

Расчетная модель сверхширокополосного гидроакустического преобразователя волноводного типа, излучающего в конусные полупространства

И.С. Пестерев, Н.Н. Сосновский, Б.Г. Степанов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ) им. В.И. Ульянова (Ленина), Россия, 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5, e-mail: ivanpesterев@mail.ru, sosnovskiy-78@yandex.ru, BGStepanov@etu.ru

Методом частичных областей получено решение задачи об излучении преобразователем волноводного типа (ПВТ), который образован соосным набором водозаполненных пьезоцилиндров с амплитудно-фазовым возбуждением, обеспечивающим режим широкополосного излучения по типу бегущей волны, через водозаполненные апертуры ПВТ в граничащие с ними конусные полупространства. Приводятся и анализируются результаты расчетов частотных характеристик звукового давления при излучении ПВТ во фронтальном и тыльном направлениях для разных углов раскрытия конусов. Дается сопоставительная оценка с другими частными решениями.

Solution of the radiation problem of the transducer of waveguide type (TWT), which is formed by a coaxial set of water-filled piezocylinders with amplitude and phase excitation, providing the mode of broadband radiation by the type of traveling wave, through water-filled apertures of TWT in the conic half-spaces adjoining them is obtained by the method of partial areas. The results of calculations of sound pressure frequency characteristics in case of TWT radiation in the frontal and rear directions for different cone angles are presented and analyzed. A comparative evaluation with other particular solutions is given.

В работах [1–3] рассматривались принципы построения сверхширокополосных преобразователей волноводного типа (ПВТ), а также – их расчетные и экспериментальные частотные и импульсные характеристики. Для расчетных моделей ПВТ использовались два частных варианта решения задачи об излучении: в соосно расположенные с ПВТ водозаполненные волноводы [1] и в полупространства [2]. В данной работе рассматривается обобщенная расчетная модель ПВТ, позволяющая объединить оба решения и учесть влияние волн, отраженных от границ ПВТ, на его полевые характеристики. Структура построения ПВТ и характерные размеры его расчетной модели схематически показаны на рис. 1. Собственно ПВТ представляет собой набор N соосно расположенных пьезоцилиндров (на рис. 1 показана только их внутренняя область) радиусом a и высотой l , разделенных по торцам тонкими гибкими прокладками. Расстояние между центрами двух соседних пьезоцилиндров равно d . Внутренняя полость ПВТ заполняется жидкостью (водой), контактирующей с внешней средой, а внешняя поверхность считается свободной. Пьезоцилиндры возбуждаются различными по амплитуде и фазе электрическими напряжениями $U_i = U_{im} e^{j\varphi_i}$, которые обеспечивают нужное амплитудно-фазовое распределение радиальной компоненты колебательной скорости на внутренней поверхности пьезоцилиндров $v_{ri} = v_{im} e^{-j(\omega t - \varphi_i)}$.

ПВТ излучает звуковые волны через торцевые апертуры крайних пьезоцилиндров с номерами 1 и N в соосные водозаполненные бесконечные конусообразные области, расположенные справа и слева от ПВТ и соответствующие фронтальному (индекс F) и тыльному (индекс T) направлениям излучения. Углы раскрытия этих областей равны $2\theta_F$ и $2\theta_T$. В том случае, когда $\theta_{F,T} = \pi/2$, вершины конусов (точки O_F и O_T) перемещаются к плоскостям апертур ПВТ и излучение происходит с их поверхности в

полупространство [2], при этом $z_{F,T}=0$ и $r_{F,T}=a$, а поверхности S_F и S_T становятся полусферами. Если $\theta_{F,T}=0$, то имеем случай излучения в соосные волноводы [1], а поверхности S_F и S_T совпадают с плоскостями апертур ПВТ. Предполагается, что на конических поверхностях, подобно [1] и [2], значение нормальной к ним компоненты колебательной скорости равно нулю.

