

## Возможность определения матриц рассеяния и местоположения радиолокационных целей, находящихся в одном элементе разрешения, методами радиополяриметрии

А.И. Козлов, А.В. Трушин, И.В. Автин,

Московский государственный технический университет гражданской авиации (МГТУ ГА), г. Москва, e-mail: [truetrushin@yandex.ru](mailto:truetrushin@yandex.ru), [igarrykavi@gmail.com](mailto:igarrykavi@gmail.com).

*Показана возможность определения матриц рассеяния и местоположения блестящих точек в пределах элемента разрешения методами радиополяриметрии.*

*The possibility of determining the scattering matrices and the location of the shining points within the element of radio polarimetry permits is shown.*

Ширина диаграмма направленности антенны накладывает принципиальные ограничения на различение объектов, находящихся в одном элементе разрешения. Обнаруженные в ходе радиолокационного наблюдения объекты будут трактоваться как точечная цель. Стандартные методы радиолокации не позволяют сделать какого-либо заключения о взаиморасположении таких целей. В данной работе предлагается рассмотреть метод повышения точности местоопределения объектов наблюдения путем разрешения точечных целей (блестящих точек).

Рассматриваемый метод основан на том, что большинство радиолокационных целей являются поляризационно чувствительными. Матрицы рассеяния таких целей в сильной степени зависят от вида поляризации облучающей волны, изменение которой приводит к зависимости интенсивности отраженной волны от вида поляризации [2].

В соответствии с принципом Гюйгенса - Френеля, при падении локальной плоской электромагнитной волны на поверхность, в точке наблюдения (рис.1) комплексная амплитуда электрического поля отраженной волны может быть определена по следующей формуле:

$$\dot{E}_{n,m} = \int_{D(N_x, N_y)} \dot{S}_{N_x, N_y} \frac{e^{-ikR}}{R} dN_x dN_y, \quad (1)$$

где  $\dot{S}_{N_x, N_y}$  – функция рассеяния объекта,

$R$  – расстояние между рассеивающей точкой на поверхности и точкой, где определяется величина отраженного поля,

$k$  – волновое число,

$D(N_x, N_y)$  – наблюдаемая поверхность.

Разделим наблюдаемую поверхность на  $N \times N$  прямоугольных частей (рис. 1). Пусть точки, для которых задается функция рассеяния объекта, и точки, где определяются величины отраженного поля располагаются в параллельных плоскостях на расстоянии  $d$  друг от друга. Если поверхность объекта облучается плоской волной, нормаль к которой совпадает с осью  $z$ , то расстояние

$$R = \sqrt{d^2 \left( (N_x - n)^2 + (N_y - m)^2 \right) + r^2}, \quad (2)$$

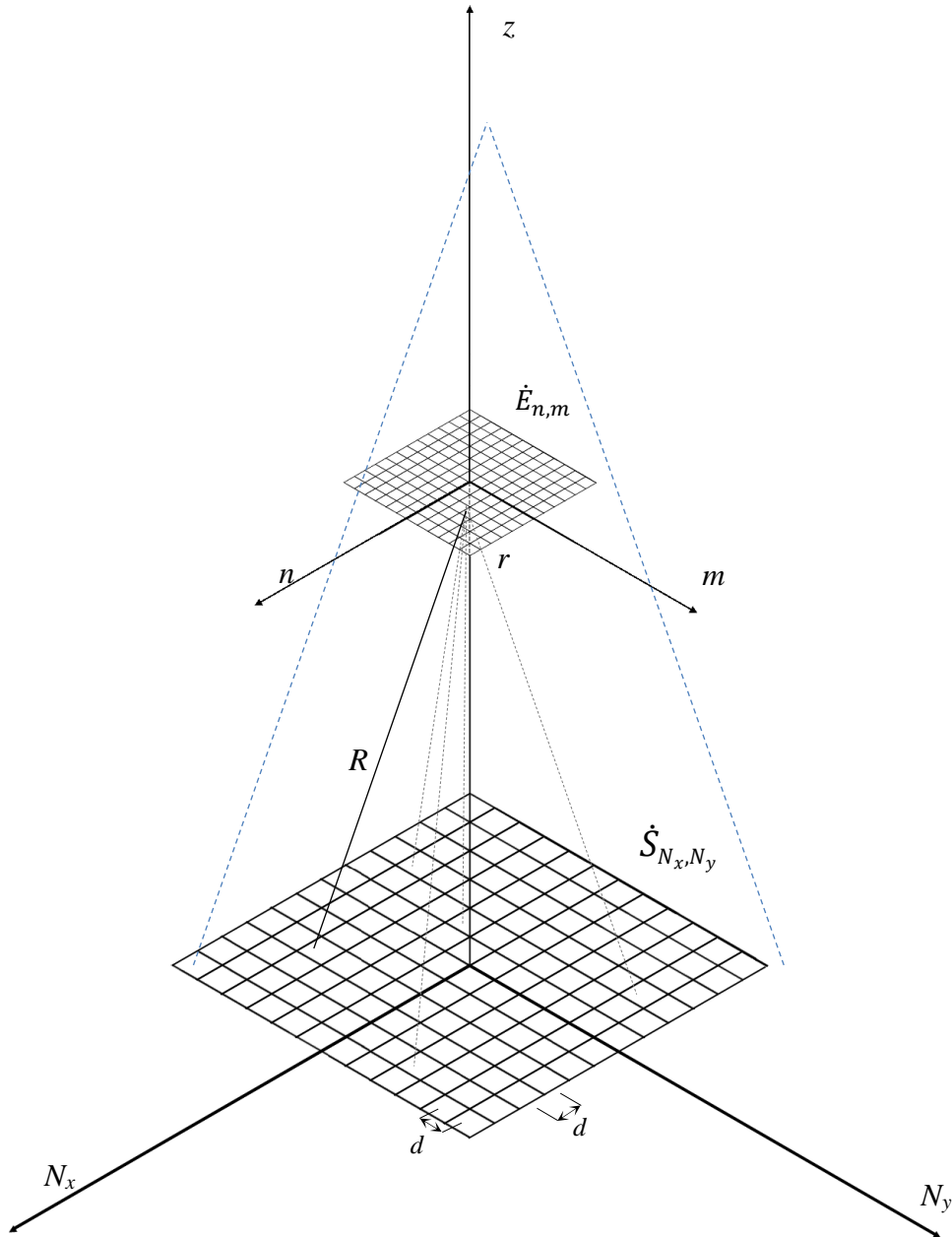
где  $N_x, N_y$  – номера отсчетов на наблюдаемой поверхности;

