

Использование псевдослучайных коррелированных последовательностей с заданной функцией корреляции и плотностью вероятности для моделирования сигналов систем дистанционного зондирования

С. Ф. Коломиец¹, А. М. Шашев²

¹Фрязинский филиал ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН,
Московская область, г. Фрязино, пл. Введенского, д. 1,
radiometeo@mail.ru

²Московский физико-технический институт (государственный университет),
г. Долгопрудный,
alex.shashev@mail.ru

В докладе рассматривается модель и результаты моделирования коррелированных рядов с произвольной функцией корреляции и плотностью вероятности. Приводятся оценки эффекта Гиббса для степенных спектральных зависимостей с различным спектральным индексом, полученные с использованием соответствующих рядов коррелированных псевдослучайных чисел. На базе полученных оценок краевых эффектов обсуждается возможность интерпретации низкочастотных областей реальных спектров дистанционного зондирования Солнечной короны.

The report examines the model and results of modeling correlated series with an arbitrary correlation and probability density functions. Estimates of the Gibbs effect for power spectral dependences with different spectral index are obtained, using the corresponding pseudo-random correlated series. On the basis of the obtained estimates of Gibbs effects, the possibility of interpreting the low-frequency regions of the real spectra of solar corona occultation experiments is discussed.

Введение

Эффект Гиббса, связанный с конечностью временного интервала спектрального наблюдения приводит к характерным флуктуациям на краях исследуемых спектральных диаграмм. При наличии шумов такие артефакты, связанные с условиями проведения эксперимента, бывает нелегко выделить на фоне реальной спектральной картины исследуемых процессов. Поэтому практическое правило, сложившееся в «классических» условиях, когда есть возможность повторения эксперимента и подбора частоты дискретизации, требует использования в работе только средней трети спектра [1].

Однако, зная условия регистрации сигналов, «неинформативные» участки по краям спектра можно установить более точно [2]. Следует отметить, что обсуждаемые краевые эффекты в большинстве классических случаев можно оценить теоретически, априорно задавая аналитическую форму ожидаемого спектра исследуемого процесса. Правда, подобные теоретические оценки приводят в итоге к интегрированию быстроосциллирующих функций. Но в случае ограниченных выборок такое интегрирование без проблем проводится численно.

В отношении длинных спектральных последовательностей, что представляется наиболее сложным случаем, численные методы неприменимы. Слишком высокие частоты требуют значительно уменьшать шаг интегрирования, что вызывает различные технические проблемы, в том числе с контролем сходимости.

Помимо аналитического или численного взятия интегралов, можно пойти по пути непосредственного моделирования исследуемых процессов (в общем случае — динамического). Последний является единственным средством получения нужных оценок в случае неинтегрируемых в бесконечных пределах функций. Одной из них является степенная зависимость. Она часто встречается в задачах дистанционного зондирования турбулентных сред. Поэтому получение надежных оценок краевых

эффектов для выборок различной длины в случае степенных спектров с различным индексом представляется достаточно актуальной задачей.

Целью настоящего доклада является рассмотрение методов динамического моделирования коррелированных последовательностей псевдослучайных чисел с различной плотностью вероятности и заданной автокорреляционной функцией и спектральной плотностью с точки зрения их применимости к оценке эффектов Гиббса в области низких частот при оценивании степенных спектров.

Состояние вопроса

Отметим, что подобные методы являются важным элементом математических моделей различных динамических систем и широко используются для тестирования систем цифровой обработки сигналов и изображений [3].

На первом этапе для тестирования электронных устройств и в исследованиях получение «эталонных» шумов проводилось с использованием специальных электронных источников шума. Заданные плотность вероятности и корреляционная функция сигнала в них определялись конструктивными решениями и не допускали изменений.

На втором этапе для получения коррелированных последовательностей, используемых для тестирования цифровых систем, широкое применение находили простые цифровые фильтры [4] или схемные решения, часто находящиеся на уровне изобретений [3-5]. Все они достаточно просто реализуются с использованием дискретных электронных компонентов малой и средней степени интеграции. Указанные способы позволяли равномерно во времени получить любое количество коррелированных отсчётов при условии, что на вход также равномерно во времени поступало нужное количество равномерно распределённых случайных величин.