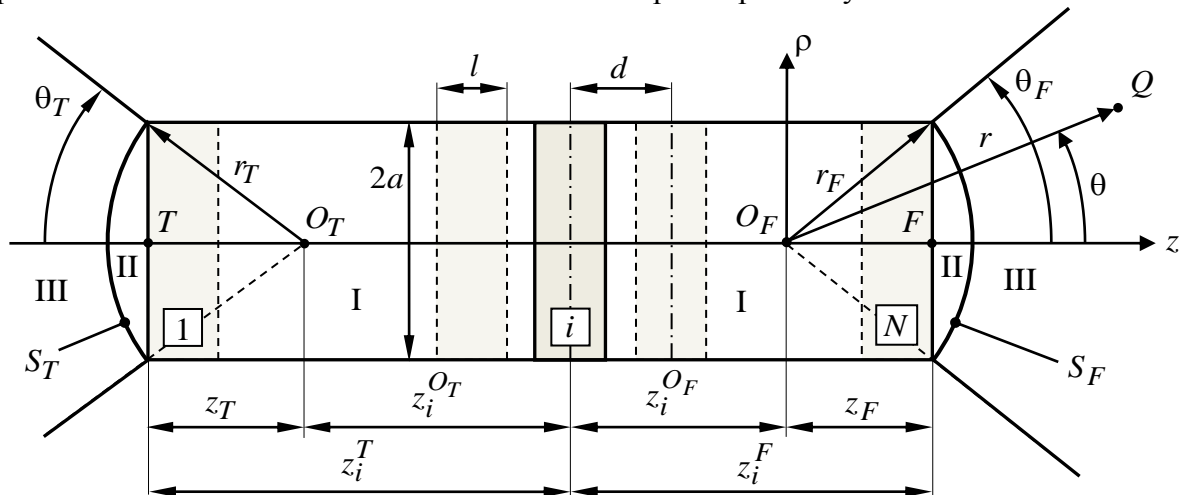


Рис. 1. Расчетная модель преобразователя волноводного типа, излучающего в конические полупространства.

Решение задачи проведем с использованием метода частных областей [4, 5], когда сложная (неканоническая) область существования звукового поля разбивается на более простые (частичные), в каждой из которых звуковое поле возможно определить в виде суммы известных частных решений уравнения Гельмгольца, а затем вновь «сшивается» с учетом выполнения условий сопряжения звуковых давлений и колебательных скоростей на границах частных областей. С учетом характера возбуждения ПВТ рассматриваются звуковые поля, формируемые отдельными пьезоцилиндрами, с последующим суммированием этих полей по принципу суперпозиции.

В соответствии с геометрией принятой расчетной модели (см. рис. 1), разделим всю область существования звукового поля во фронтальном направлении (справа от i -го пьезоцилиндра ПВТ) на три частичные области I, II и III. Область I – это цилиндрическая область от правого торца i -го пьезоцилиндра до правого торца ПВТ; область II представляет собой сегмент шара радиусом r_F , ограниченный плоскостью правого торца ПВТ; область III – внутренний объем конуса $\theta = \theta_F$ за вычетом шарового сектора радиусом r_F . Аналогичным образом определяются частичные области в тыльном направлении, слева от i -го пьезоцилиндра.

Предварительно ограничимся рассмотрением звукового поля во фронтальном направлении. Для записи звуковых полей в зоне сопряжения цилиндрического и конусообразного волноводов воспользуемся цилиндрической (ρ, φ, z) и сферической (r, θ, φ) системами координат (СК) с общим центром O_F . Для пьезоцилиндра с номером i введем координаты левого и правого торцов ПВТ $z_i^F = (N - i)d + l/2$ и $z_i^T = (1 - i)d - l/2$, а также вершин правого и левого конусов $z_i^{O_F} = z_i^F - a \cdot \text{ctg}\theta_F$ и $z_i^{O_T} = z_i^T + a \cdot \text{ctg}\theta_T$.

В принятой цилиндрической СК давление падающей волны, формируемой i -м пьезоцилиндром ПВТ в области I, в соответствии с [1] запишем в следующем виде:

$$p_{i0}^I = -2v_{im}e^{j\psi_i} z_0 k_0 a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right) \sin\left[\sqrt{(k_0 a)^2 - \beta_n^2} \frac{l}{2a}\right] e^{j\sqrt{(k_0 a)^2 - \beta_n^2} \frac{z}{a}}}{J_0(\beta_n) \left[(k_0 a)^2 - \beta_n^2\right]}, \quad (1)$$

где β_n – корни уравнения $J_1(\beta_n) = 0$;

$$n = 0, 1, 2 \dots;$$

$$\beta_0 = 0;$$

$$k_0 = \omega/c_0;$$

$$z_0 = \rho_0 c_0;$$

ρ_0 и c_0 – плотность и скорость звука жидкости (воды).