$n, m$  – номера отсчетов на поверхности наблюдения.

С учетом вышесказанного комплексная амплитуда напряженности электрического поля отраженной волны может быть записана следующим образом

$$\dot{E}_{n,m} = \sum_{N_y=1}^N \sum_{N_x=1}^N \dot{S}_{N_x,N_y} \frac{e^{-ikR}}{r}, \quad (3)$$

где  $\dot{S}_{N_x,N_y}$  и  $\dot{E}_{n,m}$  – двумерные массивы размерностью  $N \times N$ ,  
 $r$  – расстояние между наблюдаемой поверхностью и поверхностью наблюдения.



**Рис. 1. Взаимное расположение объектов и плоскости наблюдения отраженного от объектов электромагнитного поля**

Представим выражение (2) в виде произведения двух матриц  
 $\mathbf{G} = \mathbf{F} \times \mathbf{P}$ .

При этом массив  $\dot{p}_{N_x, N_y} = \dot{S}_{N_x, N_y} e^{-ik \left( f_{N_x, N_y} + \frac{f_{N_x, N_y}^2}{2r} \right)}$  в уравнении (2) преобразуется в матрицу  $\mathbf{P}$  размером  $N^2 \times 1$

$$\mathbf{P} = (\dot{p}_{1,1} \ \dot{p}_{1,2} \ \dots \ \dot{p}_{1,N} \ \dot{p}_{2,1} \ \dot{p}_{2,2} \ \dots \ \dot{p}_{N,N})^T \frac{1}{r}. \quad (3)$$

Матрица  $\mathbf{F}$  размером  $N^2 \times N^2$  имеет следующий вид

$$F = \begin{pmatrix} \underline{\phi}_{1,1}^{1,1} & \underline{\phi}_{1,1}^{1,2} & \dots & \underline{\phi}_{1,1}^{1,N} & \underline{\phi}_{1,1}^{2,1} & \underline{\phi}_{1,1}^{2,2} & \dots & \underline{\phi}_{1,1}^{N,N} \\ \underline{\phi}_{1,2}^{1,1} & \underline{\phi}_{1,2}^{1,2} & \dots & \underline{\phi}_{1,2}^{1,N} & \underline{\phi}_{1,2}^{2,1} & \underline{\phi}_{1,2}^{2,2} & \dots & \underline{\phi}_{1,2}^{N,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{\phi}_{1,N}^{1,1} & \underline{\phi}_{1,N}^{1,2} & \dots & \underline{\phi}_{1,N}^{1,N} & \underline{\phi}_{1,N}^{2,1} & \underline{\phi}_{1,N}^{2,2} & \dots & \underline{\phi}_{1,N}^{N,N} \\ \underline{\phi}_{2,1}^{1,1} & \underline{\phi}_{2,1}^{1,2} & \dots & \underline{\phi}_{2,1}^{1,N} & \underline{\phi}_{2,1}^{2,1} & \underline{\phi}_{2,1}^{2,2} & \dots & \underline{\phi}_{2,1}^{N,N} \\ \underline{\phi}_{2,2}^{1,1} & \underline{\phi}_{2,2}^{1,2} & \dots & \underline{\phi}_{2,2}^{1,N} & \underline{\phi}_{2,2}^{2,1} & \underline{\phi}_{2,2}^{2,2} & \dots & \underline{\phi}_{2,2}^{N,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{\phi}_{N,N}^{1,1} & \underline{\phi}_{N,N}^{1,2} & \dots & \underline{\phi}_{N,N}^{1,N} & \underline{\phi}_{N,N}^{2,1} & \underline{\phi}_{N,N}^{2,2} & \dots & \underline{\phi}_{N,N}^{N,N} \end{pmatrix} \frac{1}{r} \quad (4)$$

