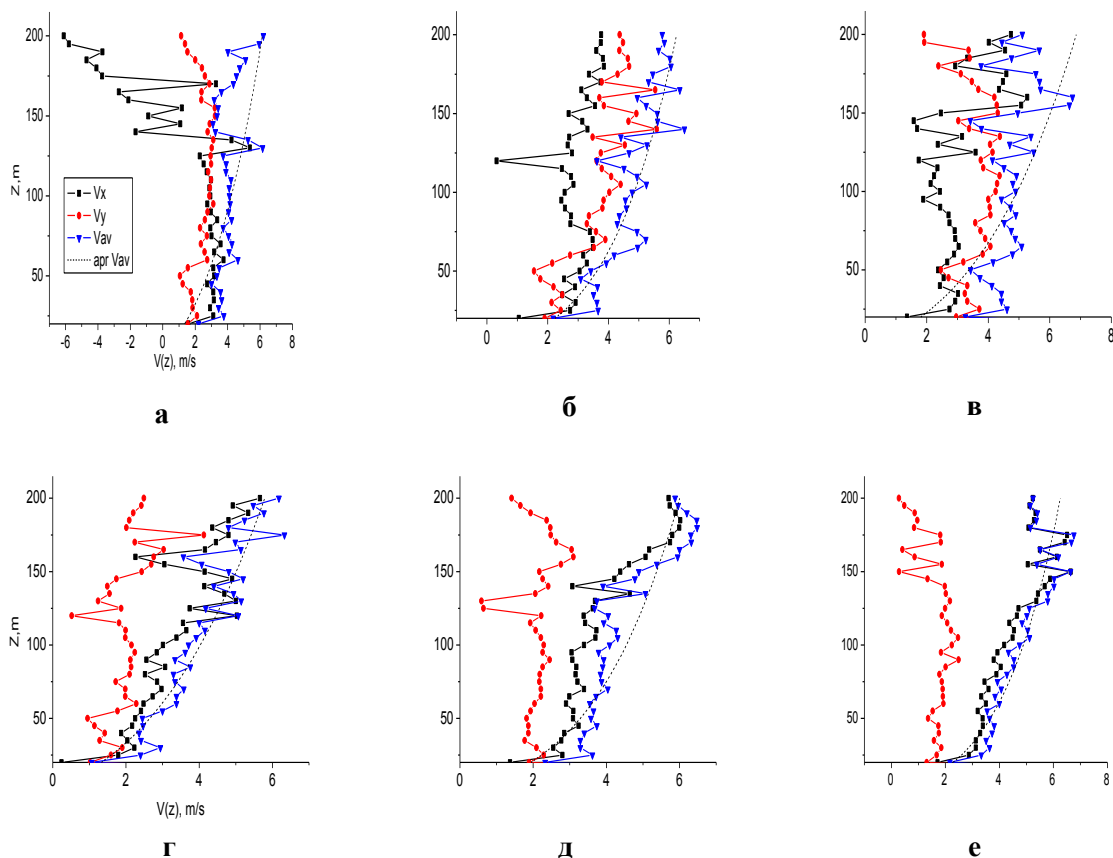
Найдено, что формула (2) удовлетворительно описывает полусуточную динамику средней горизонтальной скорости ветра; максимальная погрешность аппроксимации соответствует профилю, измеренному с 21:00 до 21:10.

На рис. 2 приведена соответствующая полусуточная динамика вертикального компонента скорости ветра. Аппроксимация производилась полиномом третьей степени:

$$V_z(z) = Bz^3 + Cz^2 + Dz + E . \quad (5)$$

Константы аппроксимации рассчитаны в [1]. Из рис. 2 видно, что  $V_z$  отрицательна во время измерений, что свидетельствует о движении воздушных масс в направлении от подстилающей поверхности. Кроме того, на профиле вертикального компонента

скорости ветра отчетливо прослеживается минимум, высота которого варьирует от 70 до 150 м на протяжении измерений.

