

## **Пассивная локация объектов ближнего зондирования: нахождение пространственных координат и траекторных параметров движения**

В.К. Клочко, К.Х. Нгуен

Рязанский государственный радиотехнический университет,  
Рязань, ул. Гагарина, 59/1, РГРТУ  
Email: [klochkovk@mail.ru](mailto:klochkovk@mail.ru)

*Для пассивных систем ближнего зондирования предложено решение задачи оценивания пространственных координат и траекторных параметров движения нескольких малоразмерных объектов. Решение основано на матричной форме записи систем уравнений связи координат объектов в сопряженных парах с учетом моментов времени фиксации их угловых положений. Предложены алгоритмы нахождения пространственных координат и траекторных параметров объектов в отдельных периодах наблюдения и в последовательности периодов.*

*For the passive systems of near sounding the solution of a problem of spatial coordinates and trajectory parameters estimation of several small-sized objects is proposed. The solution is based on matrix form record of equations systems of objects coordinates communication in the interfaced couples taking into account time points of their angular positions fixing. Algorithms of spatial coordinates and objects trajectory parameters finding in separate periods of observation and in the sequence of the periods are offered.*

### **Введение**

Пассивные малогабаритные (мобильные) системы наблюдения за объектами ближнего зондирования миллиметрового (радиолокационного) диапазона длин волн [1] обладают преимуществом скрытности по сравнению с активными системами. В отличие от пассивных оптических систем [2] видимого и инфракрасного диапазонов длин волн они позволяют формировать радиояркое изображение объектов независимо от метеоусловий. Для этого традиционно используются антенны с узкой диаграммой направленности (до  $1^\circ$ ), сканирующие пространство зоны обзора по угловым координатам азимута и угла места. В последнее время уделяется внимание и антенным решеткам [3]. Однако из-за большого времени накопления сигнала (от 0,1 до 1 с) слежение за движущимися объектами сопровождается большими динамическими ошибками.

Целью работы является разработка алгоритмического (математического) обеспечения для существующих пассивных систем наблюдения за малоразмерными движущимися объектами, позволяющего повысить точность нахождения пространственных координат объектов за счет оценивания траекторных параметров движения.

Предлагаемые математические решения универсальны: они применимы как для антенных, так и для оптических систем, синхронизированных по периоду наблюдения, например, при комплексировании данных, полученных в разных частотных диапазонах.

### **Постановка задачи и алгебраический подход к ее решению**

Пассивная система (антенная или оптическая) состоит из  $n$  пространственно распределенных и взаимно ориентированных приемников, которые наблюдают  $m$  малоразмерных (точечных) движущихся объектов в последовательности  $N$  периодов наблюдения, каждый длительностью  $T$  с. В антенной системе каждый  $k$ -й приемник ( $k = \overline{1, n}$ ) фиксирует угловые координаты  $j$ -х предполагаемых объектов ( $j = \overline{1, m_k}$ , в общем слу-

чае  $m_k \neq m$ ) в  $i$ -х периодах наблюдения ( $i = \overline{1, N}$ ). А именно, координаты азимута  $\varphi_k(i, j)$  и угла места  $\theta_k(i, j)$  положения линии визирования антенны, при котором мощность принимаемого сигнала соответствует наличию объекта. При этом формируются орты векторов направлений на предполагаемые объекты  $a_k(i, j)$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, m_k}$ , в местных  $k$ -х прямоугольных системах координат  $\{O_k, x_k, y_k, z_k\}$ :

$$a_k = (x_k, y_k, z_k)^\tau = (\cos \theta_k \sin \varphi_k, \sin \theta_k, \cos \theta_k \cos \varphi_k)^\tau, \quad (1)$$

где  $\tau$  – символ транспонирования; оси  $O_k z_k$  и  $O_k x_k$  расположены в горизонтальной плоскости (ось  $O_k z_k$  направлена в сторону объектов), ось  $O_k y_k$  – перпендикулярно  $O_k z_k$  и  $O_k x_k$ ; угол  $\varphi_k$  отсчитывается от оси  $O_k z_k$  в горизонтальной плоскости, угол  $\theta_k$  – от плоскости  $O_k x_k z_k$ .