где элементы  $\underline{\phi}_{n,m}^{N_x, N_y} = e^{-ikd^2((N_x-n)^2 + (N_y-m)^2)} \frac{1}{2r}$ .

Рассчитанная по формуле (2) матрица  $\mathbf{G}$  размером  $N^2 \times 1$  может быть записана следующим образом

$$\mathbf{G} = (\dot{E}_{1,1} \ \dot{E}_{1,2} \ \dots \ \dot{E}_{1,N} \ \dot{E}_{2,1} \ \dot{E}_{2,2} \ \dots \ \dot{E}_{N,N})^T \quad (5)$$

Решение обратной задачи, т.е. определение матрицы  $\mathbf{P}$ , элементы которой характеризуются функцией рассеяния объекта  $\dot{S}_{N_x, N_y}$ , сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений следующего вида [4]:

$$\mathbf{F} \times \mathbf{P} = \mathbf{G} \quad (6)$$

В уравнении (6) матрица  $\mathbf{F}$  рассчитывается из соотношения (4) при заданных величинах  $r$  и  $d$ , определяющих взаимное положение объекта и точек наблюдения отраженного поля. Матрица  $\mathbf{G}$  размером  $N^2 \times 1$  образуется из массива комплексных значений отраженного поля  $\dot{E}_{n,m}$  (5). Для решения системы уравнений (6) воспользуемся алгоритмом  $LU$  - разложения. При постоянных  $r$  и  $d$  требуется однократное нахождение разложения матрицы

$$\mathbf{F} = \mathbf{L} \times \mathbf{U} \quad (7)$$

где  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{U}$  – нижняя и верхняя треугольные матрицы.

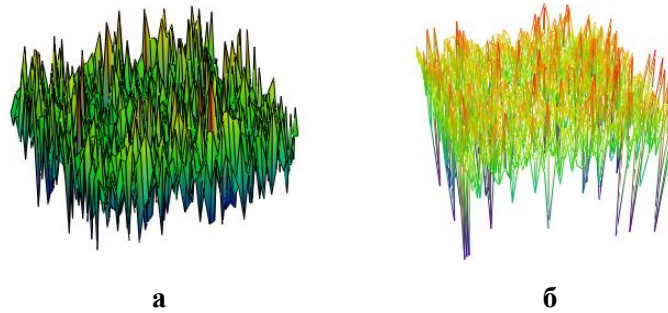
Решив систему уравнений (6), искомую матрицу  $\mathbf{P}$  преобразуем в квадратную матрицу размером  $N \times N$ .

Таким образом, по распределению отраженного поля (матрица  $\mathbf{G}$ ), определяемого модулем и аргументом комплексной амплитуды напряженности электрического поля, можно восстановить исходную картину, тем самым определяя местоположение целей внутри элемента разрешения.

Теперь проиллюстрируем приведенные теоретические положения. Рассмотрим случай, когда на поляризационно однородной поверхности находятся три поляризационно чувствительных объекта, характеризующихся матрицами рассеяния вида

