

Дифракционные эффекты при радиопросвечивании ионосферы

А.Л. Гаврик¹, Я.А. Илюшин², Т.Ф. Копнина¹, А.А. Смыслов¹

¹Фрязинский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова Российской академии наук, 141190, г. Фрязино, Московская обл., пл. Б.А. Введенского, д.1, e-mail: alg248@hotmail.com

²МГУ им. М.В. Ломоносова, 119992, ГСП-2, г. Москва, ilyushin@phys.msu.ru

Методом численного решения параболического уравнения дифракции выполнено моделирование поля радиоволн в эксперименте радиопросвечивания, исследованы вариации мощности и частоты сигнала, регистрируемого в процессе движения спутника по орбите вокруг Венеры.

Direct modeling of the electromagnetic field in an occultation experiment, obtained from a numeric solution of the parabolic diffraction equation, was used to investigate power and frequency variations of the signal received by a satellite as it moves on orbit around Venus.

Радиопросвечивание с помощью космических аппаратов (КА) является эффективным средством исследования ионосфер планет, оно осуществляется в тех случаях, когда излучающий сигналы КА заходит за диск планеты или выходит из-за него, а наземный пункт или другой КА регистрирует измененные плазмой сигналы. Для изучения тонкой структуры ионосферы планеты целесообразно применять радиоволны дециметрового диапазона, у которых вариации фазы при распространении в плазменной оболочке существенно больше, чем инструментальные флуктуации фазы, связанные с ограниченной стабильностью бортовой и приемной аппаратуры. Однако, необходимо учитывать, что увеличение влияния плазмы на трансформацию низкочастотного сигнала может привести к нарушению условий лучевого приближения, на котором основана интерпретация результатов радиозатмений, и неправильному определению параметров ионосферы. Целью работы является сопоставление результатов лучевых и дифракционных расчетов с экспериментальными данными КА ВЕНЕРА-15,-16, выявление критерия для оценки правомерности использования геометрической оптики при анализе данных радиопросвечивания многослойных плазменных структур в ионосфере Венеры и валидация лучевой реконструкции вертикальных профилей электронной концентрации по данным радиопросвечивания.

Методика моделирования радиопросвечивания

Рассмотрим эксперимент, в котором наземная антенна излучает высокочастотный ($f_0 > 900$ МГц) монохроматический сигнал высокой мощности в направлении Венеры. Приемник, размещенный на борту КА, перемещается перпендикулярно направлению излучения со скоростью $V=6$ км/с на расстоянии L от зондируемой области. Антенна улавливает колебания радиополя $u_0(t)$, их можно представить в комплексной форме, используя понятие аналитического сигнала с амплитудой $|u_0(t)|$ и фазой $\arg[u_0(t)]$. При обработке колебаний $u_0(t)$ из фазы гетеродинированием исключают компоненту $\omega_0 t$, где t – время, ω_0 – частота излучения с длиной волны λ (ω_0 с учетом поправки на доплеровское смещение из-за взаимного движения передатчика и приемника). Полученный сигнал $u(t)=A(t)\exp\{i\varphi(t)\}$ позволяет определить квадратурные компоненты $A(t)=|u(t)|$ и $\varphi(t)=\arg[u(t)]$ с частотой дискретизации τ^{-1} и вычислить усредненные на интервале времени τ функции вариаций мощности $P(t)=|u(t)|^2$ и фазы $\varphi(t)=\arg[u(t)]$ радиоволны, зондирующей ионосферу [1,2].

