### Анализ математических приближений для оценки частотной фазовой дисперсии широкополосных трансионосферных каналов связи. Картографирование полосы когерентности

Д. В. Иванов<sup>1</sup>, В. А. Иванов<sup>1</sup>, Н. В. Рябова<sup>1</sup>, М. И. Рябова<sup>1,2</sup>, А. А. Кислицын<sup>1</sup>, А.А. Чернов<sup>1</sup>, Н.А. Конкин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Поволжский государственный технологический университет», пл. Ленина, д. 3, г. Йошкар-Ола, Республика Марий Эл, 424000, KislitsinAA@volgatech.net

<sup>2</sup>Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, стр. 1, RyabovaMI@volgatech.net

Сформулированы общие положения теории частотной дисперсии фазы при трансионосферном распространении. Получены выражения для компонент дисперсии через приближения для коэффициента преломления волны на линии спутник-Земля. Установлены зависимости для оценки параметров дисперсии различных порядков через интегральные характеристики профиля электронной концентрации.

General provisions of the theory of frequency dispersion of the phase in the transionospheric propagation are formulated. Expressions for the dispersion components are obtained through the approximations for the refractive index of the wave in the satellite-earth line. Dependencies are established for estimating dispersion parameters of various orders through the integral characteristics of the electron concentration profile.

### Введение

B настоящее время В ряде радиотехнических систем, использующих трансионосферный радиоканал, требуется расширение полосы частот сигналов. Однако при существенном расширении полосы возникает проблема дисперсионных искажений сигналов из-за различий фазовой скорости его спектральных компонент [1, 2]. Преодоление этой проблемы невозможно без комплексного исследования эффекта частотной дисперсии на новом уровне. Известно, что дисперсия обусловлена показателя преломления среды. Трансионосферное зависимостью от частоты распространение возможно на частотах, превышающих критическую частоту ионосферы. Поэтому теория трансионосферного распространения имеет свои особенности, связанные с этим условием. Они проявляются в том, что показатель преломления допускает разложение по степеням отношения плазменной частоты к частоте распространяющегося колебания. В связи с этим возникает потребность исследования вклада в параметры дисперсии различного порядка каждого приближения.

Цель работы – проведение комплексных исследований дисперсионных искажений трансионосферных каналов с оценкой значимости параметров дисперсии различных порядков в искажениях импульсной характеристики канала.

# Общие положения частотной дисперсии набега фазы волны при трансионосферном распространении

Принцип эквивалентности [3] позволяет рассматривать вместо задачи распространения волновых пакетов в среде, задачу прохождения сигналами радиоканала с частотной характеристикой вида:

$$H(f) = H_0(f) \cdot \exp[-i\varphi(f)] \tag{1}$$

где *H*<sub>0</sub>(*f*) –амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) канала,

 $\varphi(f)$  – фазо-частотная характеристика (ФЧХ) канала, равная набегу фазы волны в среде,

*f* – частота электромагнитного колебания.

При этом считается, что если АЧХ канала не постоянна в его полосе, то имеет место частотная дисперсия амплитуды, а если от частоты нелинейно зависит ФЧХ, то в канале имеет место частотная дисперсия фазы [4-10].

В случае задачи дисперсионных искажений рассматривается влияние дисперсии на импульсную характеристику канала, обладающего полосой пропускания  $B_{ch}$  от  $f_1$  до  $f_2$ :

$$h(\tau) = \int_{f_1}^{f_2} H(f) \cdot \exp if\tau \cdot df$$
(2)

Функцию  $P(\tau) = |h(\tau)|^2$  по международной классификации называют мгновенным профилем задержки мощности - PDP.

В канале с ограниченной полосой частот  $B_{ch}$  и средней частотой  $\bar{f} = (f_1 + f_2)/2$  ФЧХ можно представить в виде разложения

$$\varphi(\omega) = \varphi(\overline{\omega}) + \varphi'_{\omega} \cdot \Omega + \varphi''_{\omega} \cdot \frac{\Omega^2}{2!} + \varphi'''_{\omega} \cdot \frac{\Omega^3}{3!} + \dots \approx$$

$$\approx \varphi(\overline{f}) + 2\pi\tau_{g_{|_0}} \cdot (F) + \pi s_{|_0} (F)^2 + \frac{\pi}{3} v_{|_0} (F)^3, \quad F \in \left[-\frac{B_{ch}}{2}, \frac{B_{ch}}{2}\right]$$
(3)