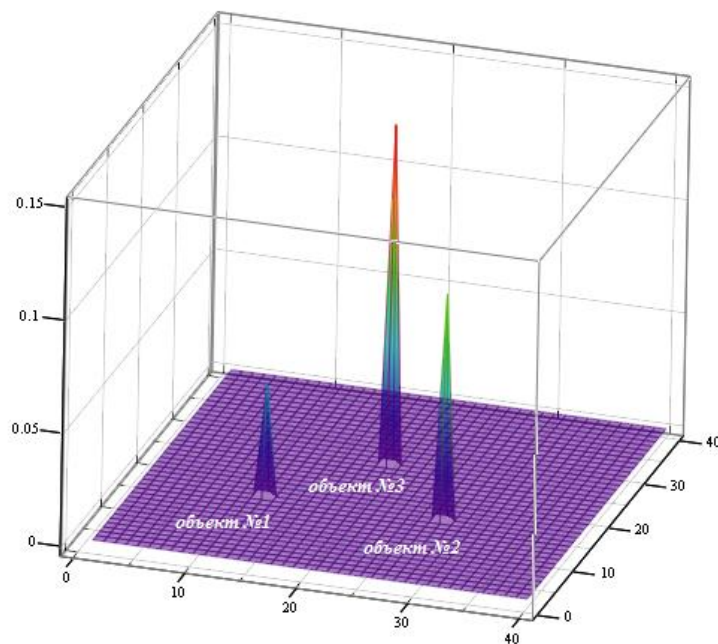
$S_i = \begin{pmatrix} s_{11_i}(\Psi_{11_i}) & s_{12_i}(\Psi_{12_i}) \\ s_{12_i}(\Psi_{12_i}) & s_{22_i}(\Psi_{22_i}) \end{pmatrix}$ , расположенных в произвольных точках элемента разрешения.

На рисунке 2 представлены массивы значений модуля (а) и аргумента (б) комплексной амплитуды напряженности электрического поля отраженной волны, полученные в результате моделирования рассматриваемого случая согласно (2) – (5).



**Рис. 2. Массив значений модуля и аргумента комплексной амплитуды напряженности электрического поля отраженной волны для трех объектов, характеризуемых некоторыми случайными функциями рассеяния ( $N=40$ )**

Путем решения системы уравнений (6) восстановим исходную структуру поверхности (рис. 3), заложенную при моделировании комплексной амплитуды напряженности электрического поля.

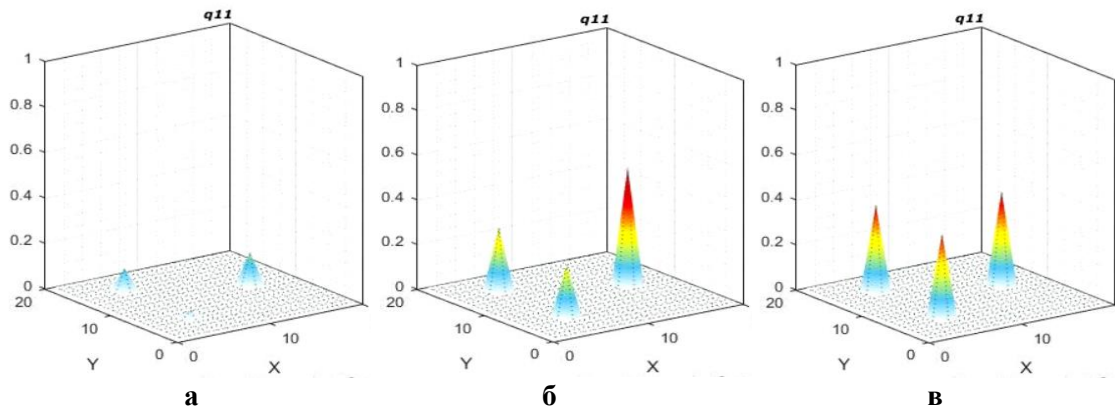


**Рис. 3. Распределение модуля комплексной функции рассеяния для 3-х объектов**

Если в качестве исходного поляризационного базиса выбрать произвольный, характеризуемый параметрами  $\gamma, \varphi$ , то элементы матрицы рассеяния будут подвергнуты следующему преобразованию [1]:

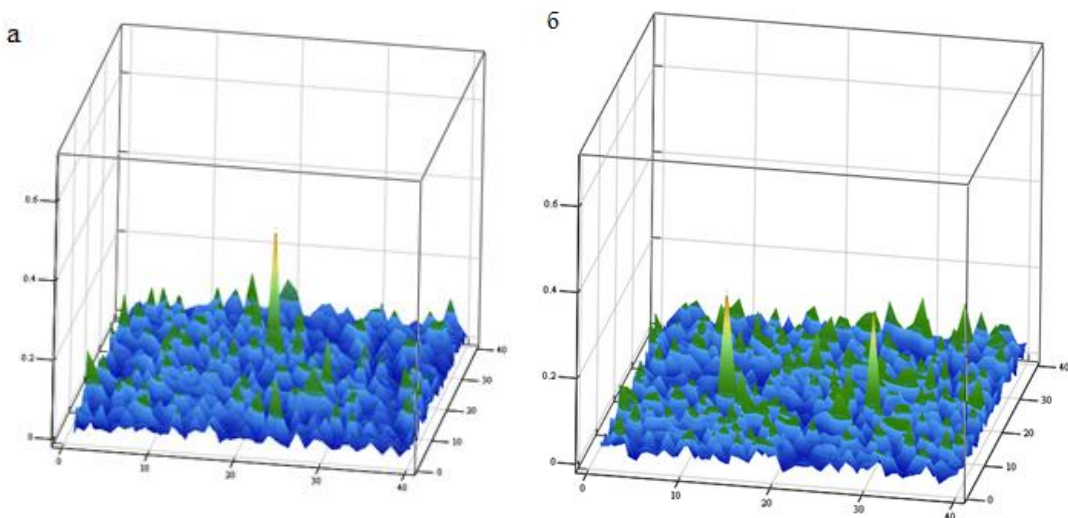
$$q_{11} = s_{11} e^{j(\Psi_{11}-2\varphi)} \cos(\gamma)^2 + s_{22} e^{j(\Psi_{22}+2\varphi)} \sin(\gamma)^2 + s_{12} \exp(\Psi_{12}) \sin(2\gamma) \quad (8)$$