В рассматриваемой модели поглощение и рассеяние радиоволн отсутствует, поэтому девиация мощности $P(t)$, регистрируемая в процессе перемещения КА, обусловлена деформацией лучевых трубок при рефракции. Изменение мощности $X(t)=P(t)/P_0$ нормировано к среднему значению мощности P_0 в отсутствии влияния исследуемой ионосферы. Изменение фазы сигнала $\varphi(t)$ при перемещении приемника на расстояние $h_0=Vt$ обусловлено деформацией поверхности волнового фронта радиополя вследствие пространственных вариаций показателя преломления среды $n(h)$, сквозь которую распространяется радиоволна (h – высота над поверхностью планеты). Приращения фаз, определяемые по квадратурным компонентам сигнала $u(t)$ на интервале времени τ между измерениями, позволяют получить монотонную функцию $\varphi(t)$ суммированием этих приращений, но суммирование приводит к накоплению погрешности из-за помех и затрудняет анализ мелкомасштабных флуктуаций на фоне монотонного изменения $\varphi(t)$. Поэтому удобнее не суммировать приращения фазы, а вычислять частоту сигнала $f(t)=\{\arg[u(t-\tau)]-\arg[u(t+\tau)]\}/(4\pi\tau)$ по приращениям фаз. Именно частота сигнала $f(t)=(2\pi)^{-1}\cdot d\varphi(t)/dt$ связана с углом рефракции $\xi(t)=f(t) V^{-1}\lambda$ в ионосфере, который, в свою очередь, связан интегральным соотношением с высотным профилем электронной концентрации $N(h)$ [1-4].

Измерения осуществляются в процессе движения КА по орбите, поэтому в заданной точке пространства за время τ принимается сигнал с ограниченной энергией. Энергия такого пакета является основной величиной, определяющей реакцию приемника на сигнал и достижимую точность измерения мгновенных значений его амплитуды, фазы, частоты. В работе [5] выявлен инвариант радиозатменного эксперимента: изменение энергии сигнала, регистрируемое вдоль траектории движения спутника планеты и обусловленное сжатием или расширением лучевых пучков в сферически симметричной газовой оболочке планеты, прямо пропорционально смещению частоты сигнала, обусловленному деформацией фазового фронта радиополя. Этот инвариант не зависит от условий эксперимента при отсутствии поглощения и рассеяния радиоволн, т.е. когда процесс распространения радиоволн адиабатический, и является эвристическим принципом, который устанавливает существование связей между явлениями, взаимозависимость между которыми неочевидна. В частности, в работе [5] показано, что в эксперименте радиопросвечивания прозрачной газовой оболочки планеты, стратифицированной полем тяжести, изменение плотности потока энергии прямо пропорционально градиенту угла отклонения волнового вектора от первоначального направления, если применима геометрическая оптика и нет потерь энергии из-за поглощения или рассеяния. Эта закономерность описывается следующим соотношением $d\xi(t)/dt=[X(t)-1] VL^{-1}$, на основе которого была получена взаимосвязь между мощностью сигнала и скоростью изменения его частоты $X(t)=1+\lambda LV^2 df(t)/dt$.

Инвариант радиозатменного эксперимента и, следовательно, линейная взаимосвязь между мощностью сигнала и скоростью изменения его частоты выполняется тем точнее, чем меньше интервалы времени, на которых осуществляются измерения параметров регистрируемого сигнала [5,6]. Выявленная взаимосвязь справедлива при распространении сигнала и в атмосфере, и в ионосфере, следовательно, в процессе перемещения радиолуча из плазмы в нейтральную среду инвариант сохраняется. Теоретически установленный инвариант определяет причинно-следственную связь корреляционного анализа двух разных компонент сигнала: изменений мощности и частоты при рефракции радиоволны в системе *атмосфера-ионосфера*, что открывает перспективы получения новой, более точной, информации в радиозатменных экспериментах. Линейная взаимосвязь между мощностью сигнала и скоростью изменения его частоты позволяет выявлять тонкие слои при диагностике системы *атмосфера-ионосфера* благодаря отсутствию интегральных преобразований.

Действительно, используя вариации частоты в атмосфере и в плазме, можно вычислить прогнозируемые рефракционные изменения в атмосфере и в ионосфере, а затем сравнить их с энергетическими параметрами двух когерентных радиоволн. Наличие корреляции между прогнозируемой и измеренной мощностью сигналов позволит выделить на фоне сходных по форме помех малые вариации $n(h)$ в стратифицированных слоях, т.к. случайные флуктуации частоты сигнала и его мощности статистически независимы.