В этом случае говорят о фазовой дисперсии 1, 2, 3-го порядка, где  $\tau_{g|_0}$ ,  $s|_0$ ,  $v|_0$  параметры дисперсии;  $F = f - \bar{f}$ . Также помимо ФЧХ имеет смысл ввести функцию  $\tau(f)$ , которую называют дисперсионной характеристикой (ДХ) канала. Ее значимость заключается в том, что она содержит только параметры фазовой дисперсии. Действительно:

$$\tau_g(F) = \frac{d\varphi}{d\omega} \approx \tau_{g_{|_0}} + s_{|_0}(F) + \frac{v_{|_0}}{2}(F)^2$$
(4)

Проанализируем выражения для показателя преломления и набега фазы в случае трансионосферного канала. Напомним, что в состоянии равновесия электроны совершают в плазме колебательные движения с частотой, которая называется плазменной. Трансионосферное распространение возможно, когда частота волны

превышает плазменную частоту максимума ионосферы, т.е.  $\left(\frac{\omega_p^2(z)}{\omega^2}\right) < 1$ . В этом

случае в выражении для показателя преломления можно пренебречь гирочастотой и представить его в виде разложения в ряд Тейлора по степеням отношения  $\left(\frac{\omega_p^2(z)}{\omega^2}\right)$ :

$$n(z) = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p^2(z)}{\omega^2}\right)} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{f_p^2(z)}{f^2}\right) - \frac{1}{8} \left(\frac{f_p^2(z)}{f^2}\right)^2 - \frac{1}{16} \left(\frac{f_p^2(z)}{f^2}\right)^3 \dots =$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{k \cdot N}{f^2}\right) - \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{k \cdot N}{f^2}\right)^2 - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{k \cdot N}{f^2}\right)^3 \dots$$
(5)

Тогда для набега фазы в среде будем иметь формулу:

$$\varphi(\omega) = \frac{1}{c} \int_{s} [\omega \cdot n(\omega, z)] dz \approx \omega \int_{s} \frac{dz}{c} - \left[ \frac{1}{f} \frac{\pi k}{c} \int_{s} N_{e}(z) dz + \frac{1}{f^{3}} \frac{\pi k^{2}}{4c} \int_{s} N_{e}^{2}(z) dz + \frac{1}{f^{5}} \frac{\pi k^{3}}{8c} \int_{s} N_{e}^{3}(z) dz \right] = (6)$$
$$= \omega \int_{s} \frac{dz}{c} - \left[ \frac{\alpha_{1}}{f} + \frac{\alpha_{2}}{f^{3}} + \frac{\alpha_{3}}{f^{5}} \right],$$

В квадратных скобках в выражении для фазы (6) можно пренебречь соответствующими слагаемыми, если набег фазы из-за них много меньше  $2\pi$  (для инженерных применений можно считать меньше единицы).

Далее определим первые три производные от фазы по частоте в точке f, которые являются характеристиками частотной дисперсии:

$$\tau_{g}(f) = \frac{d\varphi}{d\omega}(f) = \frac{1}{2\pi} \left[ 2\pi \int_{s}^{s} \frac{dz}{c} + \frac{\alpha_{1}}{f^{2}} + 3\frac{\alpha_{2}}{f^{4}} + 5\frac{\alpha_{3}}{f^{6}} + \dots \right]$$
(7)

$$s(f) = \frac{d\tau_g}{df}(f) = -\frac{1}{\pi} \left[ \frac{\alpha_1}{f^3} + 6\frac{\alpha_2}{f^5} + 15\frac{\alpha_3}{f^7} + \dots \right]$$
(8)

$$v(f) = \frac{d^2 \tau_g}{df^2}(f) = \frac{3}{\pi} \left[ \frac{\alpha_1}{f^4} + 10 \frac{\alpha_2}{f^6} + 35 \frac{\alpha_3}{f^8} + \dots \right]$$
(9)

На фиксированной частоте  $f = \bar{f}$  числа:  $\tau_g(\bar{f}) s(\bar{f}) v(\bar{f})$  являются параметрами фазовой дисперсии канала на этой частоте.

# Оценка значимости различных приближений для ДХ трансионосферного канала

Каждая из формул (7) – (9) представляет сумму различных приближений. Их значимость определяется в первую очередь значением частоты. Для оптимизации вычислений важно оценить области частот, для которых важны отдельные приближения. Очевидно, что первое слагаемое в (7) не зависит от частоты и поэтому не влияет на искажения широкополосных сигналов. Второе слагаемое будет значимо на высоких частотах. Влияние третьего и четвертого будет проявляться с приближением частоты к критической частоте ионосферы.