Фиксируются моменты времени  $t_k(i, j)$  формирования ортов  $a_k(i, j)$ , причем эти моменты в  $i$ -м периоде различаются по  $j$  и  $k$ . Различие по  $j$  в  $k$ -м приемнике обусловлено сканированием антенны, различие по  $k$  – различной ориентацией приемников.

В оптической системе изображение объекта наблюдается в кадре изображения каждого  $k$ -го приемника в прямоугольных координатах  $x_k, y_k$ . Орт вектора направления на объект фиксируется в системе координат  $\{O_k, X_k, Y_k, Z_k\}$ , расположенной относительно центра оптической линзы, и определяется как [4]:

$$a_k = (X_k, Y_k, Z_k)^\tau = (1/\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + f_k^2})(-x_k, -y_k, f_k)^\tau, \quad (2)$$

где  $f_k$  – фокусное расстояние линзы в  $k$ -м приемнике.

В оптической системе отсутствуют сканирование и время накопления сигнала, что отличает ее от антенной системы высоким быстродействием формирования кадров изображения. При этом моменты времени по  $j$  (фиксации  $j$ -х объектов в кадре изображения) практически одинаковы. Однако для дальнейших построений различие моментов времени по  $j$  необходимо. Физически различие  $t_k(i, j)$  по  $j$  в оптической системе будет достигаться за счет формирования нескольких  $j$ -х кадров изображения в течение одного периода наблюдения. В каждом  $j$ -м кадре фиксируется один  $j$ -й орт  $a_k(i, j)$  направления на  $j$ -й объект, что позволяет за счет учета времени фиксации  $t_k(i, j)$  определять динамику движения всех объектов в течение одного периода наблюдения.

Задача заключается в нахождении в  $i$ -х периодах наблюдения пространственных координат всех объектов и траекторных параметров их движения. Решение задачи не зависит от формы (1) или (2) описания вектора  $a_k$ . Для нахождения в  $i$ -х периодах пространственных координат  $j$ -х объектов на основе наблюдений  $a_k(i, j)$  в пространстве размещаются  $(n - 1)$  стереопар приемников: 1-й приемник в паре с каждым  $k$ -м приемником ( $k = \overline{2, n}$ ). Составляется система уравнений для  $(n - 1)$  пар сопряженных векторов  $a_1(i, j_1)$  и  $a_k(i, j_k)$ , где  $j_k$  – вектор  $k$ -го приемника, поставленный в соответствие  $j_1$ -му вектору 1-го приемника по принадлежности одному и тому же объекту ( $j_k \in \{1, 2, \dots, m_k\}$ ,  $k = \overline{1, n}$ ). В векторной форме систему уравнений представим следующим выражением [4]:

$$r_1(i, j_1)a_1(i, j_1) - P_k r_k(i, j_k)a_k(i, j_k) + \Delta M_{1,k}(i) - b_k = e_k, \quad k = \overline{2, n}, \quad (3)$$

где  $r_k(i, j)$  – неизвестные наклонные дальности до  $j$ -х объектов;  $P_k$  – матрица поворота осей координат  $k$ -го приемника по отношению к 1-му приемнику, необходимая для пересчета координат вектора  $a_k(i, j_k)$  в систему координат 1-го приемника;  $b_k$  – базовый вектор, соединяющий центры систем координат  $O_1$  и  $O_k$ ;  $e_k$  – вектор ошибок сопряжения из-за ошибок измерения координат векторов  $a_k(i, j_k)$ .

Динамические свойства объектов учитываются в (3) вектором  $\Delta M_{1,k}$  изменения пространственных координат объектов  $M_1(i, j_1) = r_1(i, j_1)a_1(i, j_1)$  за время  $\Delta t_k(i) = t_k(i, j_k) - t_1(i, j_1)$  между двумя моментами фиксации ортов  $a_1(i, j_1)$  и  $a_k(i, j_k)$ ,  $\Delta t_k(i) \leq T$ . Связь  $\Delta M_{1,k}$  и  $\Delta t_k(i)$  представлена одним из следующих равенств:

$$\Delta M_{1,k}(i) = V_1(i, j_1)\Delta t_k(i), \quad \Delta M_{1,k}(i) = V_1(i, j_1)\Delta t_k(i) + V_1'(i, j_1)\Delta t_k^2(i)/2, \quad (4)$$

где  $V_1(i, j_1)$  – скорость изменения координат вектора  $M_1(i, j_1)$ ;  $V_1'(i, j_1)$  – ускорение.