Прогнозируемые вариации $X_f(t)$, вычисленные в соответствии с инвариантом из соотношения $X_f(t) = I + \lambda \int LV^2 df(t)/dt$, совпадают с экспериментальной функцией изменения мощности $X(t)$ во многих сеансах радиопросвечивания ионосферы Венеры [4,5], но не всегда. Представляется целесообразным выявить условия, при которых равенство $X(t) = X_f(t)$ нарушается из-за искажений, обусловленных появлением эффектов дифракции сигнала. На существенное влияние дифракции радиоволн в радиозатменном эксперименте впервые было обращено внимание в работе [7]. В работах [8,9] проведено моделирование радиозатменного эксперимента путем решения параболического уравнения дифракции с помощью конечно-разностной схемы Кранка-Николсона, условия сходимости которой известны и проверены на практике [8,9]. В данной работе при расчетах распределения поля также применяется прямое численное решение параболического уравнения:

$$2ik \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 \varepsilon(x, y)u = 0.$$

Здесь координата x выделена направлением распространения первичной волны с волновым числом k ; ортогональная координата y определена в плоскости, проходящей через центр планеты; проницаемость ионосферы $\varepsilon(x, y)$ входит множителем при искомой комплексной амплитуде поля u ; влияние атмосферы и поверхности планеты не учитывается. Для параболического уравнения решалась краевая задача в прямоугольной полосе, ориентированной параллельно направлению поля. Рассматривалось только влияние сферически симметричной ионосферы, а влияние поверхности планеты и нейтральной атмосферы на поле исключалось. Отражения от боковых границ полосы (6050...6550 км от центра планеты) не достигают области локализации информативной части поля. На боковых границах ставилось условие идеального согласования с открытым пространством, т.е. отсутствие отражения от границ, а также второе граничное условие, согласованное с распространением невозмущенной зондирующей волны вдоль боковых границ в свободном пространстве: равенство нулю нормальной к границе производной поля $u(x, y)$.

Принятая модель позволяет рассчитать стационарную структуру радиополя, сформированного в результате прохождения плоской волны через сферически-симметричную ионосферу планеты. Из рассчитанных квадратурных компонент радиополя определялись функции $P(t)$ и $f(t)$, где $t = h_0(t)/V$, которые можно сравнивать с экспериментальными данными КА ВЕНЕРА-15,-16. Реальная и мнимая компоненты поля для разных излучаемых радиоволн ($\lambda=32, 13$ и 3.6 см) вычислялись с шагом 0.25 м вдоль волнового фронта и $10...20$ м в направлении распространения в пределах всей области моделирования (полоса $0 < h < 500$ км, длина полосы от 3 тыс. км до 40 тыс. км).

При расчетах применяли сферически-симметричную модель ионосферы Венеры, нижняя граница ионосферы 80 км, высота ионопаузы 350 км. Если задать модель среды табличной функцией, то разрывы производной показателя преломления среды могут привести к ложным эффектам и к большим ошибкам определения параметров поля. Специфических вычислительных сложностей не возникает, когда профиль $N(h)$ задан аналитической функцией. Поэтому в качестве вертикального профиля концентрации

электронов $N^*(h)$ использовали аналитическую аппроксимацию профиля $N(h)$, полученного с помощью преобразования Абеля по вариациям частоты сигнала в эксперименте радиопросвечивания ионосферы Венеры 25.10.1983 г. [10]. Гладкий профиль $N^*(h)$ задавался суммой бесконечно дифференцируемых функций, формирующих слоистую структуру ионосферы Венеры, параметры которой адекватны экспериментальным данным [10].

Результаты сравнения функций $N^*(h)$ и $N(h)$, а также функций $X_f(h)$ и $X(h)$ представлены на рис. 1. Распределение электронной концентрации в нижней части ионосферы (кривая 2) невозможно найти традиционной методикой решения обратной задачи радиопросвечивания [11]. Нижняя граница профиля $N(h)$ (кривая 1), полученного с использованием преобразования Абеля, находится на высоте 112 км, в то время как профиль $N^*(h)$ (кривая 2) демонстрирует наличие нижних ионизованных слоев. Указанием на существование таких слоев является высокая корреляция (~ 0.8) между результатами расчетов функции $X(h)$ в лучевом приближении (кривая 3) и экспериментальной функцией $X_f(h)$ (кривая 4).