В результате такого преобразования интенсивность сигнала, отраженного от каждой цели при изменении поляризации, будет изменяться (рис.3).



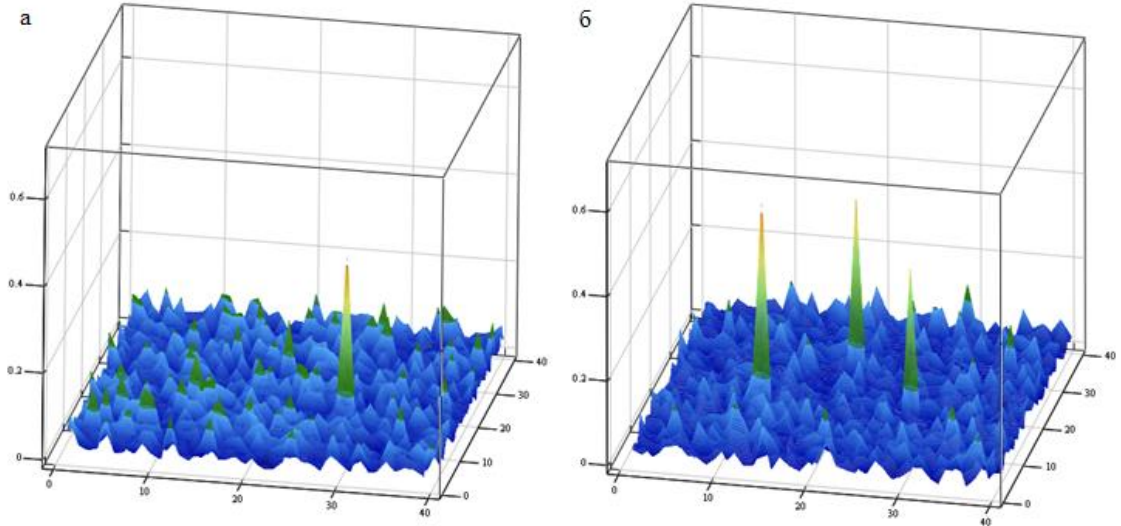
**Рис. 3. Распределение модуля комплексной функции рассеяния для 3-х объектов на поляризационно однородной поверхности:**  
**а – в исходном поляризационном базисе;**  
**б, в – в произвольных поляризационных базисах.**

Рассмотрим ситуацию, когда три цели находятся на поляризационно чувствительной поверхности.



**Рис. 4. Распределение модуля комплексной функции рассеяния при наличии фоновых отражений а – параметры  $\gamma=0$ ,  $\varphi=1.7$ ; б – параметры  $\gamma=0.9$ ,  $\varphi=1.7$**

На рисунке 4(а) представлена иллюстрация распределения модуля комплексной функции рассеяния на поляризации, характеризуемой параметрами  $\gamma=0$ ,  $\varphi=0.7$ . Как видно, отчетливо просматривается лишь цель №3, но при переходе на другую поляризацию картина значительно меняется. На поляризации, характеризуемой параметрами  $\gamma=0.9$ ,  $\varphi=0.7$ , могут быть обнаружены цель №1, 2 (рис.4, б), но цель №3, отчетливо просматриваемая на предыдущей поляризации, вовсе не видна. Переходя на следующую поляризацию (рис.5, а), отчетливо видим цель №2. На поляризации, характеризуемой параметрами  $\gamma=0.5$ ,  $\varphi=0.2$ , все три цели могут быть обнаружены (рис.5, б).