Однако у таких подходов есть очевидные недостатки. Главный из них состоит в том, что множество моделируемых с их использованием функций корреляции значительно уже по сравнению с множеством всевозможных зависимостей, удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к корреляционной функции. Следует отметить также, что моделирование методов, ориентированных на простые схемотехнические реализации, на универсальном компьютере достаточно затратно с вычислительной и интеллектуальной точек зрения.

С другой стороны, возросшие вычислительные мощности универсальных компьютеров и развитие схемотехнической базы цифровых интегральных компонентов заставляют обратить более пристальное внимание к возможным способам реализации прямого способа получения коррелированных рядов, подразумевающего использование обратных преобразований по заданным спектрам сигналов.

Ни преобразование Фурье, ни преобразование Хартли [6] не позволяют получать отсчёты равномерно во времени. Поэтому небезынтересно оценить оптимальный размер пачки случайных отсчетов и эффекты Гиббса после сшивки генерируемых серий. Несмотря на то, что методы уменьшения последнего хорошо известны как во временной, так и в спектральной областях, их использование нежелательно из-за необходимости выполнения дополнительных ресурсоёмких операций, дополнительно нагружающих и так не самые благополучные в вычислительном смысле алгоритмы. К тому же применение дополнительных преобразований не упрощает, а существенно усложняет задачу интерпретации данных.

В докладе будет представлена наиболее оптимальная схема «прямого моделирования» с использованием прямого и обратного преобразования Хартли, а также приведены оценки вычислительных затрат на её реализацию и оценки эффектов Гиббса после сшивки генерируемых серий различной длины.

Результаты сравнительных исследований

Модели временных рядов со степенной спектральной функцией без существенных эффектов Гиббса от сшивки генерируемых пачек, разработанные в ходе настоящего исследования, позволяют получить модельные спектры, допускающие прямое сравнение с реальными спектрами частотного радиопросвечивания солнечной короны.

Преыдуший опыт зондирования потоков плазмы, формирующих солнечную атмосферу, был сосредоточен на относительно высокочастотных их флуктуациях. В настоящее время низкочастотная область этих флуктуаций вызывает повышенный интерес, но условия регистрации сигналов при непрерывном относительном движении всех элементов схемы измерения не позволяют отстраиваться от областей, подверженных эффектам Гиббса, выполняя рекомендацию «средней трети». Таким образом, интерпретация низкочастотных областей спектров, получаемых в радиопросвечивании солнечной короны, неизбежно будет вестись на фоне этих эффектов. Сами же они требуют более детальной оценки с учетом всех факторов, соответствующих условиям проведения измерений и характеру сигналов. Следует отметить, что математическое моделирование в большей степени, чем аналитические или численные оценки отвечает этим требованиям, помимо того, что позволяет обойти вышеуказанные вычислительные сложности.

С использованием математической модели получения псевдослучайных последовательностей со степенным спектром, обсуждаемой в настоящем докладе (без введения в нее каких-либо дополнительных периодических составляющих), были получены спектры, показанные на Рис. 1. Там же (в верхней части рисунка) приведен реальный спектр частотного радиопросвечивания солнечной короны, полученный в ходе эксперимента MARS EXPRESS в 2015 году. Возможность непосредственной интерпретации спектральных пиков в области субмиллигерцовых частот (а точнее, отсутствие такой возможности) следует из элементарного сравнения приведенных на Рис. 1 спектральных диаграмм.