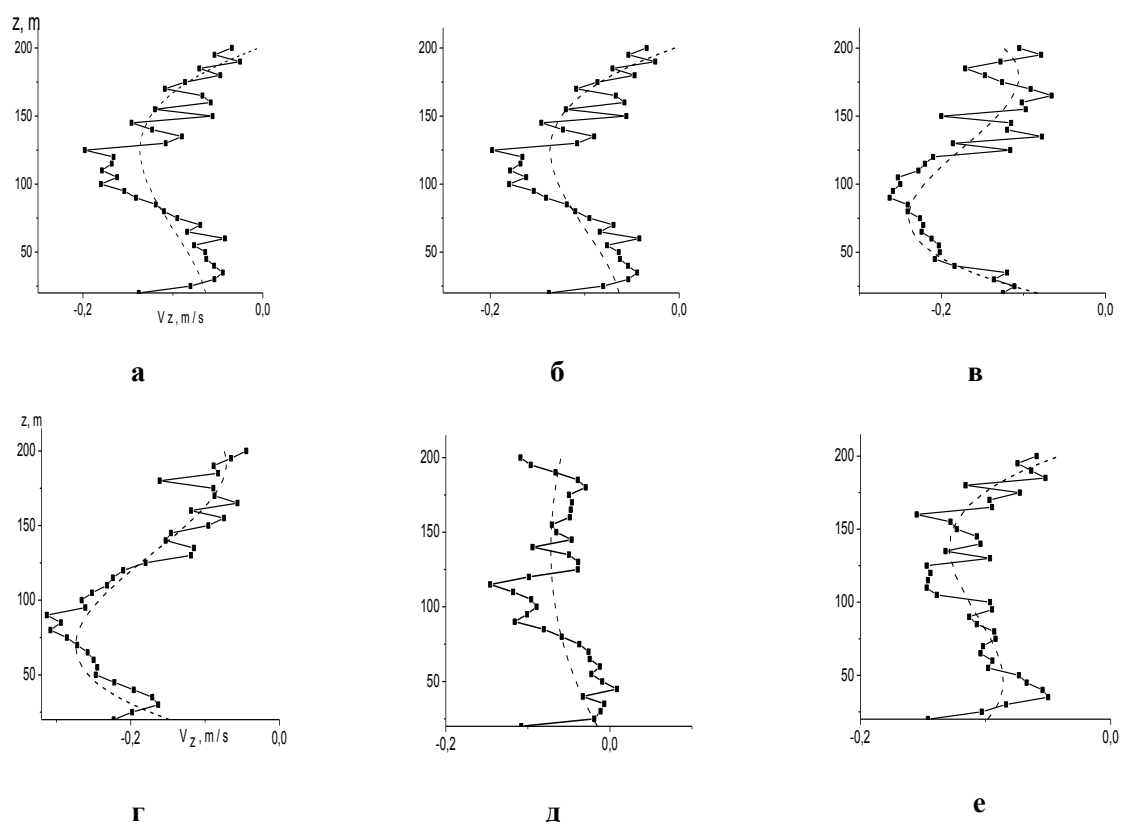


**Рис. 1. Полусуточная динамика  $V_x$  (прямоугольники) и  $V_y$  (ромбики) компонентов скорости ветра и средней горизонтальной скорости ветра  $V_{av}$  (треугольники) по результатам мини-содарных измерений в течение одного дня 13 сентября**

Рассчитаны погрешности аппроксимации вертикального компонента скорости ветра. Максимальная погрешность аппроксимации соответствует профилю, измеренному с 20:00 до 20:10. Формула (5) удовлетворительно описывает полусуточную пространственно-временную динамику вертикального компонента скорости ветра.

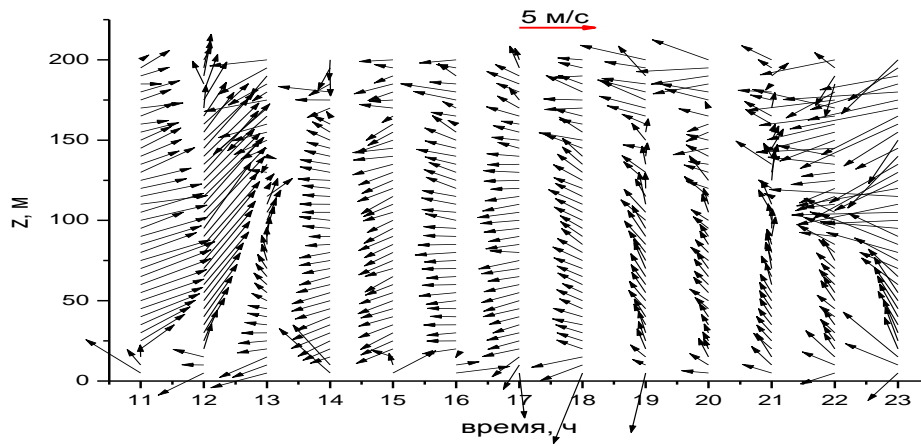
На рис. 3, *a* и *б* в векторном представлении показана полусуточная пространственно-временная динамика горизонтальной скорости ветра по результатам мини-содарных измерений 14 и 16 сентября. Из рис. 3, *a* видно, что в 11 часов местного времени, вертикальное распределение скорости ветра было достаточно однородным, с преимущественным северо-восточным направлением, и сохранялось во всем диапазоне высот зондирования. При этом  $V_h$  вначале росла с высотой, и ее максимальное значение  $V_h$  фиксировалось на высоте 75 м. Затем она плавно уменьшалась с высотой  $z$ . Это характерно для устойчивой стратификации (при наличии температурной инверсии). У верхней границы инверсии профиль скорости ветра имеет струеобразный характер. Инверсия поднимается и далее распадается. Стратификация переходит в неустойчивую, а в послеобеденное время – в нейтральную. В 12 часов местного времени, достаточно равномерное распределение  $V_h$  сохранялось до высоты  $z = 175$  м,

скорость ветра также росла с высотой. В 13 часов местного времени, северо-восточное направление  $V_h$  сменилось на юго-западное, и оно сохранялось практически до 17 часов. В 18 часов направление горизонтального ветра поменялось на северо-западное; высота верхней границы струи в приземном слое со временем уменьшалась, и составила 75 м в 23:00. Следует отметить, что к ночи опять образуется устойчивая стратификация атмосферы и наблюдаются сильные струйные течения ветра на высотах 100 и 160 м. Общая картина закономерностей поведения  $V_h$  указывает на наличие конвективной ячейки Бенара–Рэля, наблюдающейся над более теплой подстилающей поверхностью в период проведения измерений. Как видно из результатов измерений, построение какой-то одной простой модели поведения скорости ветра для различных состояний АПС весьма затруднительно.

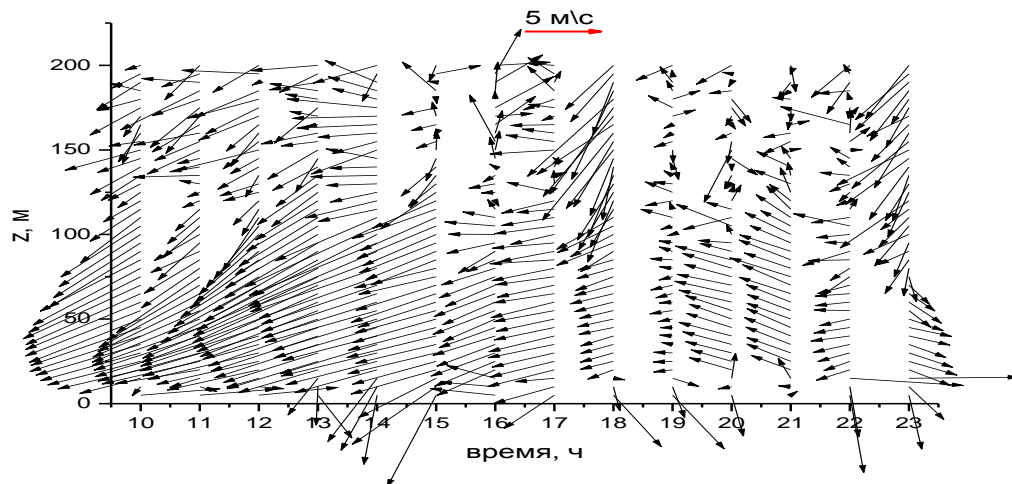


**Рис. 2. Полусуточная динамика вертикального компонента скорости ветра по результатам мини-содарных измерений в течение одного дня 13 сентября**