Исследуем вклад приближений численным методом. Для оценки интегралов в коэффициентах  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  необходимо вычислить интегралы от профиля электронной концентрации, его квадрата и куба. Для этого нами использовалась хорошо зарекомендовавшая себя модель NeQuick. Интегралы от профилей вычислялись методом прямоугольников. При вычислениях область определения профиля от 70 до 1000 км разбивалась на две части от 70 до 500 км и от 500 до 1000 км. Затем первая разбивалась точками на равные части с шагом 10 км, а вторая – с шагом 50 км. Использовались следующие выражения:

$$\int_{s} N_{e}(z) dz = 10^{4} \cdot \sum_{i=7}^{49} N_{ei} + 5 \cdot 10^{4} \sum_{i=50}^{59} N_{ei}$$
(10a)

$$\int_{s} N_{e}^{2}(z) dz = 10^{4} \cdot \sum_{i=7}^{49} (N_{e_{i}})^{2} + 5 \cdot 10^{4} \sum_{i=50}^{59} (N_{e_{i}})^{2}$$
(106)

$$\int_{s} N_{e}^{3}(z) dz = 10^{4} \cdot \sum_{i=7}^{49} (N_{ei})^{3} + 5 \cdot 10^{4} \sum_{i=50}^{59} (N_{ei})^{3}$$
(10b)

Вычислительный эксперимент измерения интегралов от профиля электронной концентрации, его квадрата и куба были проведены для четырех месяцев,

соответствующих наиболее стабильным условиям в ионосфере: март-сентябрь (весеннее и осеннее равноденствие), июнь–декабрь (летнее и зимнее солнцестояния). Исследования проводились для 2015 года, причем для каждого текущего месяца при дневной и ночной ионосфере по данным обсерватории ТЕСИС были получены максимальные и минимальные значения индексов  $F_{10.7}$  (поток радиоизлучения на волне 10,7 см), который является качественным индикатором уровня солнечной активности. Предполагали, что при условии  $F_{10.7} < 100$  данные относятся к низкой активности, если  $100 < F_{10.7} < 170$  – умеренной активности и  $F_{10.7} > 170$  – сильной активности. Полученные данные для электронной концентрации, полного электронного содержания, а также их квадратов и кубов представлены в табл. 1.

