

## Простые радиолокационные критерии применимости классической модели рассеяния в разреженных средах

С.Ф. Коломиец, А.Г. Горелик

Московский физико-технический институт (государственный университет),  
Московская область, г. Долгопрудный, пер. Институтский, д. 9, [radiometeo@mail.ru](mailto:radiometeo@mail.ru)

*Доклад посвящен обсуждению оперативных критериев применимости рэлеевских моделей для интерпретации радиозэха от распределенных множественных целей.*

*The report is devoted to the discussion of criteria of Rayleigh models applicability to the interpretation of radio-echo from rarified media.*

### Введение

Исследование рассеяния на частицах геофизических сред, заполняющих полностью или частично пространство зондируемого объема, является одним из самых сложных разделов дистанционного зондирования с точки зрения интерпретации полученных радиотехнических измерений. Рост требований к дистанционным оценкам и сложный характер исследуемых сред и процессов, которые в них происходят, требует получения все большего количества результатов измерений, проводимых непосредственно в пространстве зондируемого объема. В радиолокационной метеорологии развиваются системы дистанционного зондирования, интенсивно использующие поляриметрические методы. Немаловажно отметить, что в основе этого, в том числе, лежит понятие об “информационной эквивалентности” дистанционного зондирования с использованием зондирующего излучения, соответствующего условиям рэлеевского рассеяния. Иными словами, в настоящее время полагается, что дополнительный эффект от многоволнового зондирования может быть получен лишь в случае использования двух или более длин волн, значительно отстоящих друг от друга на шкале частот. Однако последнее вызывает существенные технические трудности при разработке и настройке радиофизических инструментов. На Рис. 1 приведен общий вид многоволновой системы, позволяющий оценить, например, трудности юстировки антенной системы.

В целом, в качестве фундаментальных основ математических моделей интерпретации дистанционных оценок используются неизменные на протяжении ста лет подходы: абстракция разреженной рассеивающей среды, развивавшаяся Рэлеем и абстракция сплошной среды, сформулированная А. Эйнштейном. Рэлеевская модель считается применимой лишь для очень малых концентраций рассеивающих центров, а подход Эйнштейна – наоборот, применим при соблюдении критериев сплошной среды. Области применимости обоих подходов и соответствующие критерии в настоящее время четко не определены



**Рис. 1. Система многоволнового зондирования NOAA. Видны две параболические антенны диапазона 3 см сверху основной антенны радиолокатора CP-2.**

[1], что порождает не только определенные трудности, но и явные ошибки не только в научных работах, но и современных университетских учебниках [2-7].

Рэлеевский подход не имеет «термодинамических» ограничений, свойственных эйнштейновской модели и является, по сути, единственным фундаментальным принципом, применимым за рамками молекулярной оптики. Поэтому он широко используется в различных разделах физики, всюду принося с собой элемент неопределенности, связанный с критериями и границами его применимости.

Классические работы учат, что в условиях малых концентраций рассеивающих частиц идеи рэлеевского сложения мощностей должны работать вместо относительно громоздкого векторного сложения напряженностей поля. Причем для его применимости достаточно лишь некоррелированности рассеивателей. Сама некоррелированность может быть нарушена только при физической нехватке пространства для “случайного” размещения частиц [1]. Однако опыт, получаемый по мере развития техники дистанционного зондирования, учит обратному: по мере увеличения длины волны и/или роста концентрации рассеивателей модель рассеяния изменяется задолго до того, как частицы начнут физически мешать друг другу [8-11].

При разработке подходов к более надежной интерпретации радиоэхо от метеорологических сред, обращает на себя внимание квантово-механическая составляющая рассматриваемого принципа явно не упоминающаяся в классическом изложении. Для применения хода рассуждений аналогичного классическому, но к средам, состоящим из “макрорассеивателей” (немолекулярных частиц) требуется её корректный учет, а точнее – исключение.

Повторение хода классических рассуждений, с разделением рассеивающих центров на истинные, квантово-механические (молекулярные) и их агрегаты (макрорассеиватели), приводит к выводу о наличии интерференционной компенсации обратного рассеяния, которая ранее не учитывалась.

Помимо упомянутой компенсации, было показано, что эффект от наложения периодических структур падающего излучения и корреляции в пространственном распределении материи рассеивающей среды (возникающий из-за конечных размеров рассеивателей, не учитываемых при классическом рассмотрении) может составлять порядка 10-15 дБ (в зависимости от микроструктуры рассеивающей среды) при разнице длин волн порядка двух октав [10-12]. Экспериментальные результаты синхронного зондирования облачности и осадков на 3 и 10 см показывают очень близкий результат – 19 дБ, что с учетом 3 дБ точности в юстировке антенн и неучтенном эффекте интерференционных компенсаций является вполне удовлетворительным совпадением с теоретическими ожиданиями [12].