По данным измерений за 16 сентября ветер была более сильным, особенно в нижнем 100-метровом слое. Здесь прослеживается увеличение высоты максимума  $V_h$  с 45 м в 10:00 до 100 м в 14:00. Это также связано с подъемом ночной приземной температурной инверсии. В профиле скорости ветра отчетливо наблюдается наличие такого опасного для авиации явления, как сдвиг ветра. В 18:00 юго-западное направление струйного течения сменилось на северо-западное, высота струи вначале выросла со 100 м в 20:00 до 125 м в 21:00, а затем уменьшилась до 75 м в 22:00. К 23 часам направление ветра сменилось на юго-восточное, и он стал менее сильным. Нерегулярное поведение скорости ветра в нижнем 25-метровом слое можно объяснить влиянием шероховатости подстилающей поверхности и ее неравномерным прогревом.



а



б

**Рис. 3. Почасовая полусуточная пространственно-временная динамика горизонтальной скорости ветра по результатам мини-сонарных измерений 14 и 16 сентября. Ориентация: вверху – север, слева - запад**

Таким образом, проведенные мини-сонаром измерения профилей вектора скорости ветра показали на его большую эффективность для контроля тонкой структуры АПС, выявления струйных течений и обнаружении сдвига ветра. Анализ результатов измерений показал, что аналитические аппроксимации вертикального профиля горизонтальной скорости ветра возможны для нейтральной и неустойчивой стратификаций атмосферы. Довольно хорошо они описываются логарифмически-степенным законом, что отмечалось и раньше по данным измерений скорости ветра на высотных метеомачтах. При устойчивой стратификации атмосферы и особенно при наличии приподнятых температурных инверсий, такую аппроксимацию сделать проблематично без знания других дополнительных характеристик АПС. В этом случае необходимо проводить дополнительные измерения. Установленные физические закономерности и полученные константы аппроксимации для горизонтальной и вертикальной компонент скорости ветра позволяют описывать их почасовую дневную динамику и могут быть рекомендованы для использования в моделях АПС при проведении прогностических расчетов. Векторное представление дает возможность визуализации пространственно-временной динамики поля ветра в атмосферном

пограничном слое, в частности, позволяет оценить форму и размеры струйных течений и сдвига ветра в них.

Также анализировалась пространственно-временная динамика дисперсии трех компонентов скорости ветра. Дисперсия скорости ветра для  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -компонентов рассчитывалась по следующим формулам:

$$D_x(z_j) = \sigma_x^2(z_j) = \left\langle \left( V'_x(z_j) \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( V_{xij} - \langle V_x(z_j) \rangle \right)^2, \quad (6)$$

$$D_y(z_j) = \sigma_y^2(z_j) = \left\langle \left( V'_y(z_j) \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( V_{yij} - \langle V_y(z_j) \rangle \right)^2, \quad (7)$$

$$D_z(z_j) = \sigma_z^2(z_j) = \left\langle \left( V'_z(z_j) \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( V_{zij} - \langle V_z(z_j) \rangle \right)^2. \quad (8)$$

Здесь  $V_{xij}, V_{yij}, V_{zij}$  – значения  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -компонентов скорости ветра в  $j$ -том стробе для  $i$ -того измерения в серии, штрихами обозначены пульсации соответствующих компонентов скорости ветра, а угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций. Обработывались серии из  $N = 150$  профилей, что обеспечивало усреднение данных за 10-минутный период измерения.

Анализ высотных профилей дисперсий компонентов скорости ветра показал, что их значения растут с высотой, при этом рост  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  описывается степенным законом, а  $\sigma_z$  растет по линейному закону. Это позволило аппроксимировать высотные зависимости среднеквадратических отклонений следующими аналитическими соотношениями:

$$\tilde{\sigma}_x(z_i) = C_1 z_i^{N_1}, \quad (9)$$

$$\tilde{\sigma}_y(z_i) = C_2 z_i^{N_2}, \quad (10)$$

$$\tilde{\sigma}_z(z_i) = A + B z_i. \quad (11)$$

Погрешности аппроксимации  $i$ -того высотного профиля оценивалось по величине среднеквадратичного отклонения аппроксимированных значений  $\tilde{\sigma}_{x,i}$ ,  $\tilde{\sigma}_{y,i}$ ,  $\tilde{\sigma}_{z,i}$  от измеренных  $\sigma_{x,i}$ ,  $\sigma_{y,i}$ ,  $\sigma_{z,i}$ :

$$D_{x,i} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left( \sigma_{x,i}(z_j) - \tilde{\sigma}_{x,i}(z_j) \right)^2}, \quad (12)$$