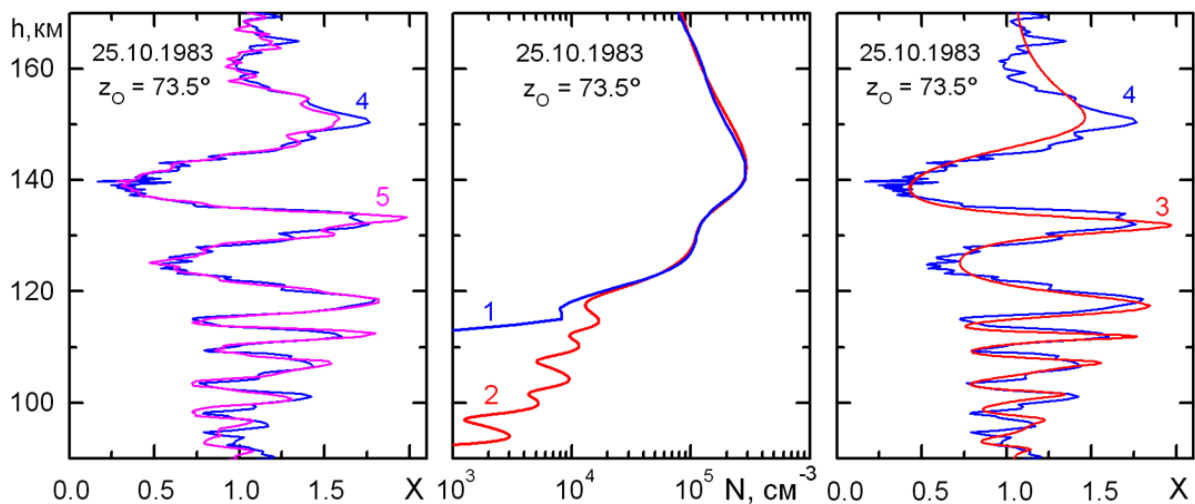


Рис. 1. Профиль $N(h)$ (кривая 1), полученный из преобразования Абеля и профиль $N^*(h)$ (кривая 2), соответствующий экспериментальным данным: кривая 3 – результаты расчетов $X_m(h)$ в лучевом приближении по профилю $N^*(h)$, кривая 4 - экспериментальная функция $X_f(h)$, рассчитанная на основе соотношения (5), кривая 5 - экспериментальная функция $X(h)$ рефракционного изменения мощности сигнала $\lambda=32$ см эксперименте радиопросвечивания ионосферы Венеры 25.10.1983 г.

Результаты моделирования

Выявленные тонкие плазменные слои создают условия, при которых лучевое приближение может оказаться малодостоверным. Метод численного решения параболического уравнения позволяет получить характеристики радиополя $P(t)$ и $f(t)$ и в области, где справедливо лучевое приближение, и в окрестности каустик, где существуют эффекты дифракции и многолучевости радиоволн. Задачей моделирования являлся анализ природы обнаруженных в эксперименте вариаций мощности сигнала [10], которые могут оказаться дифракционной картиной радиополя, а не периодической структурой тонких слоев плазмы.

Результаты расчетов вариаций фазы и частоты сигнала при разных условиях проведения эксперимента представлены на рис. 2. На рис. 2 вариации $\phi(h)$ радиоволны $\lambda=3.6$ см при $L=3000$ км и $L=17000$ км почти совпадают (кривая 1), что обусловлено малой рефракцией. Для радиоволны $\lambda=13$ см рефракция увеличивается, но различие фаз

$\varphi(h)$ при $L=3000$ км и $L=17000$ км (кривые 2,3) малозаметно. Угол рефракции радиоволны $\lambda=32$ см достигает величины 10^{-4} рад, фазовый фронт заметно искривлен, поэтому функции $\varphi(h)$ при $L=3000$ км (кривая 4), 11000 км (кривая 5), 23000 км (кривая 6) различаются, наибольшее различие наблюдается в областях быстрого изменения $\varphi(h)$, где искривление фазового фронта максимальное. Следует отметить, что на вариациях фазы слоистые структуры нижней ионосферы и какие-либо очевидные признаки многолучевости или дифракции практически незаметны.