При учете только скорости требуется минимально наличие 3-х приемников ( $n = 3$ ) для определения трех дальностей и трех неизвестных координат вектора  $V_1(i, j_1)$  из решения системы 6-ти уравнений (3) в координатной форме методом наименьших квадратов (МНК). При учете ускорения требуется минимально наличие 4-х приемников ( $n = 4$ ) для определения четырех дальностей и шести неизвестных координат векторов  $V_1(i, j_1)$  и  $V_1'(i, j_1)$  из решения системы 12-ти уравнений (3) в координатной форме.

### Оценивание параметров движущихся объектов

Проведем рассуждения для случая трех приемников ( $n = 3$ ) и учтем в (3), (4) только скорость изменения координат. Представим (3) в следующей матричной форме:

$$AX - B = E \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} a_{1x} & -a'_{2x} & 0 & \Delta t_2 & 0 & 0 \\ a_{1y} & -a'_{2y} & 0 & 0 & \Delta t_2 & 0 \\ a_{1z} & -a'_{2z} & 0 & 0 & 0 & \Delta t_2 \\ a_{1x} & 0 & -a'_{3x} & \Delta t_3 & 0 & 0 \\ a_{1y} & 0 & -a'_{3y} & 0 & \Delta t_3 & 0 \\ a_{1z} & 0 & -a'_{3z} & 0 & 0 & \Delta t_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{1z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{2x} \\ b_{2y} \\ b_{2z} \\ b_{3x} \\ b_{3y} \\ b_{3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{2x} \\ e_{2y} \\ e_{2z} \\ e_{3x} \\ e_{3y} \\ e_{3z} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $a'_k = P_k a_k = (a'_{kx}, a'_{ky}, a'_{kz})^T$ ,  $k = 2, 3$  (символы  $i$  и  $j$  для удобства опущены).

По критерию минимума квадрата нормы ошибок сопряжения

$$\|E\|^2 = (AX - B)^T (AX - B) \quad (6)$$

находим вектор  $\hat{X} = (\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3, \hat{v}_{1x}, \hat{v}_{1y}, \hat{v}_{1z})^T$  МНК-оценок дальностей и скоростей:

$$\hat{X} = A^+ B, \quad (7)$$

где  $A^+$  – псевдообратная матрица, которая для хорошо обусловленных матриц  $A$  имеет стандартный вид:  $A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$ . Для плохо обусловленных матриц  $A$  псевдообратную матрицу  $A^+$  целесообразно находить с помощью сингулярного разложения матрицы  $A$ , например, в среде MATLAB:  $A^+ = \text{pinv}(A, \delta)$ ,  $\delta = 10^{-5}$ . Известно, что точность несмещенных МНК-оценок (7) характеризуется ковариационной матрицей  $K_{\Delta X} = M[\Delta X \Delta X^T]$  ошибок оценивания  $\Delta X = \hat{X} - X$  ( $M$  – символ математического ожидания), диагональные элементы которой представляют дисперсии ошибок оценок. Покажем пример ковариационных матриц  $K_{\Delta X} = \sigma_e^2 (A^T A)^{-1}$ , раскрытых для случаев  $n = 2$  и  $n = 3$  без учета скорости при  $\Delta M_{1,k}(i) = 0$  в (3):

$$K_{\Delta X} = \frac{\sigma_e^2}{\sin^2 \alpha_k} \begin{bmatrix} 1 & \cos \alpha_k \\ \cos \alpha_k & 1 \end{bmatrix}, \quad K_{\Delta X} = \frac{\sigma_e^2}{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta} \begin{bmatrix} 1 & \cos \alpha & \cos \beta \\ \cos \alpha & 1 + \sin^2 \beta & \cos \alpha \cos \beta \\ \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta & 1 + \sin^2 \alpha \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – углы между ортами  $a_1, a_2$  и  $a_1, a_3$ ;  $\sigma_e^2$  – дисперсия ошибки сопряжения по отдельной координате в паре 1-го и  $k$ -го приемников.