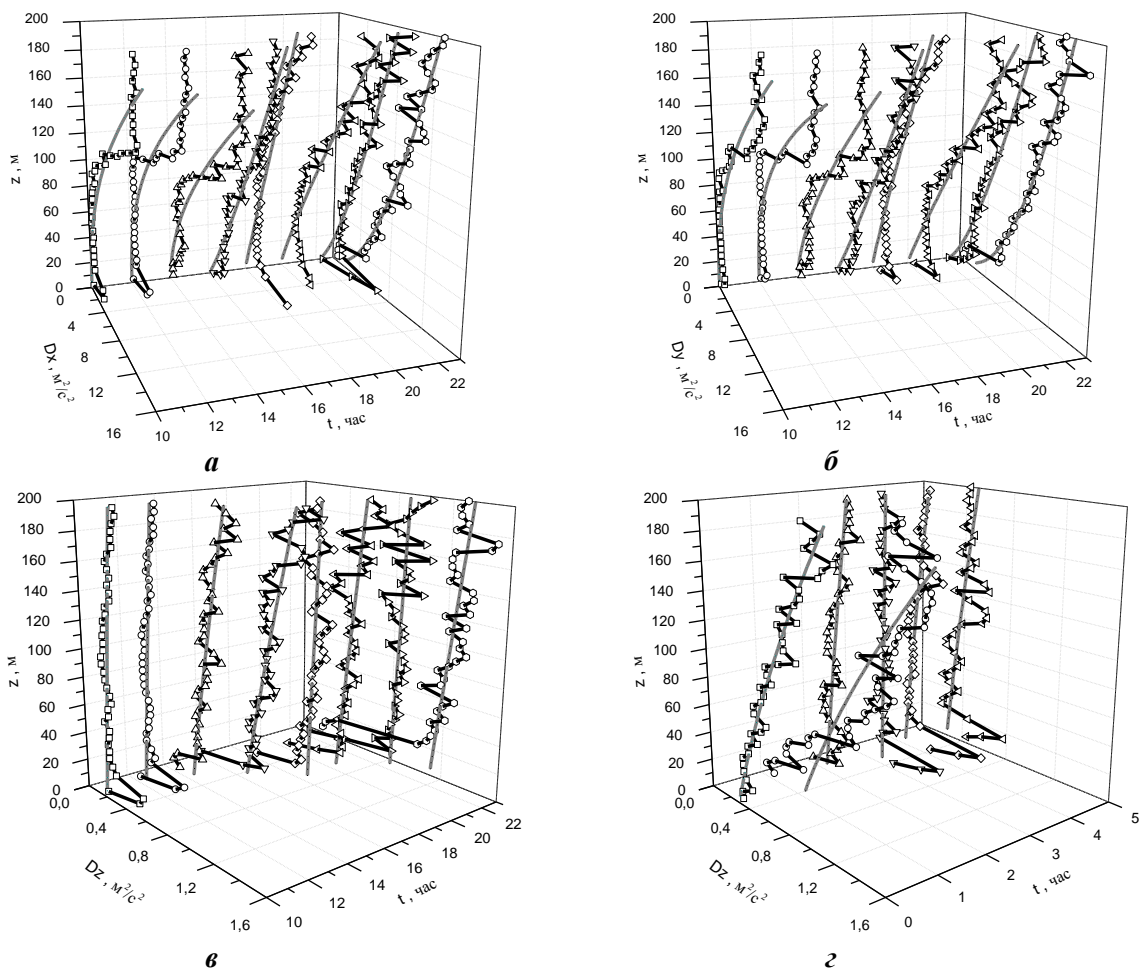
$$D_{y,i} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left( \sigma_{y,i}(z_j) - \tilde{\sigma}_{y,i}(z_j) \right)^2}, \quad (13)$$

$$D_{z,i} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left( \sigma_{z,i}(z_j) - \tilde{\sigma}_{z,i}(z_j) \right)^2}. \quad (14)$$

Для примера на рис. 4 представлена пространственно-временная динамика дисперсий  $x$ - ( $a$ ),  $y$ - ( $b$ ) и  $z$ -компонентов ( $в$ ) скорости ветра, измеренных 16 сентября с 10:00 до 23:00 местного времени. Здесь же в виде сглаженных кривых показаны результаты аппроксимации высотных зависимостей, полученные с использованием формул (9)–(11). Из рисунка видно, что дисперсия скорости ветра растет с высотой, при этом для  $x$ - и  $y$ -компонентов она лежит в интервале от  $0,001 \leq D_x, D_y \leq 10 \text{ м}^2/\text{с}^2$ , а для  $z$ -компонента  $0,001 \leq D_z \leq 1,2 \text{ м}^2/\text{с}^2$ . Рассматривая суточную динамику дисперсии следует отметить, что максимальные значения дисперсии  $x$ - и  $y$ -компонентов бывают обычно в утренние часы (в 11:00 утра местного времени). Это объясняется тем, что солнечные лучи начинают лучше прогревать поверхность земли именно в утренние часы, что приводит к усилению движения воздушных потоков и турбулентности, и как следствие, к увеличению дисперсии. Также прослеживается рост  $D_x$  и  $D_y$  в вечернее время (с 18:00

до 22:00 местного времени), что объясняется уже охлаждением земной поверхности. Наблюдается также заметный рост  $D_x$  и  $D_y$  с высотой, что согласуется с используемыми в настоящее время моделями высотного хода этих параметров, согласно которым их рост описывается степенной зависимостью.

Из рис. 4, в видно, что  $D_z$  максимальна в вечерние часы и растет с высотой, при этом до 18:00 местного времени она не имеет ярко выраженного высотного хода. На протяжении всего дня измерений, дисперсия лежала в интервале  $0,01 \leq D_z \leq 1,2 \text{ м}^2/\text{с}^2$ . В ночное время (рис. 4, г с 00:00 до 05:00 местного времени) дисперсия меньше, чем днем, и лежит в интервале  $0,001 \leq D_z \leq 0,8 \text{ м}^2/\text{с}^2$ . Сплошными кривыми на рис. 4, а–г показаны результаты аппроксимации полученных высотных зависимостей по формулам (9)–(11), при этом погрешности аппроксимации, оцененные по формулам (12)–(14) составили  $0,146 \leq D_{x,i} \leq 0,470$ ;  $0,106 \leq D_{y,i} \leq 0,588$ ;  $0,107 \leq D_{z,i} \leq 0,746$ .