MAPT	$N_m, M^{-3}$	$N_t$ , $\mathcal{M}^{-2}$	$N_m^2, M^{-3}$	$Nt^2$ , $M^{-2}$	$N_m^3$ , $M^{-3}$	$Nt^3$ , $M^{-2}$					
Поток радиоизлучения F <sub>10.7</sub> =109											
День	0,7354.1012	$18,55 \ 10^{16}$	0,5408.1024	$7,929\ 10^{28}$	0,3976·10 <sup>36</sup>	4,403 1040					
Ночь	0,1073.1012	2,607 1016	$1,08 \cdot 10^{22}$	1,627 1027	$1,122 \cdot 10^{33}$	1,336 10 <sup>38</sup>					
Поток радиоизлучения F <sub>10.7</sub> = 146											
День	$1,116 \cdot 10^{12}$	29,21 10 <sup>16</sup>	$1,245 \cdot 10^{24}$	1,918 10 <sup>29</sup>	$1,389 \cdot 10^{36}$	1,629 10 <sup>41</sup>					
Ночь	0,1587·10 <sup>12</sup>	4,029 10 <sup>16</sup>	$2,519 \cdot 10^{22}$	3,77 1027	3,999·10 <sup>33</sup>	4,603 10 <sup>38</sup>					
ИЮНЬ	$N_m, M^{-3}$	$N_t$ , $M^{-2}$	$N_m^2, M^{-3}$	$Nt^2$ , $M^{-2}$	$N_m^{3}, M^{-3}$	$Nt^3$ , $M^{-2}$					
Поток радиоизлучения F10.7=97											
День	$0,4221 \cdot 10^{12}$	12,51 10 <sup>16</sup>	$0,1781 \cdot 10^{24}$	3,16 1028	$7,518 \cdot 10^{34}$	9,974 10 <sup>39</sup>					
Ночь	$0,2264 \cdot 10^{12}$	5,786 10 <sup>16</sup>	$5,24 \cdot 10^{22}$	7,502 1027	1,16.1033	1,275 10 <sup>39</sup>					
Поток радиоизлучения F <sub>10.7</sub> = 151											
День	0,5941.1012	19,59 10 <sup>16</sup>	0,3529.1024	7,014 1028	$2,096 \cdot 10^{35}$	3,097 1040					
Ночь	0,3658.1012	10,03 1016	$1,338 \cdot 10^{23}$	2,174 1028	$4,895 \cdot 10^{34}$	6,002 10 <sup>39</sup>					
	2										
СЕНТЯБРЬ	$N_m, M^{-3}$	$N_t$ , $\mathcal{M}^{-2}$	$N_m^2, M^{-3}$	$Nt^{2}, M^{-2}$	$N_m{}^3, M^{-3}$	Nt <sup>3</sup> , м <sup>-2</sup>					
СЕНТЯБРЬ	$N_m, M^{-3}$	<u>N</u> <sub>t</sub> , м <sup>-2</sup> Поток рад	<i>N<sub>m</sub></i> <sup>2</sup> , <i>м</i> <sup>-3</sup> иоизлучения	$Nt^2, M^{-2}$ F <sub>10.7</sub> =82	$N_m^{3}, M^{-3}$	$Nt^3$ , $M^{-2}$					
СЕНТЯБРЬ День	$N_{m}, M^{-3}$ 0,4105.10 <sup>12</sup>	<u>N<sub>t</sub></u> , м <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup>	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 · 10 <sup>24</sup>	$\frac{Nt^2, M^{-2}}{F_{10.7}=82}$ 2,571 10 <sup>28</sup>	$N_m^{-3}, M^{-3}$ 6,916·10 <sup>34</sup>	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь	$\frac{N_{m} \ m^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ $0,075 \cdot 10^{12}$	<u>N<sub>t</sub></u> , м <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup>	$\frac{N_m^2, M^{-3}}{0,1685 \cdot 10^{24}}$ 0,1685 \cdot 10^{24} 5,675 \cdot 10^{21}	$\frac{Nt^2, M^{-2}}{F_{10.7} = 82}$ 2,571 10 <sup>28</sup> 7,964 10 <sup>26</sup>	$\frac{N_m^3,  m^{-3}}{6,916 \cdot 10^{34}}$ $4,275 \cdot 10^{32}$	Nt <sup>3</sup> , м <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь	$\frac{N_{m}, M^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ 0,075 \cdot 10^{12}	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ юизлучения I	$\frac{Nt^2, M^{-2}}{F_{10.7}=82}$ $\frac{2,571 \ 10^{28}}{7,964 \ 10^{26}}$ $\overline{F_{10.7}=131}$	$\frac{N_m^{3}, M^{-3}}{6,916 \cdot 10^{34}}$ $\frac{4,275 \cdot 10^{32}}{6}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День	$\frac{N_{m} \ m^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ $0,075 \cdot 10^{12}$ $0,7331 \cdot 10^{12}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup>	<i>N<sub>m</sub><sup>2</sup>, м<sup>-3</sup></i> иоизлучения 0,1685·10 <sup>24</sup> 5,675·10 <sup>21</sup> юизлучения I 0,5375·10 <sup>24</sup>	$\begin{array}{c} Nt^2,  \textit{m}^{-2} \\ F_{10.7} = 82 \\ \hline 2,571  10^{28} \\ \hline 7,964  10^{26} \\ \hline r_{10.7} = 131 \\ \hline 8,787  10^{28} \end{array}$	$\frac{N_m^3, M^{-3}}{6,916 \cdot 10^{34}}$ $\frac{4,275 \cdot 10^{32}}{3,941 \cdot 10^{35}}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День Ночь	$\frac{N_{m} \ m^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ $0,075 \cdot 10^{12}$ $0,7331 \cdot 10^{12}$ $0,1493 \cdot 10^{12}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup>	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ оизлучения I 0,5375 $\cdot 10^{24}$ 2,229 $\cdot 10^{22}$	$\begin{array}{c} Nt^2,  \textit{m}^{-2} \\ \hline F_{10.7} = 82 \\ \hline 2,571  10^{28} \\ \hline 7,964  10^{26} \\ \hline r_{10.7} = 131 \\ \hline 8,787  10^{28} \\ \hline 3,481  10^{27} \end{array}$	$\frac{N_m^3, M^{-3}}{4,275 \cdot 10^{32}}$ $\frac{3,941 \cdot 10^{35}}{3,328 \cdot 10^{33}}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День Ночь ДЕКАБРЬ	$\frac{N_{mb} \ m^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ $0,075 \cdot 10^{12}$ $0,7331 \cdot 10^{12}$ $0,1493 \cdot 10^{12}$ $N_{mb} \ m^{-3}$	N <sub>t</sub> , м <sup>-2</sup> Поток рад           10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради           20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> N <sub>t</sub> , м <sup>-2</sup>	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ юизлучения F 0,5375 $\cdot 10^{24}$ 2,229 $\cdot 10^{22}$ $N_m^2, M^{-3}$	$\begin{array}{r} Nt^2, \ \mbox{${\cal M}^{-2}$}\\ F_{10.7}{=}82\\ \hline 2,571\ 10^{28}\\ \hline 7,964\ 10^{26}\\ \hline r_{10.7}{=}\ 131\\ \hline 8,787\ 10^{28}\\ \hline 3,481\ 10^{27}\\ \hline Nt^2, \ \mbox{${\cal M}^{-2}$} \end{array}$	$\frac{N_m^3, M^{-3}}{4,275 \cdot 10^{32}}$ $\frac{3,941 \cdot 10^{35}}{3,328 \cdot 10^{33}}$ $\frac{N_m^3, M^{-3}}{3}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup> Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День Ночь ДЕКАБРЬ	$\frac{N_{m}, M^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ $\frac{0,075 \cdot 10^{12}}{0,7331 \cdot 10^{12}}$ $\frac{0,7331 \cdot 10^{12}}{0,1493 \cdot 10^{12}}$ $\frac{N_{m}, M^{-3}}{0,000}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> <i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ юизлучения I 0,5375 $\cdot 10^{24}$ 2,229 $\cdot 10^{22}$ $N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения	$\begin{array}{r} Nt^2, \ m^{-2} \\ F_{10.7} = 82 \\ \hline 2,571 \ 10^{28} \\ \hline 7,964 \ 10^{26} \\ \hline 7_{10.7} = \ 131 \\ \hline 8,787 \ 10^{28} \\ \hline 3,481 \ 10^{27} \\ \hline Nt^2, \ m^{-2} \\ \hline F_{10.7} = 96 \end{array}$	$\frac{N_m^3, M^{-3}}{6,916 \cdot 10^{34}}$ $\frac{4,275 \cdot 10^{32}}{3,941 \cdot 10^{35}}$ $\frac{3,328 \cdot 10^{33}}{N_m^3, M^{-3}}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup> Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День Ночь <b>ДЕКАБРЬ</b> День	$\frac{N_{mb} \ m^{-3}}{0,4105 \cdot 10^{12}}$ $0,075 \cdot 10^{12}$ $0,7331 \cdot 10^{12}$ $0,1493 \cdot 10^{12}$ $N_{mb} \ m^{-3}$ $0,629410^{12}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> <i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 14,63 10 <sup>16</sup>	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ оизлучения I 0,5375 $\cdot 10^{24}$ 2,229 $\cdot 10^{22}$ $N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,3962 $\cdot 10^{24}$	$\begin{array}{r} Nt^2, \ m^{-2} \\ F_{10.7} = 82 \\ \hline 2,571 \ 10^{28} \\ \hline 7,964 \ 10^{26} \\ \hline r_{10.7} = 131 \\ \hline 8,787 \ 10^{28} \\ \hline 3,481 \ 10^{27} \\ \hline Nt^2, \ m^{-2} \\ \hline F_{10.7} = 96 \\ \hline 5,24 \ 10^{28} \end{array}$	$\begin{array}{c} N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 6,916\cdot10^{34} \\ 4,275\cdot10^{32} \\ \hline 3,941\cdot10^{35} \\ 3,328\cdot10^{33} \\ N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 2,494\cdot10^{35} \end{array}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup> Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 2,485 10 <sup>40</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День Ночь ДЕКАБРЬ День Ночь	$\begin{array}{c} N_{m},  \mathcal{M}^{-3} \\ \hline 0,4105\cdot 10^{12} \\ 0,075\cdot 10^{12} \\ \hline 0,7331\cdot 10^{12} \\ \hline 0,1493\cdot 10^{12} \\ \hline N_{m},  \mathcal{M}^{-3} \\ \hline 0,629410^{12} \\ \hline 0,0668\cdot 10^{12} \\ \hline \end{array}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> <i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 14,63 10 <sup>16</sup> 1,651 10 <sup>16</sup>	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685·10 <sup>24</sup> 5,675·10 <sup>21</sup> юизлучения I 0,5375·10 <sup>24</sup> 2,229·10 <sup>22</sup> $N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,3962·10 <sup>24</sup> 4,47·10 <sup>21</sup>	$\begin{array}{r} Nt^2, \ \mbox{${\cal M}^{-2}$}\\ F_{10.7}{=}82\\ \hline 2,571\ 10^{28}\\ \hline 7,964\ 10^{26}\\ \hline 7_{10.7}{=}\ 131\\ \hline 8,787\ 10^{28}\\ \hline 3,481\ 10^{27}\\ \hline Nt^2, \ \mbox{${\cal M}^{-2}$}\\ \hline F_{10.7}{=}96\\ \hline 5,24\ 10^{28}\\ \hline 6,252\ 10^{26}\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 6,916 \cdot 10^{34} \\ 4,275 \cdot 10^{32} \\ \hline 3,941 \cdot 10^{35} \\ 3,328 \cdot 10^{33} \\ N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 2,494 \cdot 10^{35} \\ 2,989 \cdot 10^{32} \end{array}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup> Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 2,485 10 <sup>40</sup> 3,123 10 <sup>37</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь День Ночь ДЕКАБРЬ День Ночь	$\begin{array}{c} N_{m}, \ {\cal M}^{-3} \\ \hline 0,4105\cdot 10^{12} \\ 0,075\cdot 10^{12} \\ \hline 0,7331\cdot 10^{12} \\ 0,1493\cdot 10^{12} \\ \hline N_{m}, \ {\cal M}^{-3} \\ \hline 0,629410^{12} \\ 0,0668\cdot 10^{12} \\ \hline \end{array}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> <i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 14,63 10 <sup>16</sup> 1,651 10 <sup>16</sup> Поток ради	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ юизлучения I 0,5375 $\cdot 10^{24}$ 2,229 $\cdot 10^{22}$ $N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,3962 $\cdot 10^{24}$ 4,47 $\cdot 10^{21}$ юизлучения I	$\begin{array}{r} Nt^2, \ m^{-2} \\ F_{10.7} = 82 \\ \hline 2,571 \ 10^{28} \\ \hline 7,964 \ 10^{26} \\ \hline 7_{10.7} = \ 131 \\ \hline 8,787 \ 10^{28} \\ \hline 3,481 \ 10^{27} \\ \hline Nt^2, \ m^{-2} \\ \hline F_{10.7} = 96 \\ \hline 5,24 \ 10^{28} \\ \hline 6,252 \ 10^{26} \\ \hline 7_{10.7} = \ 134 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 6,916\cdot 10^{34} \\ 4,275\cdot 10^{32} \\ \hline 3,941\cdot 10^{35} \\ 3,328\cdot 10^{33} \\ N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 2,494\cdot 10^{35} \\ 2,989\cdot 10^{32} \\ \hline \end{array}$	Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup> Nt <sup>3</sup> , m <sup>-2</sup> 2,485 10 <sup>40</sup> 3,123 10 <sup>37</sup>					
СЕНТЯБРЬ День Ночь Ночь День День Ночь День Ночь	$\begin{array}{c} N_{mb} \ {\cal M}^{-3} \\ \hline 0,4105\cdot 10^{12} \\ 0,075\cdot 10^{12} \\ \hline 0,7331\cdot 10^{12} \\ \hline 0,1493\cdot 10^{12} \\ \hline 0,1493\cdot 10^{12} \\ \hline N_{mb} \ {\cal M}^{-3} \\ \hline 0,629410^{12} \\ \hline 0,0668\cdot 10^{12} \\ \hline 1,125\cdot 10^{12} \end{array}$	<i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 10,87 10 <sup>16</sup> 1,864 10 <sup>16</sup> Поток ради 20,75 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> 3,97 10 <sup>16</sup> <i>N<sub>t</sub></i> , <i>м</i> <sup>-2</sup> Поток рад 14,63 10 <sup>16</sup> 1,651 10 <sup>16</sup> Поток ради 27,51 10 <sup>16</sup>	$N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,1685 $\cdot 10^{24}$ 5,675 $\cdot 10^{21}$ оизлучения I 0,5375 $\cdot 10^{24}$ 2,229 $\cdot 10^{22}$ $N_m^2, M^{-3}$ иоизлучения 0,3962 $\cdot 10^{24}$ 4,47 $\cdot 10^{21}$ юизлучения I 1,265 $\cdot 10^{24}$	$\begin{array}{r} Nt^2, \ \ m^{-2} \\ F_{10.7} = 82 \\ \hline 2,571 \ 10^{28} \\ \hline 7,964 \ 10^{26} \\ \hline 7_{10.7} = \ 131 \\ \hline 8,787 \ 10^{28} \\ \hline 3,481 \ 10^{27} \\ \hline Nt^2, \ \ m^{-2} \\ \hline F_{10.7} = 96 \\ \hline 5,24 \ 10^{28} \\ \hline 6,252 \ 10^{26} \\ \hline \hline 7_{10.7} = \ 134 \\ \hline 1,785 \ 10^{29} \end{array}$	$\begin{array}{c} N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 6,916\cdot10^{34} \\ 4,275\cdot10^{32} \\ \hline 3,941\cdot10^{35} \\ 3,328\cdot10^{33} \\ N_m^{\ 3}, \ M^{-3} \\ \hline 2,494\cdot10^{35} \\ 2,989\cdot10^{32} \\ \hline 1,422\cdot10^{36} \end{array}$	Nt <sup>3</sup> , M <sup>-2</sup> 7,813 10 <sup>39</sup> 4,484 10 <sup>37</sup> 4,786 10 <sup>40</sup> 3,908 10 <sup>38</sup> Nt <sup>3</sup> , M <sup>-2</sup> 2,485 10 <sup>40</sup> 3,123 10 <sup>37</sup> 1,515 10 <sup>41</sup>					