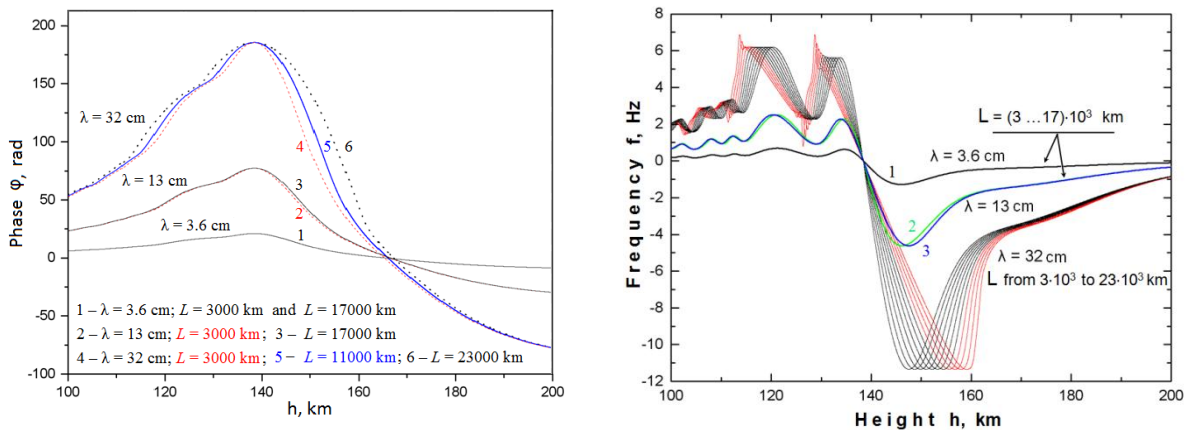


Рис. 2. Вариации фазы $\varphi(h)$ (слева) и частоты $f(h)$ (справа) регистрируемых сигналов с разными длинами волн $\lambda=3.6, 13, 32$ см при значениях L в диапазоне от $3 \cdot 10^3$ до $23 \cdot 10^3$ км.

На рис. 2 также представлены вариации частоты $f(h)$ радиоволн, при $\lambda=3.6$ см для $L=3000$ км и $L=17000$ км в данном масштабе $f(h)$ (кривая 1) не различаются. Вследствие малой рефракции влияние периодических структур нижней ионосферы ($h < 120$ км) на частоту $f(h)$ незначительное, поэтому в реальном эксперименте влияние таких структур маскируется инструментальным шумом и обнаружение слоев невозможно. Для радиоволны $\lambda=13$ см рефракционные эффекты увеличиваются, появляется небольшое различие функций $f(h)$ при $L=3000$ км и $L=17000$ км (кривые 2,3), четко выделяются периодические вариации функции $f(h)$ при $h < 120$ км. Амплитуда колебаний $f(h)$ относительно тренда частоты в нижней ионосфере составляет 0.25 Гц и такие эффекты могут быть обнаружены в эксперименте лишь при достаточно низком уровне (~ 0.05 Гц) инструментальных и иных случайных флуктуаций частоты. Для радиоволны $\lambda=32$ см представлены 11 функций $f(h)$, для которых L изменяется от 3000 км до 23000 км с шагом 2000 км. В лучевом приближении значения экстремумов на функции $f(h)$ определяются, главным образом, величиной вертикального градиента концентрации электронов и скоростью перемещения КА, поэтому изменение параметра L почти не влияет на значения экстремумов функции $f(h)$ при $L < 15000$ км. На рис. 2 видно, что при $L > 17000$ км появляется аномально сильная зависимость экстремальных значений $f(h)$ от параметра L на высотах $112 < h < 135$ км, это свидетельствует о нарушении лучевого приближения при распространении радиоволны $\lambda=32$ см в области нижнего максимума ионизации дневной ионосферы Венеры. При зондировании слоистых структур нижней части ионосферы ($h < 112$ км) аномальных искажений функции $f(h)$ не наблюдается, т.е. нарушения лучевого приближения для $L < 15000$ км незаметны.