**Рис. 4.** Пространственно-временная динамика дисперсии  $x$ - (а),  $y$ - (б) и  $z$ -компонентов (в) скорости ветра по результатам мини-сонарных измерений 16 сентября с 10:00 до 23:00 местного времени и  $z$ -компонента скорости ветра (г) в ночное время с 00:00 до 05:00 местного времени по результатам измерений 12 сентября. Сплошными кривыми показаны результаты аппроксимации полученных зависимостей по формулам (4)–(6)

Получены константы аппроксимации  $\sigma_{x,i}$ ,  $\sigma_{y,i}$  и  $\sigma_{z,i}$  по формулам (9)–(11) за весь период измерений. Показано, что рост  $\sigma_{x,j}$  и  $\sigma_{y,j}$  с высотой удовлетворительно описывается степенным законом, с показателем степени, изменяющимся от 0,22 до 1,3



в зависимости от времени суток. При этом обращает на себя внимание их изотропия: их статистические характеристики  $C_1$  и  $C_2$ ,  $N_1$  и  $N_2$  одинаковы в пределах погрешности аппроксимации, за исключением измерений в приземном слое 5–20 м, где существенным образом сказывается влияние подстилающей поверхности. Величина  $\sigma_z$  изменяется с высотой по линейному закону, при этом приземное значение  $\sigma_{z,i}$  определяется константой  $A$  (11), которая на протяжении измерений принимала значения  $A = 0,45–1,055$ . В условиях атмосферной стабильности (в ночное время),  $A = 0,501–0,674$ .

Высотная зависимость дисперсии z-компонента скорости ветра определяется значением константы аппроксимации  $B$  и демонстрирует значительную изменчивость. Как следует из формулы (11), при  $B < 0$  (12 сентября)  $\sigma_z$  уменьшается с высотой; при  $B > 0$  (16 сентября), она растет с высотой; при  $B$  близком к нулю (13 и 15 сентября), она остается практически постоянной. Обращает на себя внимание временной ход дисперсии z-компонента 14 сентября, а именно, наличие области минимума в 17:00 местного времени. В литературных данных также отмечалась существенная изменчивость высотного хода  $\sigma_z$ , при этом наблюдались как уменьшение, так и рост ее с высотой, а также нейтральный высотный ход,

Анализ полученных высотных профилей дисперсий трех компонентов скорости ветра показал, что рост  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  с высотой довольно хорошо описывается степенным законом, с показателем степени, изменяющимся от 0,22 до 1,3 в зависимости от времени суток, а  $\sigma_z$  изменяется по линейному закону. Найдены константы аппроксимации и оценены погрешности их использования. Установленные физические закономерности и полученные константы аппроксимации позволяют описывать высотную и суточную динамику дисперсии трех компонентов скорости ветра и могут быть также рекомендованы для использования в моделях АПС.

Закон распределения компонентов скорости ветра в общем случае неизвестен, и для его описания используются различные параметрические модели: например, Гауссова и параболическая формы распределения. Используется также модель распределения Вейбулла, которая обладает рядом преимуществ перед модельными нормальным, логнормальным, и максвелловским законами распределения скорости ветра. Для неизвестного закона распределения, эти модели могут неадекватно описывать реальное распределение скорости ветра. Большие массивы данных, получаемых содарами, требуют создания автоматических систем обработки данных, в том числе и в режиме ON-LINE с применением методов обработки и анализа на основе робастной непараметрической статистики.

Используем данный подход. Случайный вектор компонентов скорости ветра  $V(t, z) = (V_x, V_y, V_z)^T$  зависит от времени  $t$  измерения и высоты  $z$  над подстилающей поверхностью и образует случайный процесс, зависящий от параметра  $z$  (случайное ветровое поле). Случайный вектор  $V(t, z)$  определяется различными  $n$ -мерными распределениями, зависящими от большого числа факторов типа местоположения, подстилающей поверхности, времени, высоты измерения и т.д. Понятно, что построить математическую модель распределения скорости ветра в АПС на основе таких  $n$ -мерных распределений (модели которых отсутствуют) чрезвычайно сложно, если вообще возможно. Поэтому задачу декомпозируют на ряд более простых задач, на основе которых строятся частные математические модели и выносятся решения.

Фиксируют устойчивые факторы – местоположение, подстилающую поверхность, время и высоту измерения и рассматривают следующие задачи:

1. Синтез и анализ массива стробов (ячеек). Фиксируют время  $t = t_0$  и высоту  $z = z_0$  и выделяют ячейку  $V(t_0, z_0)$ . Вводят и изучают модели маргинальных распределений

ячеек, параметры положения (среднее), масштаба (дисперсия), доверительные интервалы. Для изучения устойчивых трендов, проводится усреднение числовых характеристик по времени.

2. Синтез и анализ профилей по ячейкам. Фиксируют время  $t = t_0$  и рассматривают профили  $V(t_0, z)$  в зависимости от высоты  $z$ , или фиксируют высоту  $z = z_0$  и рассматривают стробы  $V(t, z_0)$  в зависимости от времени  $t$ . Строятся математические модели (линии регрессии) и доверительные интервалы для них. Для изучения трендов проводится усреднение по времени.

3. Синтез и анализ двумерных распределений  $V(t, z)$ . Представляет значительный интерес построение моделей тонкой структуры ветрового слоя: условных характеристик, двумерных зависимостей для массива ячеек: структурных функций, автокорреляций, линий регрессии  $V(t, z)$  в зависимости от времени  $t$  и высоты  $z$ .