**Рис. 5.** Распределение модуля комплексной функции рассеяния при наличии фоновых отражений а – параметры  $\gamma=1.3$ ,  $\varphi=1.7$ ; б – параметры  $\gamma=0.5$ ,  $\varphi=0.2$

### Возможность определения элементов матриц рассеяния целей

Если матрица рассеяния диагональна, то унитарные матрицы (диагональные) при переходе в другой поляризационный базис будут сохранять диагональность матрицы  $S$ , т.е. при переходе от синфазного поляризационного базиса к соответствующим ему несинфазным базисам матрица рассеяния останется диагональной и ее свойства не изменятся [1].

Всегда существует такой несинфазный поляризационный базис, в котором собственные значения – действительные неотрицательные числа. Возьмем в качестве унитарной матрицы  $Q_0$ :

$$Q_0 = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\alpha}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\beta}{2}} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$s_{11} = \lambda_1 \geq 0,$$

$$s_{22} = \lambda_2 \geq 0,$$

$\lambda_1, \lambda_2$  – диагональные элементы матрицы  $S$ .

Если исходный поляризационный базис нулевой, то элементы матрицы рассеяния цели в произвольном поляризационном базисе могут определены следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} s_{11}e^{-2i\varphi} &= e^{2i\eta}e^{2i\varphi_{xy}}(\lambda_1e^{-2i\varphi_{xy}}\cos^2\gamma + \lambda_2e^{2i\varphi_{xy}}\sin^2\gamma); \\ s_{12}e^{-2i\varphi} &= (-\lambda_1e^{-2i\varphi_{xy}} + \lambda_2e^{2i\varphi_{xy}})\sin\gamma\cos\gamma; \\ s_{22}e^{-2i\varphi} &= e^{-2i\eta}e^{-2i\varphi_{xy}}(\lambda_1e^{-2i\varphi_{xy}}\sin^2\gamma + \lambda_2e^{2i\varphi_{xy}}\cos^2\gamma). \end{aligned} \quad (10)$$

Когда в качестве исходного поляризационного базиса выбран некоторый произвольный базис, то элементы матрицы рассеяния в другом базисе запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} q_{11} &= s_{11}e^{j(\Psi_{11}-2\varphi)}\cos(\gamma)^2 + s_{22}e^{j(\Psi_{22}+2\varphi)}\sin(\gamma)^2 + s_{12}\exp(\Psi_{12})\sin(2\gamma) \\ q_{12} &= (-s_{11}e^{j(\Psi_{11}-2\varphi)} + s_{22}e^{j(\Psi_{22}+2\varphi)})\frac{\sin(2\gamma)}{2} + s_{12}\exp(\Psi_{12})\cos(2\gamma) \\ q_{22} &= s_{11}e^{j(\Psi_{11}-2\varphi)}\sin(\gamma)^2 + s_{22}e^{j(\Psi_{22}+2\varphi)}\cos(\gamma)^2 - s_{12}\exp(\Psi_{12})\sin(2\gamma) \end{aligned} \quad (11)$$

При  $s_{12} = 0$  равенства (11) переходят в (10).

Матрицы рассеяния имеют два инварианта. Первый инвариант – сумма квадратов модулей элементов:

$$A = |s_{11}|^2 + |s_{22}|^2 + 2|s_{12}|^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \quad (12)$$

Второй инвариант – это модуль ее определителя:

$$B = |\det S| = |s_{11}s_{22} - s_{12}^2| = \lambda_1\lambda_2 \quad (13)$$

Соотношения (12), (13) позволяют по известной в каком-то базисе матрице рассеяния цели находить ее собственные значения:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - 4B^2}}{2}}; \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - 4B^2}}{2}} \quad (14)$$

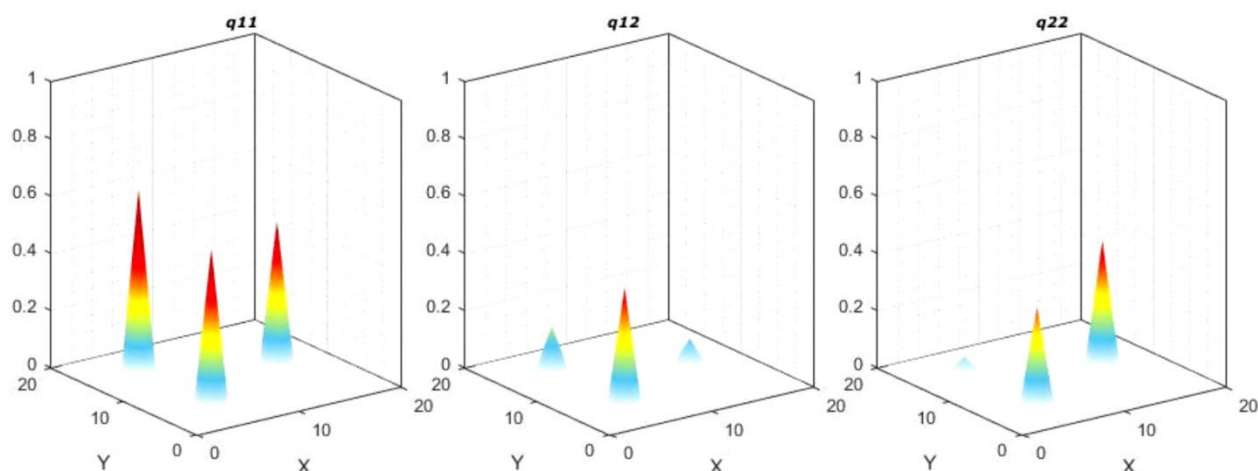
### Определение элементов матриц рассеяния