Таким образом, в вышеуказанных работах показана принципиальная возможность, многоволнового зондирования макроскопических сред с использованием длин волн, соответствующих только рэлеевскому рассеянию. Это открывает новые возможности для создания систем многоволнового зондирования.

Величина эффекта и его зависимость от микроструктуры позволяет ожидать, что при достаточно точной юстировке диаграмм направленности антенн с использованием подобных систем будет возможна развитая, оперативная классификация сред. Это ставит вопрос не только о системе моделей рассеивающих сред, различных подобными устройствами, но также о формировании соответствующих критериев их применимости. Последнее является предметом настоящего доклада.

В качестве информационной базы для простейших критериев применимости предлагается принять форму “первого радиолокационного распределения” и отношение мощностей обратного рассеяния на длинах волн, используемых для измерений. Предполагается, что указанные подходы, как наиболее общие, будут

применимы в наиболее сложном случае наклонного зондирования. Режим вертикального зондирования допускает использование доплеровских возможностей, которые не будут рассмотрены в докладе.

В первом приближении основными моделями можно считать следующие: рэлеевские среды с одномодовым и многомодовым распределением частиц по размеру; нерэлеевские среды малых и крупных рассеивателей с включением сверхмалых количеств сверхкрупных частиц;

Помимо известных соотношений, описывающих первое распределение радиоэха и мощность обратного рассеяния на некоторой частоте зондирующего излучения от распределенной множественной цели с заданным распределением частиц по размерам, при формировании обсуждаемых критериев предлагается использовать приведенные ниже зависимости и соображения, характеризующиеся научной новизной.

### **Нерэлеевские среды**

Учитывая, что в нерэлеевских моделях частицы (представляемые одиночными импульсами) достаточно плотно сгруппированы, распределение рассеивающих центров в пространстве можно представить в виде случайных групп импульсов, расширяющихся и смыкающихся при увеличении концентрации частиц до достижения непрерывного распределения материи вдоль направления распространения электромагнитной энергии [8, 12].

Случайный процесс флуктуаций концентрации рассеивающих центров имеет при таком рассмотрении импульсный характер и вдоль направления распространения может быть описан корреляционной функцией:

$$C(\lambda) = k \cdot d \cdot \exp\left(-\frac{1}{D} \lambda\right)$$

где  $\lambda$  – пространственная переменная,

$D$  – размер частицы,

$k$  – некоторый коэффициент.

При достаточной концентрации частиц, решая одномерную задачу распределение материи вдоль направления распространения можно с достаточной степенью точности считать непрерывным. Соответственно, возможно использование корреляционного интеграла при расчете величины обратного рассеяния:

$$P = k \cdot d \cdot \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{D} \lambda\right) \cos\left(\frac{8\pi}{\lambda} \lambda\right) d\lambda$$

На Рис. 2 показано отношение корреляционных интегралов для различных длин волн и монодисперсных сред рассеивателей с различным диаметром и коэффициент изменения поперечного сечения одиночного рассеивателя из-за резонансных эффектов Ми. Из графиков следует, что для сантиметровых волн резонансные эффекты Ми не превышает одного децибела. Отношение корреляционных интегралов для 10-ти и 3-х см стремятся к 10 дБ. Следовательно, хорошо калиброванный радиолокатор с юстированными антеннами, при использовании, например, длин волн 1.8 см и 10 см позволит получать измеримо разные значения радиоэха даже в слабых осадках.

### **Матричное представление первого радиолокационного распределения**

Обратное рассеяние на  $N$  рассеивателях, может быть записано [8, 9, 12] как:

$$P(N) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i p_j \cos(\varphi_i - \varphi_j) \quad (1)$$

учитывая четность косинуса:

$$P(N) = 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N p_i p_j \cos(\varphi_i - \varphi_j)$$

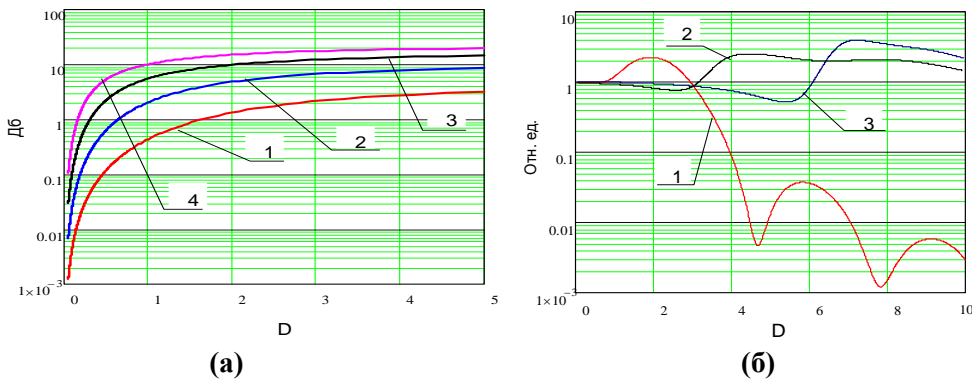
где  $p_i = f(D_i)$  – амплитуда поля, рассеянного на  $i$ -том рассеивателе с размером  $D_i$