Ниже приведены результаты исследований особенностей пространственно-временной динамики скорости ветра и сравнение стандартных классических методов с методами на основе робастной непараметрической статистики. Здесь также обрабатывались серии из  $N = 150$  профилей за 10-минутный период измерения для разных компонентов, высот и времени (массива ячеек).

Пусть  $\frac{1}{v_N} = (v_1, \dots, v_N)$  – выборка компоненты скорости ветра на высоте  $z$  в момент времени  $t$ ;  $N = 150$  – объем выборки. Для каждой компоненты скорости ветра в ячейке строился график оценки плотности вероятностей Розенблатта–Парзена вида:

$$f(v^z, h_N) = \frac{1}{Nh_N} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{v^z - v_i^z}{h_N}\right), \quad (15)$$

где  $K(u)$  – ядерная функция и  $h_N$  – ширина окна [6].

В качестве примера, на рис. 5 приведены оценки плотности распределения для трех компонентов скорости ветра  $V_x, V_y, V_z$  для фиксированных высот по данным измерений мини-содаром 13 сентября с 11:00 до 11:10 местного времени.

Даже простой визуальный анализ графиков плотностей распределений позволяет сделать ряд выводов: присутствие выбросов скорее правило, чем исключение; наблюдается как правая так и левая асимметричность распределений; присутствуют распределения как с “затянутыми” (а), так и с “легкими” (в) хвостами; практически не наблюдалось нормальных распределений; вид маргинальных распределений сильно изменяется от времени суток наблюдения. Следует также отметить, что для  $x$ - и  $y$ -компонентов ширина распределения увеличивается с ростом высоты наблюдения, а высота максимума функции распределения уменьшается. Для  $y$ -компонента прослеживается переход от одномодального к двухмодальному распределению с увеличением высоты. При этом для  $z$ -компонента ширина распределения остается практически постоянной, но величина максимума также уменьшается с высотой.

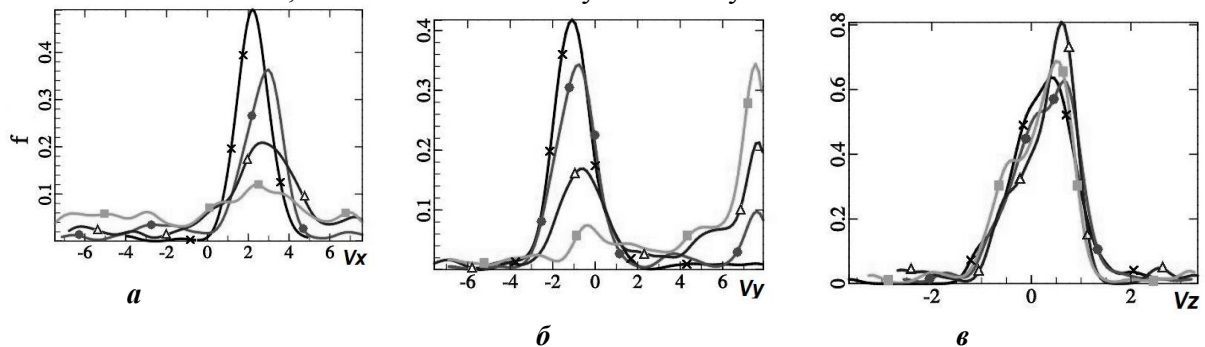


Рис. 5. Графики плотности распределения  $x$ - (а),  $y$ - (б), и  $z$ -компонентов (в) скорости ветра для высот 50 (x), 100 (•), 150 (■), и 200 м (Δ)

Анализ маргинальных распределений показывает, что задача относится к классу непараметрических задач робастной статистики, которые характеризуются уровнем априорной неопределенности, когда вид распределения неизвестен и имеются отклонения от основного распределения, например, в виде выбросов, асимметричности и т.д. Вычислялись параметры положения  $\mu_n$  и масштаба ветрового поля по ячейкам. Робастные непараметрические оценки находились на основе взвешенного метода максимального правдоподобия (ВММП) из решения системы уравнений вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N f_N^{l-1}(v_i^z, \mu_N, h_N | z) \sum_{j \neq i=1}^N K'(u_{ij}) = 0, \\ \sum_{i=1}^N f_N^l(v_i^z, \mu_N, h_N | z) \left( \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N K'(t_{ij}) \cdot (t_{i,j}) + K'(u_{ij}) \cdot (u_{ij})}{2h_N f_N^l(v_i^z, \mu_N, h_N | z)} + \frac{1}{l+1} \right) = 0, \end{array} \right.$$

(16)

$$f_N^l(v^z, \mu, h_N | z) = \frac{1}{2Nh_N} \sum_{j=1}^N \left( K \left( \frac{v^z - v_j^z}{h_N} \right) + K \left( \frac{2\mu - v_j^z - v^z}{h_N} \right) \right),$$

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}, \quad K'(u) = \frac{\partial}{\partial u} K(u), \quad u_{ij} = \frac{2\mu_N - v_i^z - v_j^z}{h_N}, \quad t_{ij} = \frac{v_i^z - v_j^z}{h_N}.$$

Для сравнения вычислялись стандартные параметрические оценки:  $\mu_p$  – выборочное среднее и выборочная дисперсия. Для оценок  $\mu_p$  и  $\mu_n$  путем бутстрапа находились: смещения, дисперсии, средние квадратические ошибки  $СКО_p$  и  $СКО_n$  и определялась относительная эффективность оценки  $eff = СКО_p / СКО_n$ . В таблице 1 в качестве примера приведены результаты сравнения  $\mu_p$  и  $\mu_n$  на разных высотах, а на рис. 6 отображены результаты сравнения  $\mu_p$  и  $\mu_n$  по профилю.

