

Геометрические аспекты в задаче о бистатической локации Луны

О.В. Юшкова¹, В.В. Юшков^{1,2}, Т.Н. Дымова¹, Р.А. Рудаменко^{1,2}

¹Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, пр. Введенского, 1

²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, o.v.y@mail.ru

Рассмотрены геометрические аспекты задачи бистатической локации Луны с помощью Иркутского радара некогерентного рассеяния и радиолокационного комплекса РЛК-Л, устанавливаемого на космический аппарат «Луна - 26». Для подготовки программы экспериментов и интерпретации результатов измерений планируется использовать 3-D цифровую модель поверхности Луны. В работе дан вывод формул для определения района отражения радиосигналов в координатной системе MOON ME по баллистическим данным космического аппарата.

The geometric aspects of the bistatic sounding of the Moon with the Irkutsk incoherent radar and the radar complex RLK-L allocated on the spacecraft «Luna-26» are considered. To prepare a program of experiments and interpret measurement results, it is planned to use a 3-D digital model of the lunar surface. In this work, the derivation of formulas for determining the area of reflection of radio signals in the MOON ME coordinate system using the ballistic data of the spacecraft is given.

Бистатическая радиолокация является одним из немногих методов, позволяющих дистанционно изучать строение и минералогический состав верхнего покрова Луны. Для проведения бистатической локации нужны разнесенные приемник и передатчик. Проводить бистатические исследования грунта можно по схеме «down link», когда сигнал излучается радиопередатчиком, установленным на космическом аппарате, а прием осуществляется на Земле. Мощность бортового передатчика - невелика, что обусловлено требованиями электромагнитной совместимости с научной и служебной аппаратуры. Так как глубина проникновения радиосигналов в грунт зависит и от мощности зондируемого сигнала, для реализации бистатических измерений была предложена схема «up link»: на орбите Луны должен находиться радиоприемник, согласованный с мощным наземным передатчиком. В рамках российской миссии «Луна - Ресурс» планируется провести бистатическую радиолокацию Луны как по схеме «down link», так и по схеме «up link». Для этого на борт орбитального аппарата «Луна-26» будет установлен радиолокационный комплекс РЛК-Л [1]. Работа прибора предусмотрена как в моностатическом, так и в бистатическом режиме при совместной работе с Иркутским радаром некогерентного рассеяния (ИРНР), находящимся в ведении Института солнечно-земной физики СО РАН [2]. Сравнивая характеристики прямого и отраженного сигналов, можно оценить свойства слоя грунта, формирующего отраженный сигнал. Основная проблема бистатической радиолокации Луны заключена в сложности определения района, который формирует отраженный радиосигнал. Из электродинамического принципа взаимности следует, что район отражения на поверхности Луны при зондировании по схемам «up link» и «down link» один и тот же. Центр этого района находится из условия равенства углов между

нормалью к поверхности Луны и направлением на Землю и между той же нормалью и направлением на КА.

Бистатические измерения проводятся при нахождении Луны и КА в секторе сканирования радара наземного базирования. Положение Луны, КА и ИРНР однозначно можно определить в прямоугольной системе селенографических координат MOON ME (Mean Earth) (рис.1). В этой системе Луна аппроксимируется сферой радиусом R_l равным 1737,4 км: $x^2 + y^2 + z^2 = R_l^2$. Центр сферы совпадает с центром системы координат MOON ME и с центром масс Луны. Оси OX и OY лежат в плоскости лунного экватора, при этом первая направлена в начальный меридиан (к Земле, а во время проведения эксперимента к наземному радару), а вторая — к востоку, в сторону Моря Кризисов. Ось OZ расположена вдоль среднего положения оси вращения тела и направлена к северному полюсу. Высота – это значение отклонения точки наблюдения от сферы. С трехмерной прямоугольной системой координат связана сферическая система, в которой положение КА регистрируется тремя координатами: H_s - высотой над поверхностью сферы, долготой φ_s , и широтой θ_s . В сферической системе селенографических координат долгота отсчитывается от нулевого меридиана. Меридианы могут нумероваться двумя способами — от 0° до 360° к востоку (как при обработке результатов лунных миссий NASA), либо от 0° до $+180^\circ$ к востоку и до -180° к западу. Будем использовать второй способ отсчета долготы для сохранения аналогии с земными технологиями картографирования. Долгота φ определяется как двугранный угол между плоскостью нулевого меридиана и плоскостью меридиана, проходящего через точку наблюдения. Селенографическая широта θ представляет собой длину дуги вдоль меридиана и отсчитывается от экватора (к северу со знаком плюс, к югу со знаком минус). Координаты КА прямоугольной и сферической систем связаны формулами:

$$\begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_l + H_s) \cos \theta_s \cos \varphi_s \\ (R_l + H_s) \cos \theta_s \sin \varphi_s \\ (R_l + H_s) \sin \theta_s \end{pmatrix}.$$

В лучевом приближении задача бистатической радиолокации рассматривается в плоскости, проходящей через центр Луны (координаты $(0;0;0)$), наземный радар с координатами $(L - R_e; 0; 0)$, где L - расстояние до Земли, а R_e - ее радиус, и КА с координатами $(x_s; y_s; z_s)$, в этой же плоскости лежит точка D, ее координаты определяются формулами:

$$x_D = R_l \cos \alpha, \quad y_D = \frac{R_l \sin \alpha \cos \theta_s \sin \varphi_s}{\sqrt{\sin^2 \theta_s + \cos^2 \theta_s \sin^2 \varphi_s}},$$

третья координата определяется либо из формулы $z_D = \pm \sqrt{R_l^2 - x_D^2 - y_D^2}$ либо из цифровой 3-D модели поверхности Луны. В приведенных выше формулах угол α , угол

падения равный углу отражения, численно находится из соотношения $\eta = 2\alpha - \arcsin(R \sin \alpha / (R + H))$. Значение $\eta = \arccos(\cos \theta_s \cos \varphi_s)$.

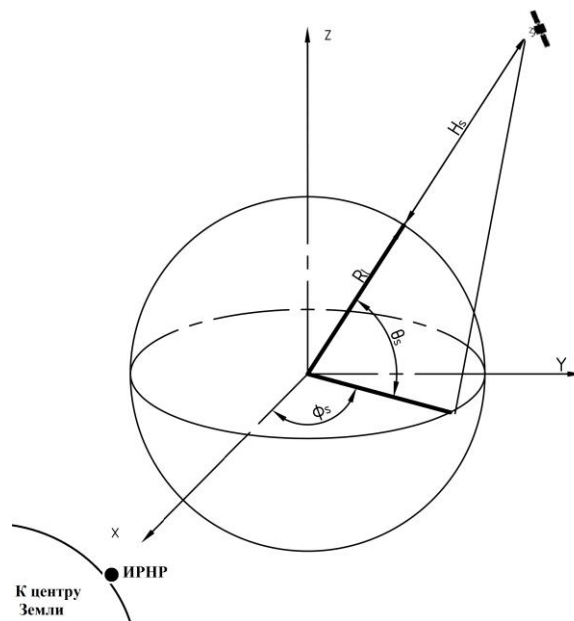


Рис.1. Система координат MOON ME.

Точка D всегда лежит между спутником и точкой пересечения нулевого меридиана и экватора и может быть удалена от подспутниковой точки на расстояние до 700 км.

При идеально ровной однородной поверхности сферы описания отражения радиоволн, получаемые на основе волновой теории и геометрической оптики совпадают. При неровной или неоднородной отражающей поверхности законы геометрической оптики можно использовать только для оценки процесса отражения.

При работе ИРНР засвечивается вся видимая поверхность Луны. На рис.2 схематично изображена диаграмма рассеяния радиоволн неоднородной поверхностью, учитывающая две компоненты: диффузное рассеяние и квази-зеркальное отражение. На рисунке 2 область диффузного рассеяния соответствует заштрихованной части и на практике совпадает с районом, облученным в процессе зондирования. Квази-зеркальная компонента обозначена серым цветом, в лучевом приближении радиофизики она моделируется лучевой трубкой, диаметр которой связывают с зоной Френеля d_F [3].