По частоте радиосигнала $f(h)$ в лучевом приближении можно определить изменение мощности $X_f(h)$. На рис. 3 представлены 9 функций $X_f(h)$, для которых L изменяется от 3000 км до 19000 км с шагом 2000 км. Вариации $X_f(h)$ в сеансах радиопросвечивания дневной ионосферы Венеры имеют качественно одинаковый характер. В верхней

ионосфере выше 200 км отклонение $X_f(h)$ от уровня 1 незначительное, при монотонном увеличении градиента электронной концентрации в процессе погружения радиолуча наблюдалось бы монотонное увеличение $X_f(h)$, но слоистые структуры вызывают колебания $X_f(h)$. Четко выраженные вариации $X_f(h)$ появляются при зондировании ионосферы Венеры ниже 200 км, где скорость изменения электронной концентрации на границах слоистых структур достигает максимальных значений, что приводит к сильному сжатию или расширению лучевых трубок и, следовательно, к значительным по величине вариациям мощности сигнала, о которых свидетельствуют экстремумы функции $X_f(h)$.

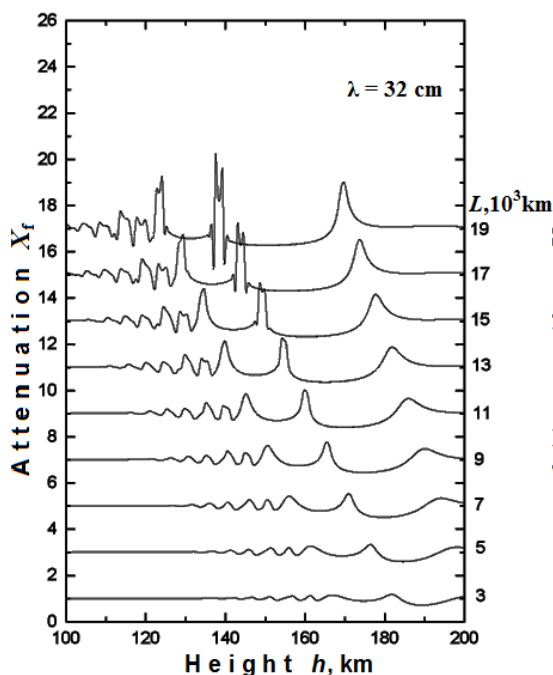


Рис. 3. Функции $X_f(h)$ при L от 3000 до 19000 км с шагом 2000 км.

Функции $X_f(h)$ и $X(h)$ на рис. 3 и рис. 4 при изменении L смещаются по горизонтальной оси на 5 км и по вертикальной оси на 2 единицы.

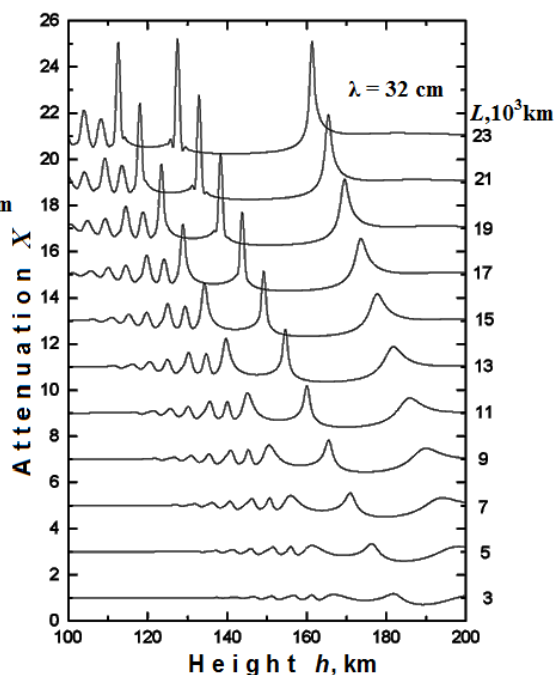


Рис. 4. Функции $X(h)$ при L от 3000 до 23000 км с шагом 2000 км.