Как следует из таблицы, эффективность  $eff$  может изменяться значительно по высоте (от 2% до 89%). Как видно из рисунков 6, а и 6, б,  $СКО_p$  в основном определяется смещением оценки, которое может значительно изменяться, как по высоте, так и по времени. Рисунок 6, в наглядно иллюстрирует такую зависимость. На основе бутстрапа определялись центральные доверительные интервалы для  $\mu_p$  и  $\mu_n$  по профилю с доверительной вероятностью 0,95. В таблице 2 приведены результаты доверительных интервалов для ряда высот, а на рисунке 6, в по профилю.

Таблица 1. Характеристики оценок  $\mu_p$  и  $\mu_n$  по высотам

Высота, м	Параметрическая модель ( $\mu_p$ )			Непараметрическая модель ( $\mu_n$ )			$eff$
	Квадрат смещения	Дисперсия	$СКО_p$	Квадрат смещения	Дисперсия	$СКО_n$	
55	0,008143	0,000449	0,008593	0,006785	0,000890	0,007674	0,89
100	0,142441	0,000408	0,142849	0,010625	0,000921	0,011546	0,08
150	0,433752	0,000847	0,434599	0,001296	0,000396	0,001692	0,04
180	0,614029	0,001204	0,615233	0,012446	0,000699	0,013144	0,02

Анализ таблицы 2 и рисунка 6, в показывает, что ширина доверительных интервалов  $2\delta_p$  и  $2\delta_n$  для  $\mu_p$  и  $\mu_n$  имеет одинаковый порядок. В тоже время, присутствует значительное смещение оценки  $\mu_p$  на высотах выше 70 метров, что свидетельствует о наличии значительных выбросов на этих высотах.

Таблица 2. Доверительные интервалы

Высота, м	Параметрическая модель ( $\mu_p$ )		Непараметрическая модель ( $\mu_n$ )	
	$\mu_p$	$\delta_p$	$\mu_n$	$\delta_n$
55	0,2402635	0,0357225	0,2302145	0,0452535
100	0,5648655	0,0327015	0,2907555	0,0473035
150	0,9759460	0,0476910	0,3533920	0,0348630
180	1,0202670	0,0578420	0,3460385	0,0407315

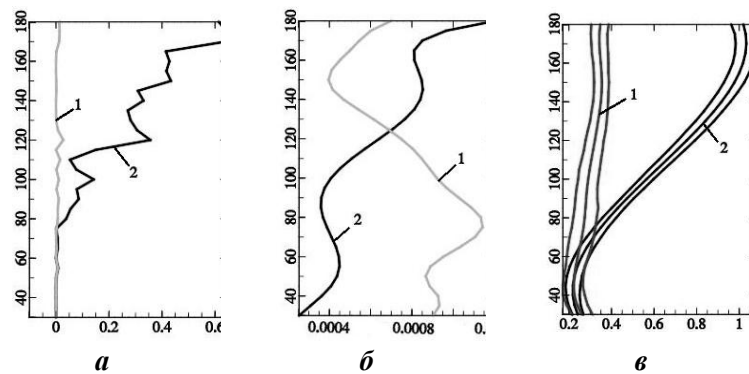
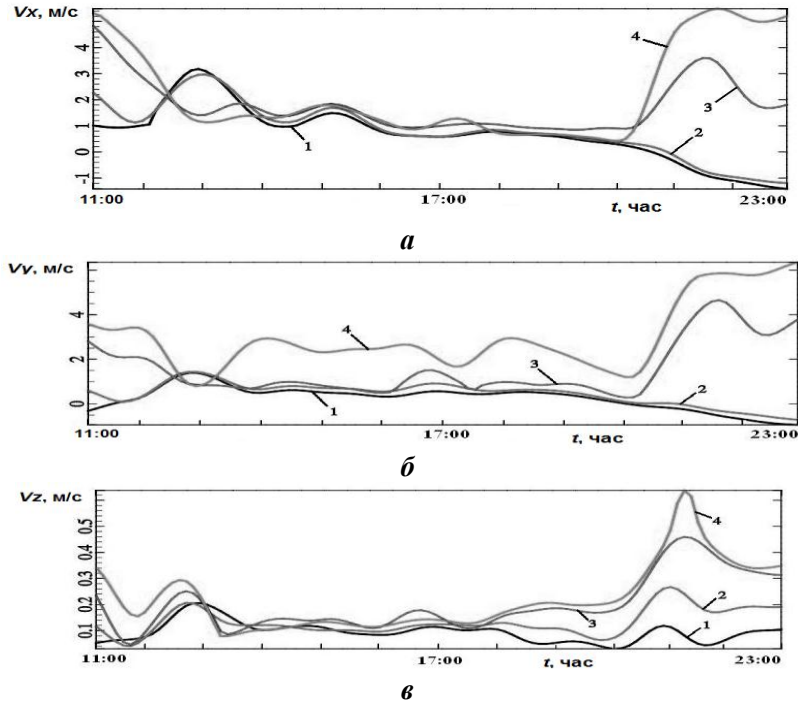


Рис. 6. Зависимость характеристик оценок  $\mu_n$  (кривая 1) и  $\mu_p$  (кривая 2) от высоты: а) квадрат смещения, б) дисперсия, в) доверительные интервалы

Фиксируем время  $t = t_0$  и некоторый интервал усреднения  $T$ . Рассмотрим профили  $V(t_0, z)$  в зависимости от высоты  $z$ . Пусть  $\mathbf{v}_N^z = (v_1^z, \dots, v_N^z)$  – выборка компонента скорости ветра на высоте  $z_i = i \cdot 5, i = \overline{1, 40}$ ;  $N = 5200$  – объем выборки. Рассмотрим задачу построения математической модели поведения  $V(t_0, z)$  по профилю. Данная задача может быть отнесена к задаче классической регрессии вида:

$$v(z) = m(z) + \varepsilon, \quad (17)$$

где  $v$  – компонент скорости ветра в момент времени  $t$ ,  $m(z)$  – регрессионная функция,  $\varepsilon$  – помеха. Будем априорно предполагать, что случайная величина  $\varepsilon$  имеет симметричную относительно 0 плотность вероятностей  $f(\varepsilon)$  вид которой неизвестен.