Из (8) видно, что точность оценок пространственных координат зависит от взаимного углового положения направляющих векторов (ортов), что позволяет выбирать правильное взаимное угловое положение приемников, близкое к ортогональному.

### Обнаружение и траекторное сопровождение объектов

Обнаружение и траекторное сопровождение объектов осуществляется в системе координат первого приемника. Остальные приемники являются вспомогательными: они необходимы для оценивания пространственных координат  $M_1(i, j) = r_1(i, j)a_1(i, j)$ ,  $j = \overline{1, m}$ , и скоростей изменения координат  $V_1(i, j)$ ,  $j = \overline{1, m}$ , в  $i$ -х периодах наблюдения. При  $n = 3$  невозможно путем перебора комбинаций векторов  $a_1(i, j_1)$ ,  $a_2(i, j_2)$ ,  $a_3(i, j_3)$ ,  $j_1 = \overline{1, m_1}$ ,  $j_2 = \overline{1, m_2}$ ,  $j_3 = \overline{1, m_3}$ , установить принадлежность той или иной комбинации объекту по величине (6), так как (6) всегда минимизируется. Для выделения истинных комбинаций векторов предлагаются следующие алгоритмы.

#### Алгоритм 1 выделения комбинаций векторов в отдельном периоде

Алгоритм основан на включении в рассмотрение четвертого приемника ( $n = 4$ ) и сводится к следующему.

1. В отдельном  $i$ -м периоде для  $n = 4$  рассматриваются перебором комбинации векторов  $a_1(i, j_1)$ ,  $a_2(i, j_2)$ ,  $a_3(i, j_3)$ ,  $a_4(i, j_4)$ ,  $j_1 = \overline{1, m_1}$ ,  $j_2 = \overline{1, m_2}$ ,  $j_3 = \overline{1, m_3}$ ,  $j_4 = \overline{1, m_4}$ .

2. Каждая комбинация разделяется на две частично пересекающиеся группы:

$$a_1(i, j_1), a_2(i, j_2), a_3(i, j_3) \quad \text{и} \quad a_1(i, j_1), a_2(i, j_2), a_4(i, j_4).$$

3. Для первой и второй группы в соответствии с (5), (7) вычисляются оценки координат и скоростей:  $M_1^*(i, j_1)$ ,  $V_1^*(i, j_1)$  и  $M_1^{**}(i, j_1)$ ,  $V_1^{**}(i, j_1)$ .

4. Вычисляются экстраполированные положения на момент времени  $iT$  окончания  $i$ -го периода для каждой группы:

$$M_1^{\circ*} = M_1^*(i, j_1) + V_1^*(i, j_1)\Delta t_i, \quad M_1^{\circ**} = M_1^{**}(i, j_1) + V_1^{**}(i, j_1)\Delta t_i, \quad \Delta t_i = iT - t_1(i, j).$$

5. Вычисляется для каждой комбинации показатель  $J$  в виде нормы разности экстраполированных векторов, который сравнивается с порогом  $\gamma$  допустимых динамических ошибок:

$$J = \| M_1^{\mathcal{Q}^*} - M_1^{\mathcal{Q}^{**}} \| \leq \gamma.$$

6. Из всех комбинаций, полученных в  $i$ -м периоде и прошедших через порог  $\gamma$ , выделяются  $\hat{m}_i$  непересекающихся комбинаций в порядке увеличения показателей  $J$  ( $\hat{m}_i$  – оценка числа объектов  $m$  в  $i$ -м периоде).

7. Для выделенных комбинаций вычисляются усредненные по двум группам оценки траекторных параметров  $\hat{M}_1(i, j_1)$  и  $\hat{V}_1(i, j_1)$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j_1 = \overline{1, \hat{m}_i}$ , что обеспечивает некоторое повышение точности оценок.

### Алгоритм 2 выделения векторов в последовательности периодов

Так как оценки  $\hat{m}_i$  числа объектов, полученные в алгоритме 1 в разных  $i$ -х периодах ( $i = \overline{1, N}$ ), в общем случае различные, то требуется дополнительная обработка результатов по совокупности  $N$  периодов с помощью следующего алгоритма.