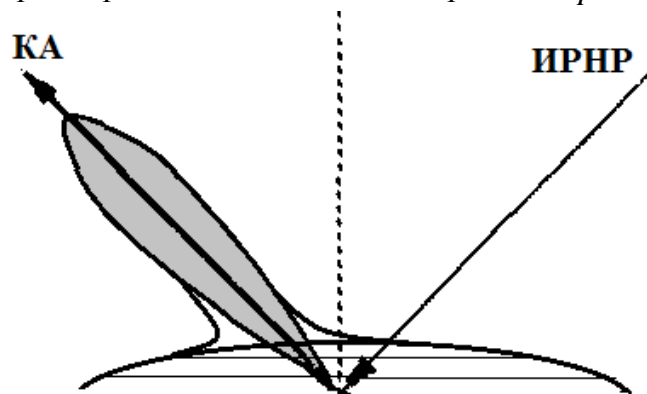


Рис. 2. Схема диаграммы рассеяния радиоволн неоднородной поверхностью.

Координаты границы участка поверхности наиболее существенной для отражения можно определить как пересечение лучевой трубки и сферы (1). Обозначим границу кривой $F(x, y, z)$. С математической точки зрения, лучевая трубка представляет собой цилиндр, ось которого проходит через точки $D(x_D, y_D, z_D)$, если центр площадки отражения имеет координаты x_D, y_D и z_D , и $K(x_s, y_s, z_s)$. Будем считать, что ось цилиндра, прямая DK, параллельна вектору \vec{M} , координаты которого $(x_s - x_D, y_s - y_D, z_s - z_D)$. Радиус цилиндра равен зоне Френеля d_F . Для того, что бы определить координаты $F(x, y, z)$ проведем серию ортогональных преобразований системы координат MOON ME. Для простоты обозначим ее XYZ. Построим систему $X_1Y_1Z_1$, повернув систему XYZ вокруг оси OX на угол $90 - \psi_s$ по часовой стрелке. В

этой системе для любой точке выполнены соотношения:
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$
 где

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \psi_s & \cos \psi_s \\ 0 & -\cos \psi_s & \sin \psi_s \end{pmatrix}$$
 - матрица перехода. В силу того, что матрица M_1 -

ортогональная, $M^{-1}_1 = M^T_1$. После этого преобразования ось OZ_1 лежит в плоскости β , а ось OX_1 совпадает с осью OX. Следующая система координат $X_2Y_2Z_2$ построена поворотом оси OZ_1 в плоскости β вокруг оси OY_1 на угол равный $90^\circ - \alpha$ по часовой стрелке так, чтобы ось OZ_2 совпала с прямой OD. Для системы $X_2Y_2Z_2$ верно

соотношения:
$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix},$$
 где
$$M_2 = \begin{pmatrix} \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \alpha & 0 & \sin \alpha \end{pmatrix}.$$
 Матрица M_2 - тоже

ортогональная, и поэтому $M^{-1}_2 = M^T_2$. Теперь параллельным переносом системы $X_2Y_2Z_2$ построим систему $X_3Y_3Z_3$ так, чтобы ее центр был расположен в точке D. В

этом случае любая точка пространства имеет формулу перехода:
$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix}.$$

Последнюю систему $X_4Y_4Z_4$ получим из $X_3Y_3Z_3$ поворотом на угол α вокруг оси OY_3 по часовой оси так, чтобы ось OZ_4 совпала с прямой DK при этом будет выполняться

$$\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} = M_3 \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}, \text{ где } M_3 = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}, \text{ а обратная ей матрица равна}$$

транспонированной $M^{-1}_3 = M^T_3$. В системе $X_4Y_4Z_4$ лучевая трубка аппроксимируется цилиндром $x_4^2 + y_4^2 = d_F^2$. Это же уравнение в параметрическом виде

$$\text{можно записать соотношениями } \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_F \cos \gamma \\ d_F \sin \gamma \\ v \end{pmatrix}, \text{ где } \gamma - \text{ параметр, который}$$

принимает значение от 0° до 360° , $v \in (-\infty; +\infty)$. В системе $X_3Y_3Z_3$ координаты окружности (7) будут преобразованы к виду:

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_F \cos \gamma \\ d_F \sin \gamma \\ v \end{pmatrix}.$$

В этой системе при пересечении с плоскостью X_3Y_3O цилиндр имеет в сечении эллипс $(x_3 \cos \alpha)^2 + y_3^2 = d_F^2$, вытянутый вдоль оси OX_3 , что согласуется с [5].