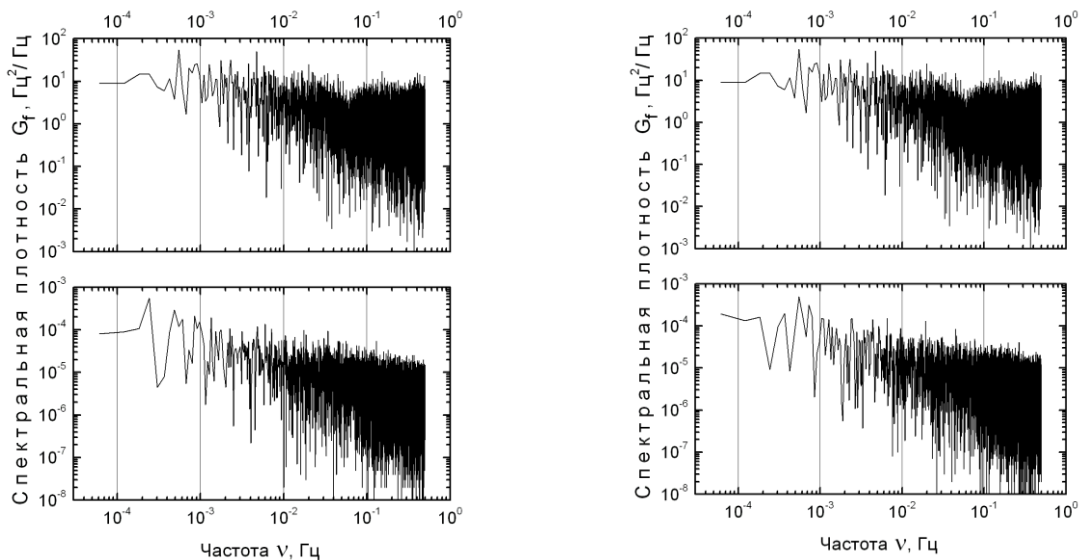


Рис. 1. Модельные спектры псевдослучайных сигналов со степенной спектральной зависимостью и реальный спектр (верхняя часть рисунка) эксперимента MARS EXPRESS.

Однако представление о том, что характерные спектральные пики в области критически низких частот являются следствием эффекта Гиббса, требует дальнейшего исследования. Теоретически, временное представление случайного сигнала, в

простейшем случае, в каждый момент времени может опираться на известные статистические параметры: моменты разных порядков. Учитывая характер преобразования Фурье или Хартли, аналогичное представление может быть введено и для сигнала в спектральной области. Но в отношении каких моментов должны проявляться эффекты Гиббса? Анализ поведения первого момента, предпринятый в настоящем исследовании на выборках порядка нескольких сотен независимых экспериментов (что было абсолютно невозможно сделать на реальных данных) позволил установить отсутствие каких-либо эффектов (либо крайне малую их величину, не превышающую дисперсию среднего для соответствующих выборок).

Выводы

В докладе проведен анализ функционирования математической модели генерирования псевдослучайных сигналов с заданной функцией корреляции и плотностью распределения, а также результаты её тестирования на простых сигналах.

С использованием рассмотренной модели проведены сравнительные исследования экспериментальных спектров частотного радиопросвечивания солнечной короны и модельных спектров.

Предварительные результаты такого сравнения не подтверждают предположение о возможности интерпретации характерных пиков, наблюдаемых в миллигерцовой области спектров (при билогарифмическом их представлении), как особых квазипериодических составляющих, присутствующих в солнечном ветре на фоне случайных флуктуаций со степенным спектром. Для формирования характерной картины, наблюдаемой в миллигерцовой области достаточно лишь случайных флуктуаций.

Однако спектральные пики в рассматриваемой области частот, скорее всего, не являются следствием эффекта Гиббса, а сам вопрос о том, в отношении каких спектральных параметров, принятых в рамках классических статистических подходов и моделей, проявляется искомый эффект, требует дальнейшего исследования.

Учитывая результаты сравнительных экспериментов, проведенных с использованием разработанной математической модели, представленный в первой части доклада анализ её функционирования позволяет оценить степень доверия к ним.

Литература

1. Рабинер Л., Голд Б.. Теория и применение цифровой обработки сигналов – М.: Мир. 1978. 848 с.
2. Spangler, S.R. Kavars, D., Kortenkamp, Bondi, M. Mantovani, F., and Alef, W. Very Long Baseline Interferometer Measurements of Turbulence in the Inner Solar Wind // *Astronomy and Astrophysics*. 2002. V. 384. P. 654. DOI: 10.1051/0004-6361:20020028.
3. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике – М.: Сов. Радио, 1971. 328 с.
4. А.С. СССР №1594529, G06 F7/58. Цифровое устройство для формирования случайных процессов с заданным спектром / Демашов В.С., Кузнецов В.П., Никитин А.М., Тиханович И.К. Оpubл.: 23.09.1990, Бюл. №35.
5. А.С. СССР №1596325, G06 F7/58. Генератор коррелированных нормальных чисел / Васильев К.К., Ташлинский А.Г., Кульков В.А. Оpubл.: 30.09.1990, Бюл. №36.
6. Богданов М.Б.. Алгоритм вычисления коррелированных последовательностей псевдослучайных чисел с использованием преобразования Хартли // *Математическое моделирование*. 1995. Т. 7. N 5
7. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. – М.: Мир, 1990. 175 с.