Таблица	1.	Значения	параметров	ионосферы,	полученные	при	помощи
вычислителы	ног	о экспери	иента				

**Примечание:**  $N_m$ ,  $N_m^2$ ,  $N_m^3$  – максимальные значения электронной концентрации, их квадрата и куба соответственно;  $N_t$ ,  $Nt^2$ ,  $Nt^3$  – значения интеграла от профиля электронной концентрации, его квадрата и куба соответственно.

Анализ полученных данных показывает, что величина интегралов в коэффициентах  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  испытывает значительные вариации при изменении геофизических условий (времени суток, сезона, солнечной активности). Поэтому результаты исследования

зависимостей (7-9) будут носить частный характер. Для получения общих решений, удовлетворяющих требованиям инженерных оценок, необходимо рассматривать зависимости от относительных частот, равных отношению абсолютной частоты к критической частоте  $f_{\kappa p}$  ионосферы  $f = f/f_{\kappa p}$ . Действительно, приняв упрощенную двухпараметрическую модель ионосферы, для параметров которой выполняется условие:  $\int N_e(z)dz = N_m \cdot H_1$  (где  $N_m$  – концентрация для глобального максимума профиля,  $H_1$  – эффективная толщина ионосферы), видим, что все рассматриваемые отношения  $\alpha_1/f^2, \alpha_2/f^4, \alpha_3/f^6$  имеют зависимость от относительной частоты, т.к.  $kN_m = f_{\kappa p}^2$  и  $\int N_e^2(z)dz = N_m^2 \cdot H_2$  и  $\int N_e^3(z)dz = N_m^3 \cdot H_3$ .

Гипотеза о зависимости характеристик дисперсии от относительной частоты использовалась для получения общего решения. В начале на ее основе исследовалась значимость приближений для ДХ (7). Использовалось сравнение точного и приближенных решений для зависимостей ДХ от относительной частоты. Точное решение находилось с использованием формулы:

$$\tau(f) = \frac{1}{c} \left( 10^4 \cdot \sum_{i=7}^{49} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{f^2} \cdot \frac{f_{0i}^2}{f_{\kappa p}^2}}} + 5 \cdot 10^4 \cdot \sum_{i=50}^{59} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{f^2} \cdot \frac{f_{0i}^2}{f_{\kappa p}^2}}} + z_0 \right)$$
(11)

где  $f_0$  – плазменная частота;  $z_0$  – высота начала слоя.

Первое (высокочастотное приближение), второе и третье приближения рассчитывались по формулам:

$$\tau_1(f) = \frac{z_s}{c} + \frac{\alpha_1}{2\pi \cdot f^2 \cdot f_{_{K\!P}}^2}$$
(12)

$$\tau_{2}(f) = \frac{z_{s}}{c} + \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\alpha_{1}}{f} + \frac{\alpha_{2}}{f} + \frac{\alpha_{2}}{f} + \frac{\alpha_{2}}{f} + \frac{\alpha_{2}}{f} \right)$$
(13)

$$\tau_{3}(f) = \frac{z_{s}}{c} + \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\alpha_{1}}{f^{2} \cdot f_{\kappa p}^{2}} + \frac{\alpha_{2}}{f^{4} \cdot f_{\kappa p}^{4}} + \frac{\alpha_{3}}{f^{6} \cdot f_{\kappa p}^{6}} \right)$$
(14)

где *z*<sub>s</sub> – расстояние от земли до космического аппарата.

Результаты расчетов зависимостей ДХ от относительной частоты для точного и приближенных решений представлены на рис. 1.



Рис. 1. Зависимости ДХ для точного решения и различных приближений

Анализ представленных данных показал, что первое приближение справедливо при f > 6, второе 6 > f > 4,5, третье 4,5 > f > 3.

### Экспериментальные исследования дисперсии второго порядка

Для оценки значимости дисперсионных искажений вводится понятие полосы когерентности радиоканала. Это полоса частот на границах которой набег нелинейной составляющей фазы из-за дисперсии не превышает 1 радиан, т.е.  $\pi s_{0}(f - \bar{f})^{2} = 1$ .

Новые возможности исследования частотной дисперсии в радиоканалах могут основываться на результатах натурных экспериментов, заключающихся в определении полного электронного содержания ионосферы и построении карт полос когерентности. Программно-аппаратный комплекс для приема и обработки радионавигационных сигналов при трансионосферном зондировании представлен на рис. 2.