Выделяя в отдельную сумму произведения с одинаковыми индексами, получаем:

$$P(N) = \sum_{i=1}^N (p_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N p_i p_j \cos(\varphi_i - \varphi_j) \quad (2)$$

где символ  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N$  означает суммирование при соблюдении условия  $i \neq j$ .

Выражение (2) допускает следующее представление:



**Рис. 2.** Отношение корреляционных интегралов без учета резонансных эффектов для монодисперсных сред с диаметром частиц  $D$  (а) и коэффициент  $\beta$ , показывающий изменение поперечного сечения рассеяния частицы диаметра  $D$  с учетом резонансных эффектов  $M_i$  (б).

Графики приведены в полулогарифмическом масштабе для различных диаметров длин волн зондирующего излучения  $\lambda$ . а) 1 – 10/6 см; 2 – 10/3 см; 3 – 10/1.5 см; 4 – 10/0.8 см.

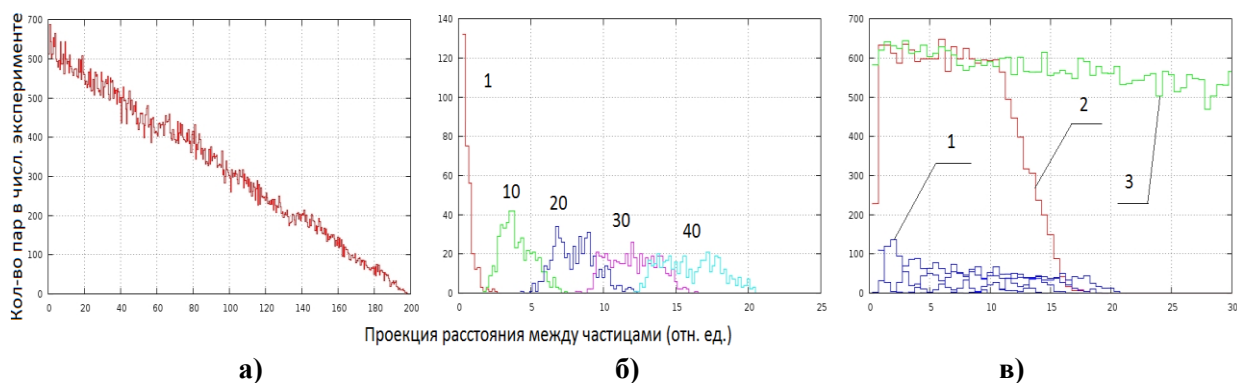
б) 1 - 0.8 см; 2 – 3 см; 3 – 6 см

$$P(N) = \sum_{i=1}^N (p_i)^2 + 2p_1 \sum_{j=2}^N p_j \cos(\varphi_1 - \varphi_j) + 2p_2 \sum_{j=3}^N p_j \cos(\varphi_2 - \varphi_j) + \dots \quad (3)$$

$$\dots + 2p_{N-1} \sum_{j=N}^N p_j \cos(\varphi_{N-1} - \varphi_j)$$

Последний член полученного выражения записан в такой форме для наглядности. Эта «вырожденная» сумма состоит из одного «слагаемого» (см. квадрат «68» на Рис. 1 г):

$$2p_{N-1} \sum_{j=N}^N p_j \cos(\varphi_{N-1} - \varphi_j) = 2p_{N-1} p_N \cos(\varphi_{N-1} - \varphi_N)$$



**Рис. 3. Разложение «красного» спектра на составляющие Эрланга.**

**а) разлагаемое «красное» распределение, б) распределения с указанными разностями в порядковых номерах частиц (см. пояснения в тексте), в) 1 – отдельные составляющие разложения Эрланга, 2 – частичная сумма первых 40 членов разложения, 3– разлагаемое «красное» распределение.**

Далее, (3) можно перегруппировать так, чтобы выделить в нем суммы, индексы парного произведения в которых отличались бы на константу, то есть отдельно выделить суммы произведений соседних частиц, затем частиц, между которыми находится не более одной частицы, затем две, три и т.д. Если индекс соответствует расстоянию от начала отсчета, можно полагать, что перегруппированное таким образом выражение (3) будет представлять парные произведения частиц, находящихся на определенном (внутри каждой подсуммы) и возрастающем (при переходе от подсуммы к подсумме) расстоянии друг от друга.