1. В первом периоде ( $i = 1$ ) фиксируются полученные на момент времени  $t_1(1, j_1)$  оценки  $M_1(1, j_1)$ ,  $V_1(1, j_1)$ ,  $j_1 = \overline{1, \hat{m}_1}$ , и устанавливаются начальные значения показателей правдоподобия формируемых  $k$ -х последовательностей:  $J(k) = 0$ ,  $k = \overline{1, \hat{m}_1}$ .

2. В последующих периодах ( $i = \overline{2, N}$ ) фиксируются полученные на момент времени  $t_1(i, j_i)$  оценки  $M_1(i, j_i)$ ,  $V_1(i, j_i)$ ,  $j_i = \overline{1, \hat{m}_i}$ .

3. Проверяется соответствие между оценками, полученными в предыдущем ( $i - 1$ )-м периоде, и оценками  $i$ -го периода вычислением показателя вида:

$$J_i = c_1 \| M_1^{\mathcal{Q}} - M_1(i, j_i) \| + c_2 \| V_1(i-1, j_{i-1}) - V_1(i, j_i) \|,$$

где  $M_1^{\mathcal{Q}} = M_1(i-1, j_{i-1}) + V_1(i-1, j_{i-1})[t_1(i, j_i) - t_1(i-1, j_{i-1})]$  – экстраполированные на текущий период оценки координат;  $c_1$  и  $c_2$  – нормирующие множители.

4. Если выполняется неравенство  $J_i \leq \gamma$ , то  $j_{i-1}$ -е и  $j_i$ -е оценки объединяются в одну  $k$ -ю последовательность, и запоминается суммарный показатель последовательности  $J(k) = J(k-1) + J_i$ ,  $k = \overline{1, n_i}$ , где  $n_i$  – число сформированных в  $i$ -м периоде последовательностей.

5. Оценки  $M_1(i, j_i)$ ,  $V_1(i, j_i)$ , не прошедшие через порог  $\gamma$ , фиксируются как начальные оценки в соответствии с п. 1.

6. Если к последовательности, сформированной в ( $i - 1$ )-м периоде, не присоединена ни одна из оценок  $i$ -го периода, то для нее фиксируется пропуск и осуществляется экстраполяция на следующий период при допустимом числе пропусков.

7. По окончании указанных операций в  $N$ -м периоде из всех сформированных последовательностей выделяются  $\hat{m}$  непересекающихся последовательностей ( $\hat{m}$  – оценка числа объектов  $m$ ) в порядке увеличения показателей  $J(N)$ , нормированных по числу присоединенных оценок. Оценки выделенных последовательностей могут дополнительно обрабатываться с целью уточнения траекторных параметров на основе более сложных динамических моделей. По уточненным траекторным параметрам осуществляется экстраполяция положений объектов при их сопровождении.

### Результаты моделирования и выводы

В докладе представлены результаты моделирования работы предложенных алгоритмов 1 и 2 при определении траекторных параметров нескольких движущихся объек-

тов. В качестве альтернативного решения рассмотрен алгоритм нахождения траекторных параметров объектов в последовательности периодов наблюдения [5], основанный на оценивании пространственных координат объектов в каждом периоде наблюдения без учета динамических свойств объектов, полагая  $\Delta M_{1,k}(i) = 0$  в уравнениях (3), и определении траекторных параметров в последовательности периодов. Показано, что учет динамических свойств (4) в предложенных алгоритмах приводит к заметному увеличению точности оценок координат по сравнению с альтернативным алгоритмом и, как следствие, повышению вероятности обнаружения всех объектов.

### **Литература**

1. Пассивная радиолокация: методы обнаружения объектов / под ред. Р.П. Быстрова и А.В. Соколова. М.: Радиотехника, 2008. 320 с.
2. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук и др. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. 352 с.
3. Гладун В.В. и др. Система ближнего пассивного радиовидения 3-мм диапазона // Журнал радиоэлектроники. 2010. № 7. С. 1 – 13.
4. Ключко В.К., Гудков С.М. Пространственно-временная обработка изображений объектов в пассивной системе радиовидения // Автометрия. 2018. Т. 54, № 4. С. 35 – 42.
5. Ключко В.К., Гудков С.М. Алгоритм оценивания параметров изображений объектов по данным радиометрических наблюдений // Цифровая обработка сигналов. 2017. № 4. С. 20 – 22.