Примем следующие значения матриц рассеяния в исходном поляризационном базисе:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} x = 12 \\ y = 5 \end{matrix}; \quad \text{для первой цели;}$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} x = 5 \\ y = 5 \end{matrix}; \quad \text{для второй цели;}$$

$$S_3 = \begin{pmatrix} 0.45 & 0.1 \\ 0.1 & 0.5 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} x = 15 \\ y = 10 \end{matrix}; \quad \text{для третьей цели.}$$



**Рис. 6. Распределение модуля комплексной функции рассеяния при наблюдении на  $q_{11}$ ,  $q_{12}$ ,  $q_{22}$**

Инварианты матриц рассеяния при поляризационном сканировании могут быть определены в поляризационном базисе, которому соответствует  $q_{12} = 0$ . Для цели №2 (рис. 7) такой базис определен параметрами поляризации  $\varphi = 0, \gamma = 3.7$ . В соответствии с (4) – (6):

$$\lambda_1 = 0.685, \quad \lambda_2 = 0.015.$$

С учетом соотношения (10) определим элементы матрицы рассеяния в исходном поляризационном базисе:

$$S_2 = \begin{pmatrix} 0.497 & 0.301 \\ 0.301 & 0.203 \end{pmatrix}$$

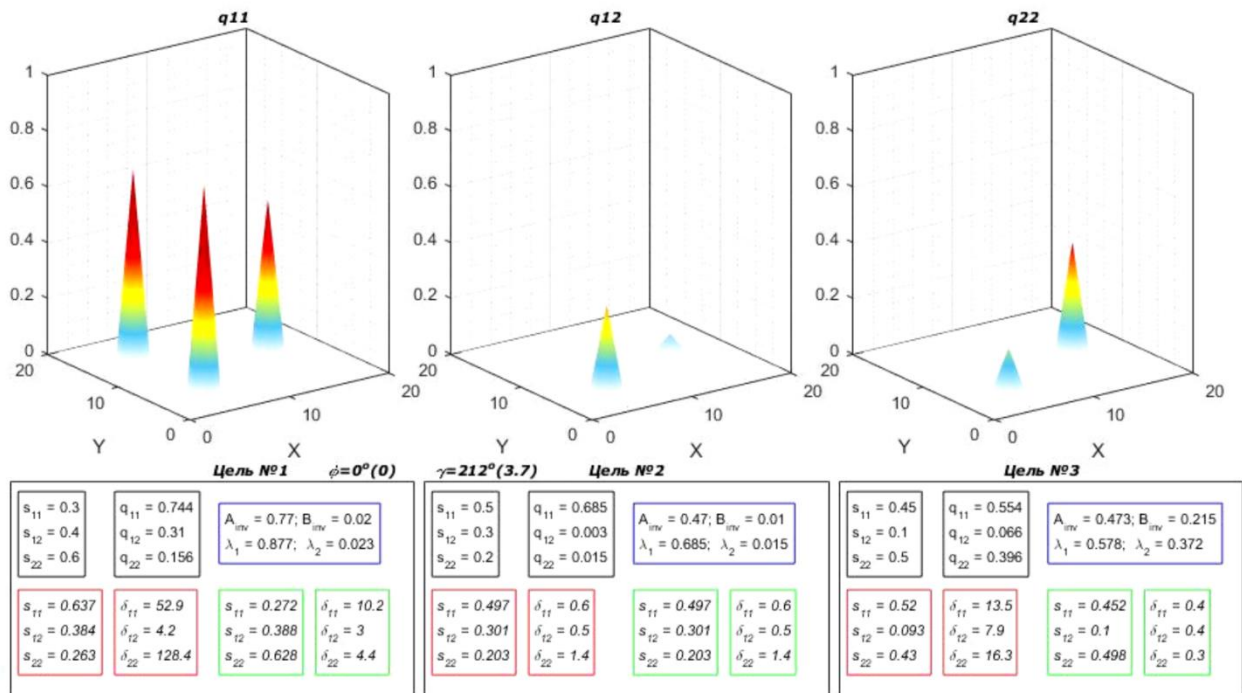


Рис. 7. Распределение модуля комплексной функции рассеяния при наблюдении на  $q_{11}, q_{12}, q_{22}$ , для цели №2 ( $q_{12} = 0$ )

Аналогичным образом матрицы рассеяния могут быть определены для цели №1 и №3 (рис.8).