$$\begin{aligned}
 P(N) = & \sum_{i=1}^N (p_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} p_i p_{i+1} \cos(\varphi_i - \varphi_{i+1}) + 2 \sum_{i=1}^{N-2} p_i p_{i+2} \cos(\varphi_i - \varphi_{i+2}) + \dots \\
 & \dots + 2 \sum_{i=1}^{N-(N-1)} p_i p_{i+N-1} \cos(\varphi_i - \varphi_{i+N-1})
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

или более компактно:

$$P(N) = \sum_{i=1}^N (p_i)^2 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} p_i p_{i+k} \cos(\varphi_i - \varphi_{i+k})
 \tag{5}$$

Проведенная перегруппировка по-сути означает разложение «красного» спектра на составляющие в виде гамма-распределений. На Рис. 3 приведены результаты численного моделирования подобного разложения. Форма (5) уравнения (1) позволяет использовать теорему Эрланга для проведения усреднения в группах по параметру  $k$ .

### Выводы

На основе обсуждаемых в докладе идей, касающихся использования корреляционного интеграла для оценки дифференциальной рассеивающей способности на двух длинах волн и разложения «красного» распределения на составляющие Эрланга могут быть разработаны эффективные оперативные критерии контроля микроструктуры рассеивающей среды.

Например, отдельные крупные рассеиватели, равномерно распределенные в зондируемом объеме будут (на непродолжительных периодах накопления) соответствовать первому распределению или гистограмме флуктуаций мощности

сигнала (см. рис. 3 а) с волнообразной границей повторяющей форму гамма-составляющих (см. рис. 3 б). Эти же рассеиватели на фоне множества мелких, будут соответствовать характерному сдвигу формы первого распределения. При этом разница мощностей радиоэха на двух рэлеевских длинах волн должна быть нулевой (при условии абсолютно точной калибровки радиолокатора). Ненулевая разница указывает на нерэлеевский характер среды, причем при этом должны наблюдаться отклонения формы первого распределения от рэлеевской. Абсолютное значение указанной разницы, а также степень отклонения формы первого распределения от ожидаемого можно использовать для оценки степени отклонения модели от классической, рэлеевской.

Хотелось бы отметить также, что для гидрометеоров, имеющих малые скорости вертикального движения, в случае отклонения от рэлеевской модели, должна наблюдаться повышенная, по сравнению с чисто рэлеевским рассеянием, корреляция сигнала регистрируемого в двух соседних радиолокационных объемах.

### Литература

1. Горелик А. Г., Коломиец С. Ф., Новые модели рассеяния в мутных средах их применение в задачах классической радиолокации. // Проблемы дистанционного зондирования, распространения и дифракции радиоволн: Конспекты лекций / V Всероссийские Армандовские чтения: молод. школа. – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2014 – ISSN 2304-0254.
2. E. Hecht, Optics, 4th ed. Addison-Wesley, New York, 2001, p. 90.
3. C. F. Bohren and E. E. Clothiaux, Fundamentals of Atmospheric Radiation, 3rd ed. Wiley, Weinheim, 2006, p. 153.
4. A. G. Rojo, P. R. Berman, Am. J. Phys. 78 (1), 2010.
5. A. T. Young, "Rayleigh scattering," Phys. Today 35(1), 42–48, 1982.
6. B. Wen, L. Tsang, D. P. Winebrenner, A. Isimary, Dense Medium Radiative Transfer Theory: Comparison With Experiment and Application to Microwave Remote Sensing and Polarimetry. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, vol. 28, No 1, 1990.
7. Y. Kuga and A. Ishimaru, "Retroreflectance from a dense distribution of particles," J. Opt. Soc. Amer., vol. 1, pp. 831-835, 1984.
8. Коломиец С. Ф., Анализ и интерпретация радиоэхо от растущей конвективной облачности в широком диапазоне длин волн. Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 168, 2011. – с. 13-20.
9. C. A. Knight, L. J. Miller. Early Radar Echoes from Small, Warm Cumulus: Bragg and Hydrometeor Scattering, J. Atm. Sci., vol. 55, 18, 1998.
10. A. R. Jameson, A. B. Kostinski, Direct Observations of Coherent Backscatter of Radar Waves in Precipitation. J. Atm. Sci., vol. 67, 9, 2010
11. Горелик А. Г., Коломиец С. Ф., Статистический подход к описанию рассеяния электромагнитных волн на частицах разреженных сред. Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 179, 2013. – с. 27-33.
12. Горелик А. Г., Коломиец С. Ф., Использование корреляционного интеграла в моделях рэлеевского рассеяния / Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 210, 2014. – с. 29-32.