**Рис. 7.** Робастные непараметрические оценки компонентов скорости ветра от времени (часы) для высот 200 (кривая 1), 150 (кривая 2), 100 (кривая 3), и 50 м (кривая 4)

В качестве параметрической модели использовалась регрессионная функция в виде полинома 3-ей степени вида:

$$m_p(z) = \theta_0 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \theta_3 z^3. \quad (18)$$

Оценки параметров модели по формуле (18) находились с использованием метода наименьших квадратов (МНК).

На основе ВММП оценка параметров локальной модели по формуле (17) определялась из решения системы нелинейных уравнений вида:

$$\sum_{i=1}^N f_2^{q-1}(v_i, m_n) K_1 \left( \frac{z - z_i}{h_{1N}} \right) \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N K_2'(w_{i,j}) K_1 \left( \frac{z - z_j}{h_{1N}} \right) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N f_2^q(v_i, \mu_n) K_1 \left( \frac{z - z_i}{h_{1N}} \right) \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N K_1 \left( \frac{z - z_j}{h_{1N}} \right) \left( 1 + \frac{1}{2N \cdot (1+l) \cdot h_{2N} \cdot f_2^q(v_i, m_n)} \sum_{j=1}^N \left( K_2'(u_{i,j}) \cdot u_{i,j} + K_2'(w_{i,j}) \cdot w_{i,j} \right) \right) = 0,$$

$$f_2^q(v_i^z, \mu_n) = \frac{1}{2N \cdot h_{2N}} \sum_{j=1}^N \left( K_2 \left( \frac{v_i^z - v_j^z}{h_{2N}} \right) + K_2 \left( \frac{2m_n - v_i^z - v_j^z}{h_{2N}} \right) \right),$$

$$K'(x) = \frac{\partial}{\partial x} K(x), \quad u_{i,j} = \frac{v_i^z - v_j^z}{h_{2N}}, \quad w_{i,j} = \frac{2m_n - v_i^z - v_j^z}{h_{2N}}.$$

На рисунке 6, в приведен пример графиков линий регрессии и их доверительные интервалы. В таблице 3 приведены средние и максимальные относительные эффективности параметрической оценки по отношению к непараметрической оценке по профилю в разное время суток.

По аналогии с построением математической робастной непараметрической модели по профилю (19) строились робастные непараметрические регрессии для компонентов скорости ветра по данным мини-содарных измерений с 11:00 до 23:00 13 сентября (рис. 7), характеризующие их почасовую полусуточную пространственно-временную динамику. Все три компонента имеют максимумы в утренние и вечерние часы. При этом для  $y$ - и  $z$ -компонентов максимумы в вечерние часы выражены сильнее, чем в утренние. Для  $x$ - и  $y$ -компонентов (рис. 7,  $a$  и  $b$ ) отчетливо прослеживается сдвиг в вечерние часы (с 20:00 до 23:00), когда  $V_x$  изменяется от 5,2 м/с на высоте 50 м до –1,4 м/с на высоте 200 м, а  $V_y$  изменяется от 6,5 м/с до –1 м/с.

Таблица 3. Средние и максимальные относительные эффективности оценок

Время измерения	08:00-08:10	20:00-20:10
Средняя эффективность	38%	3%
Максимальная эффективность	43%	4%

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Анализ почасовой полусуточной динамики показал, что все три компонента скорости ветра имеют максимумы в утренние и вечерние часы. При этом для  $y$ - и  $z$ -компонентов максимумы в вечерние часы выражены сильнее, чем в утренние. Для  $x$ - и  $y$ -компонентов отчетливо прослеживается сдвиг скорости ветра в вечерние часы.

2. Получен закон распределения для каждого компонента скорости ветра. Найдено, что для  $x$ - и  $y$ -компонентов ширина распределения увеличивается с ростом высоты наблюдения, а высота максимума функции распределения уменьшается, что согласуется с имеющимися в литературе данными. Для  $y$ -компонента прослеживается переход от одномодального к двухмодальному распределению с увеличением высоты. Для  $z$ -компонента ширина распределения остается практически постоянной, но величина максимума также уменьшается с высотой.

3. Эффективность классических методов обработки по сравнению с робастными непараметрическими методами может быть чрезвычайно низкой, в ряд случаев достигая  $\approx 5\%$  (таблицы 1, 3).

4. Наличие различного рода выбросов (рис. 5) приводит к тому, что  $СКО_p$  ведет себя крайне неустойчиво. В то же время, робастные непараметрические оценки обладают свойством устойчивости к выбросам (таблица 1). Как показали исследования, это связано с появлением значительных смещений классических оценок (рис. 6 и таблица 1).

5. Применение робастных непараметрических методов при обработке содарных измерений дает возможность получить данные, которые невозможно получить традиционными методами.

### Литература

1. Красненко Н.П., Тарасенков М.В., Шаманаева Л.Г. Пространственно-временная динамика скорости ветра по результатам мини-содарных измерений // Известия вузов. Физика. 2014. Т. 57. № 11. С. 77-83.
2. Красненко Н.П., Капегешева О.Ф., Тарасенков М.В., Шаманаева Л.Г. Пространственно-временная динамика дисперсии скорости ветра по результатам измерений мини-содаром // Известия вузов. Физика. 2015. Т. 58. № 8. С. 65-69.
3. Симахин В.А., Черепанов О.С., Шаманаева Л.Г. Пространственно-временная динамика скорости ветра по результатам мини-содарных измерений // Известия вузов. Физика. 2015. Т. 58. № 12. С. 176-181.