В лучевом приближении увеличение девиации $X_f(h)$ пропорционально увеличению параметра L . На рис. 3 при $L=15000$ км появляются искажения функции $X_f(h)$ превышающие 1%, свидетельствующие о нарушении лучевого приближения в области высот 112...135 км. При $L>15000$ км нарушается пропорциональность между L и $X_f(h)$, появляются дополнительные экстремумы функции $X_f(h)$ на высотах 112...135 км, кроме того, становятся заметными искажения $X_f(h)$ в нижней ионосфере ($h<112$ км) превышающие 1%. При $L>19000$ км аномальные флуктуации функции $X_f(h)$ ниже 140 км достигают 100%, что обусловлено дифракцией радиоволн и неприменимостью инварианта для определения рефракционного изменения мощности сигнала.

Изменение мощности $X(h)$ радиоволны $\lambda=32$ см, полученное численным решением уравнения дифракции, представлено на рис. 4, параметр L изменяется от 3000 км до 23000 км с шагом 2000 км. При $L<4000$ км колебания $X(h)$ при $h<112$ км сопоставимы по величине с инструментальным шумом эксперимента ($\sim 2\%$), поэтому слоистые структуры трудно будет идентифицировать. Оптимальным для исследования нижней ионосферы является диапазон $5000 < L < 17000$ км, где вариации $X(h)$ существенно выше уровня шума и в лучевом приближении они нарастают пропорционально увеличению

параметра L . При $L > 17000$ км появляются аномальные экстремумы функции $X(h)$ на высотах 112...135 км превышающие 1%, но искажения $X(h)$ в нижней ионосфере ($h < 112$ км) незначительные.

Сравнение данных рис. 3 и 4 показало, что при $L < 15000$ км функция $X(h)$ совпадает с $X_f(h)$, различие меньше 0.1%. Следовательно, совпадение вариаций $X(h)$ с вариациями $X_f(h)$ может служить критерием применимости геометрической оптики при анализе данных радиозатмений. При $L > 15000$ км появляются различия между функциями $X(h)$ и $X_f(h)$ превышающие 1%, разность $|X(h) - X_f(h)|$ увеличивается с ростом L . Расхождения между $X(h)$ и $X_f(h)$ свидетельствуют о нарушении инварианта, следовательно, несовпадение вариаций $X(h)$ и $X_f(h)$ является надежным индикатором влияния эффектов многолучевости и дифракции радиоволн.

Таким образом, результаты моделирования демонстрируют линейную связь между мощностью сигнала и скоростью изменения его частоты при зондировании сферически симметричной ионосферы монохроматической высокочастотной радиоволной, если выполняется лучевое приближение. Нарушение такой связи может быть обусловлено не только влиянием шума или асимметрии ионосферы, но и появлением дифракционных эффектов.

Заключение

Периодические колебания мощности сигнала ($\lambda = 32$ см) в нижней ионосфере Венеры впервые были обнаружены в 2007 г. при более точной обработке данных радиозатмений КА ВЕНЕРА-15,-16 [6]. Стратифицированные слои нижней ионосферы не являются стационарными, их структура в разных сеансах разная, в отдельных сеансах формируются периодические по высоте слоистые структуры [2]. Поэтому оставались сомнения, основанные на том, что осцилляции мощности зондирующего сигнала могли отражать дифракционную структуру поля, возникшую при распространении радиоволны в среде с узкими ионизованными слоями, на границах которых градиент электронной концентрации достаточно большой. Сомнения подкреплялись тем, что аналогичные ионизованные структуры ниже 115 км не обнаруживались ни в одной миссии к Венере.

Результаты моделирования показали, что вариации фазы радиосигнала малоинформативны, т.к. на вариациях фазы слоистые структуры нижней ионосферы и какие-либо очевидные признаки многолучевости или дифракции практически незаметны. Хорошим индикатором для выявления слоистых структур в ионосфере являются вариации частоты и мощности сигнала, но дифракционные эффекты на функциях $f(t)$ и $X(t)$ выражены нечетко, если пересечение френелевских объемов радиолучей малое. В таких случаях элементарный критерий, основанный на сравнении размеров неоднородности с зоной Френеля, не дает однозначного ответа на вопрос о применимости геометрической оптики, т.к. диаметр зоны Френеля и размер неоднородностей среды сравнимы по величине. Оптимальным методом для анализа применимости лучевого приближения является вычисление функции $X_f(t)$ из частотных данных, т.к. искажения на функции $X_f(t)$ выявляются на самой ранней стадии интерференции сфокусированных радиолучей.