Рис. 2. Комплекс трансионосферного зондирования ионосферы

Новые возможности в экспериментальных исследованиях были получены благодаря взаимодействию ПГТУ и предприятия «Навгеоком», предоставившему данные сети референцных базовых станций.

Для вычисления полосы когерентности при фазовой дисперсии второго порядка использовалась формула:

$$B_k = \frac{2}{\sqrt{\pi \cdot |s|}} \tag{15}$$

Для трансионосферного канала в случае ВЧ-приближения для определения полосы когерентности справедлива следующая формула:

$$B_{k} = \sqrt{\left(\frac{c \cdot f^{3}}{k \cdot N_{t}}\right)}$$
(16)

Использование данных собственного измерительного комплекса, а также сетевых данных позволило получить карты полос когерентности для большей части России. Карта полос когерентности представляется в виде анимационного изображения в формате .gif, на котором точки динамически перемещаются и меняют цветовую гамму в зависимости от уровня полного электронного содержания (ПЭС), а перемещение точек зависит от времени и координаты (рис. 3)



Рис. 3. Региональная карта полос когерентности

Карты позволяют изучать вариации во времени и в пространстве полос когерентности и судить о возможной максимальной полосе когерентности для систем связи и локации, использующих трансионосферный радиоканал.

#### Заключение

Установлено, что для решения задачи частотной дисперсии в сигналах со средней частотой канала близкой к критической частоте ионосферы необходим учет более высоких приближений. Показано, что зависимости характеристик дисперсии от отношения частот (средней частоты канала к критической частоте ионосферы) носят общий характер. Впервые получены региональные карты полос когерентности в случае дисперсии второго порядка с целью мониторинга степени дисперсионных искажений и влияния на них геофизических факторов. Полученые результаты, будут способствовать достижению новых возможностей для работы широкополосных радиотехнических систем в диспергирующих средах, обеспечивая их повышенную помехоустойчивость.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ: № 15-07-05280; 17-07-00799; 16-37-60068; 16-07-00210; РНФ № 15-19-10053.

### Литература

1. Cannon, P. S. Characterization and modeling of the HF communications channel/ P. S. Cannon, M. J. Angling, B. Lundborg. // Review of Radio Science: 1999-2002. –2002. – P. 597–622.

2. Иванов Д.В., Иванов В.А., Рябова М.И. и др. Искажения широкополосного радиосигнала в ионосфере, вызванные нелинейной частотной дисперсией // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2013. № 2 (18). С. 5-15.

3. Wideband Scattering Functions for HF Ionospheric Propagation Channels / V. E. Gherm, N. N. Zernov, B. Lundborg et al. // Journal of Atmospheric and Solar Terrestrial Physics. 2001. V.63. P.1489-1497.

3. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В., Царев И.Е. Численные и полунатурные исследования функции рассеяния узкополосных декаметровых радиоканалов / Электромагнитные волны и электронные системы. 2009. Т. 14. № 8. С. 46-54.

4. Арманд, Н. А. Коррекция дисперсионных искажений широкополосных сигналов / Н. А. Арманд, В. А. Иванов // Распространение радиоволн: сборник докладов XXI Всероссийской научной конференции. В 2-х т.: Т 1. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2005. –457 5. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В., Мальцев А.В. Адаптивное обнаружение и выделение широкополосного сигнала с линейной частотной модуляцией при сжатии его в частотной области / Электромагнитные волны и электронные системы. 2009. Т. 14. № 8. С. 34-45.

6. Иванов, В.А. Экспериментальное определение полного электронного содержания в ионосфере над Йошкар-Олой с использованием технологий ГЛОНАСС/GPS / В. А. Иванов, Н. В. Рябова, М. И. Рябова, А. А. Кислицын / Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике: Материалы IV Всероссийской научной конференции (Муром, 25.06.-27.06.2015 г.) (III Всероссийские Армандовские чтения) [Электронный ресурс] – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2013. –С. 101-105.

7. Иванов Д.В., Иванов В.А., Чернов А.А. Теоретические основы метода прямого цифрового синтеза радиосигналов для цифровых систем связи / Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2012. № 1 (15). С. 3-34..

8. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова М.И., Сорокин Н.А. Искажение сложных декаметровых радиосигналов в дисперсных ионосферных радиоканалах при квазизенитном распространении / Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2010. № 1. С. 43-53.

9. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова М.И. Исследование факторов, приводящих к искажению высокочастотных сигналов с расширенным спектром при их квазизенитном распространении в ионосфере / Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. Т. 16. № 8. С. 33-39.

10 Ivanov D.V., Ivanov V.A., Ryabova N.V., Elsukov A.A., Ryabova M.I., Chernov A.A.. System of frequency providing of HF communication channels based on the new digital sounder on USRP platform / T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 3. С. 86-88.