$$\text{Операция } \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix} \text{ обеспечивает переход в систему координат } X_2Y_2Z_2,$$

именно в этой системе проще всего найти формулы, задающие координаты кривой $F(x, y, z)$, полученной в результате пересечения конуса и сферы (1). Для этого решим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x_2 = d_F \cos \alpha \cos \gamma - v \sin \alpha + x_D \\ y_2 = d_F \sin \gamma + y_D \\ z_2 = d_F \sin \alpha \cos \gamma + v \cos \alpha + z_D \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = R_l^2 \end{cases}.$$

В этой системе уравнений координаты x_2, y_2, z_2 однозначно определяются параметром γ , если известно значение v . Найдем это значение, сведя систему к квадратному относительно v уравнению:

$$(d_F \cos \alpha \cos \gamma - v \sin \alpha + x_D)^2 + (d_F \sin \gamma + y_D)^2 + (d_F \sin \alpha \cos \gamma + v \cos \alpha + z_D)^2 = R_l^2$$

После упрощения это уравнение имеет вид:

$$v^2 - 2v(x_D \sin \alpha - z_D \cos \alpha) + (d_F^2 + 2d_F(x_D \cos \alpha + z_D \sin \alpha) \cos \gamma + 2d_F y_D \sin \gamma) = 0$$

Уравнение решается аналитически, имеет два корня. Меньший корень V_- применим для северного полушария. Большой корень V_+ подходит для южного полушария. Оба корня являются функциями от H_s , φ_s , θ_s и параметра γ . Таким образом, координаты кривой $F(x, y, z)$ в системе MOON ME задаются параметрическими уравнениями

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} d_F \cos \alpha \cos \gamma - V_{\mp} \sin \alpha + x_D \\ d_F \sin \gamma + y_D \\ d_F \sin \alpha \cos \gamma + V_{\mp} \cos \alpha + z_D \end{pmatrix},$$

где матрица $M = M_1^T M_2^T$ и имеет следующий вид:

$$M = \begin{pmatrix} \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ -\cos \psi_s \cos \alpha & \sin \psi_s & -\cos \psi_s \sin \alpha \\ \sin \psi_s \cos \alpha & \cos \psi_s & \sin \psi_s \sin \alpha \end{pmatrix}.$$

Координаты $F(x, y, z)$ можно определять в режиме реального времени по известным координатам космического аппарата.

В работе рассмотрен вопрос определения области существенной для отражения радиосигналов при бистатической локации Луны с помощью двух радаров, один из которых находится на Земле, другой на лунном орбитальном космическом аппарате. Исходя из приближения Френеля, область наибольшего отражения определяется как участок поверхности, центр которого находится из условия равенства углов между нормалью к поверхности и от направлениями от основания нормали к приемнику и передатчику. Радиус области отражения связывают с зонами Френеля, причем, считается, что отражение от первой зоны вносит наибольший вклад в отраженный сигнал, однако и практика, и численное моделирование показывают, что в формировании отраженного сигнала участвует поверхность, значительно превышающая 3-4 зоны Френеля [4].

Работа была выполнена при частичной поддержке Программы №28 фундаментальных исследований Президиума Российской академии наук «Космос: исследование фундаментальных процессов и их взаимосвязей».

Литература

1. Smirnov V.M., Yushkova O.V., Marchuk V.N., et al. Luna_Glob Project: Radio Sounding of the Lunar Soil// *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2013, Vol. 58, No. 9, pp. 911–918. DOI: 10.1134/S106422691309012X

2. Yushkova O.V., Gavrik A.L., Marchuk V.N., et al. Bistatic Radar Detection in the Luna-Resurs Mission// *Solar System Research*, 2018, Vol. 52, No. 4, pp. 287–300. DOI: 10.1134/S0038094618040081
3. Feinberg E.L., Propagation of radio waves along the earth's surface. M.: Publishing house of USSR Academy of Sciences, 1961.
4. Smirnov V.M., Yushkova O.V., Karachevtseva I.P., Nadezhdina I.E. The influence of relief on formation of reflected signals of subsurface sounding radar// *Solar System Research*, 2014, Vol. 48, No. 3, pp. 167–181. <https://doi.org/10.1134/S003809461403006X>