Совпадение функции $X_f(t)$ с $X(t)$ наблюдалось при моделировании на разных длинах волн, когда не нарушалось лучевое приближение, что подтверждает существование инварианта радиозатменного эксперимента. Расхождения между $X(t)$ и $X_f(t)$ превышающие 1% появлялись на ранней стадии нарушения лучевого приближения. Следовательно, несовпадение вариаций $X(h)$ и $X_f(h)$ является надежным индикатором влияния эффектов многолучевости и дифракции радиоволн, а совпадение функций $X(t)$ и $X_f(t)$ может являться критерием применимости инварианта для анализа данных

радиозатмений. Наличие такого критерия позволяет оценивать достоверность экспериментальных результатов при решении обратной задачи радиопросвечивания.

Отсутствие дифракционных искажений функций $X_f(t)$ и $X(t)$ в модельных расчетах при $L < 12000$ км подтвердило существование периодических колебаний показателя преломления венерианской ионосферы, обнаруженных по экспериментальным данным $X_f(t)$ и $X(t)$ КА ВЕНЕРА-15,16 (кривые 4,5 на рис. 1). Выполненный анализ результатов моделирования указал на применимость лучевого приближения при радиозатмениях КА ВЕНЕРА-15,16 и, следовательно, на достоверность формирования многослойного высотного профиля электронной концентрации, представленного на рис. 1 (кривая 2). Не исключено, что такие периодические колебания электронной концентрации могут быть следствием распространения волновых возмущений из нижних слоев атмосферы до ионосферных высот.

Работа выполнена при частичной поддержке программы № 9 Президиума РАН и гранта РФФИ №15-45-03266.

Литература

1. Гаврик А.Л., Гаврик Ю.А., Копнина Т.Ф. О возможности увеличения чувствительности метода радиопросвечивания // Журнал радиоэлектроники 2011 №5 С.3.
2. Гаврик А.Л., Гаврик Ю.А., Копнина Т.Ф., Самознаев Л.Н. Вариации амплитуд и частот когерентных радиосигналов при просвечивании дневной ионосферы Венеры // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55. № 3. С. 277-284.
3. Kliore A.J., Levy G.S. et.al. Atmosphere and ionosphere of Venus from the Mariner 5 S-band radio occultation measurements // Science. 1967. V. 158. № 3809. P. 1683-1688.
4. Яковлев О.И. Распространение радиоволн в космосе. М.: Наука. 1985. 214 с.
5. А.Л. Гаврик, Ю.А. Гаврик, Т.Ф. Копнина, Е.А. Кулешов. Осцилляции вблизи нижней границы ионосферы Венеры по радиозатменным данным спутников "Венера-15", "-16" // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58. № 10. С. 1013-1024.
6. Гаврик А.Л., Павелъев А.Г., Гаврик Ю.А. Обнаружение ионосферных слоев в дневной ионосфере Венеры на высотах 80-120 км по результатам двухчастотного радиопросвечивания КА Венера-15,-16 // Солнечно-земная физика 2008 №12 Т.2. С.203.
7. Karayel, T.E., Hinson, D.P. Sub-fresnel-scale solution in atmospheric profiles from radiooccultation // RadioScience. 1997. V. 32. P. 411-423.
8. Pyushin Ya.A. Fluctuations of the GPS signals on the tangential path in the lower terrestrial atmosphere: influence of the small-scale structure // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2008. V. 70. P. 1863-1869.
9. Илюшин Я.А., Захаров В.И. Влияние нерегулярных структур нижней атмосферы на распространение сигналов глобальных спутниковых радионавигационных систем // Радиотехника. 2009. № 3. С.84-91.
10. Я.А. Илюшин и др. Решение параболического уравнения дифракции при радиопросвечивании ионосферных слоев // Журнал радиоэлектроники. 2013 №11 С. 2.
11. Гаврик А.Л., Самознаев Л.Н. Особенности дневной ионосферы Венеры в годы низкой и высокой активности Солнца // Космические исследования 1987 Т.25 №2 С.285.