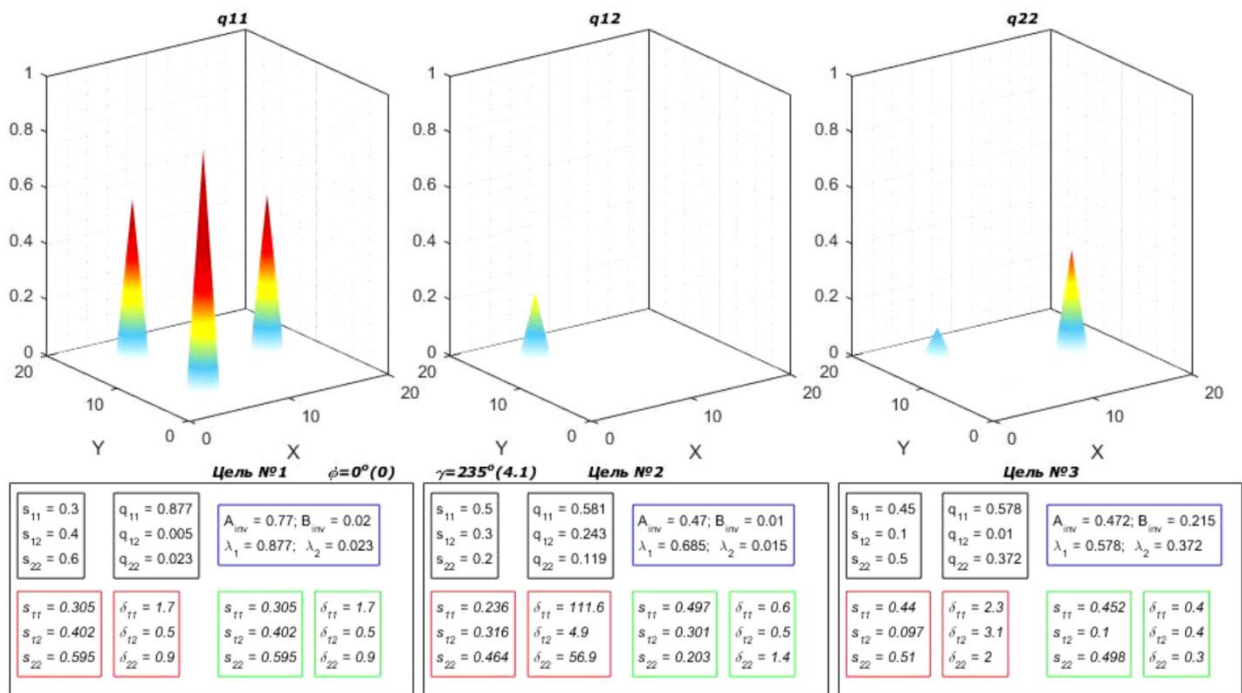


Рис. 8. Распределение модуля комплексной функции рассеяния при наблюдении на  $q_{11}, q_{12}, q_{22}$  для цели №1, №2 ( $q_{12} = 0$ )

Таким образом рассмотренный метод открывает возможности для решения задач по определению местоположения и матриц рассеяния блестящих точек в пределах элемента разрешения.



### **Литература**

1. Козлов А.И., Логвин А.И, Сарычев В.А. Поляризация радиоволн. Радиополяриметрия сложных по структуре сигналов. – М.: Радиотехника, 2008.
2. Козлов А.И., Логвин А.И, Сарычев В.А. Поляризация радиоволн. Поляризационная структура радиолокационных сигналов. – М.: Радиотехника, 2005.
3. Козлов А.И., Логвин А.И, Сарычев В.А. Поляризация радиоволн. Радиолокационная поляриметрия. – М.: Радиотехника, 2007.
4. В.В. Богородский, Д.Б. Канарейкин, А.И. Козлов. Поляризация рассеянного и собственного радиоизлучения земных покровов. Ленинград “Гидрометеиздат”, 1981.
5. А.И. Козлов, В.Ю. Маслов. Численный метод решения трехмерной обратной задачи рассеяния электромагнитных волн на препятствии // Научный Вестник МГТУ ГА. 2012. №179. С. 135-139.