Полное звуковое поле в области I представляет собой сумму падающей волны (1) и подобной ей отраженной волны (сумма с коэффициентами B_n):

$$p_i^I = K_i \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{jk_n z_i^F} J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right) e^{jk_n(z-z_F)} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{jk_n z_i^F} J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right) e^{-jk_n(z-z_F)} \right], \quad (2)$$

где $K_i = -2\xi_{im}e^{j\psi_i} z_0 k_0 a$;

$$A_n = \frac{\sin(k_n l/2)}{J_0(\beta_n) (k_n a)^2};$$

$$k_n = \sqrt{k_0^2 - (\beta_n/a)^2}.$$

Давление в области III определяется в принятой сферической СК с учетом осевой симметрии задачи следующим выражением [4]:

$$p_i^{III} = K_i \sum_{m=0}^{\infty} E_m P_m \left(\cos \frac{\pi\theta}{\theta_F} \right) h_m^{(1)}(k_0 r), \quad (3)$$

где $P_m \left(\cos \frac{\pi\theta}{\theta_F} \right)$ – полиномы Лежандра;

$h_m^{(1)}(k_0 r)$ – сферические функции Ханкеля первого рода.

Указанное выражение представляет собой решение для шарового сегмента, образованного конусом $\theta = \theta_F$, которое отображено на полную сферу ($0 \leq \theta \leq \pi$).

Давление в области II представляет собой сумму волны, прошедшей из области I, и волны, подобной волне в области III, для которой в качестве радиальной компоненты выбрана сферическая функция Бесселя $j_m(k_0 r)$, непрерывная на промежутке $0 \leq r \leq \infty$.

Использование в области II сферической функции Ханкеля $h_m^{(1)}(k_0 r)$ также допустимо, но при $\theta_{F,T} < \pi/2$, когда исключается ее особенность при $r = 0$. Предварительно определим звуковое поле в области II в следующем виде:

$$p_i^{II} = K_i \left[\sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{jk_n z_i^F} J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right) e^{jk_n(z-z_F)} + \sum_{m=0}^{\infty} D_m P_m \left(\cos \frac{\pi\theta}{\theta_F} \right) j_m(k_0 r) \right]. \quad (4)$$

На границе областей I–II выражение (4) удобно представить в цилиндрической СК, заменяя сферические координаты θ и r на $\theta_{ц} = \arccos \left(z / \sqrt{z^2 + \rho^2} \right)$ и $r_{ц} = \sqrt{z^2 + \rho^2}$; на

границе областей II–III следует выражение (4) представить в сферической СК, заменяя цилиндрические координаты ρ, z на $\rho_c = r \sin \theta, z_c = r \cos \theta$.

Для определения неизвестных коэффициентов в выражениях (2)–(4) необходимо использовать систему функциональных уравнений, объединяющую условия сопряжения звуковых давлений и колебательных скоростей на границах частичных областей I–II и II–III:

$$\left. \begin{aligned} p_i^I &= p_i^{II}; \\ \frac{\partial p_i^I}{\partial z} &= \frac{\partial p_i^{II}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \text{при } z = z_F \text{ и } 0 \leq \rho \leq a; \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} p_i^{II} &= p_i^{III}; \\ \frac{\partial p_i^{II}}{\partial r} &= \frac{\partial p_i^{III}}{\partial r} \end{aligned} \right\} \text{при } r = r_F \text{ и } 0 \leq \theta \leq \theta_F.$$

Алгебраизация уравнений (5) основана на свойствах полноты и ортогональности функций $J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right)$ и $P_m\left(\cos \frac{\pi\theta}{\theta_F}\right)$ на границах указанных областей. Выполняя необходимые преобразования, с учетом интегральных соотношений для функций Бесселя и полиномов Лежандра [6], в итоге получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} B_m - C_m - \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(1)} D_n &= -A_m; \\ B_m + C_m + \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(2)} D_n &= A_m; \\ \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(3)} C_n + j_m(k_0 r_F) D_m - h_m^{(1)}(k_0 r_F) E_m &= 0; \\ \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(4)} C_n + j_m'(k_0 r_F) D_m - h_m^{(1)'}(k_0 r_F) E_m &= 0, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где $I_{mn}^{(1)} = \frac{2e^{-jk_m z_i^F}}{[J_0(\beta_m)]^2} \int_0^1 P_n\left(\cos \frac{\pi\theta_{II}}{\theta_F}\right) j_n(k_0 r_{II}) J_0(\beta_m x) x dx;$

$$I_{mn}^{(2)} = \frac{-2je^{-jk_m z_i^F}}{(k_m a)[J_0(\beta_m)]^2} \int_0^1 \left[\begin{aligned} &P_n'\left(\cos \frac{\pi\theta_{II}}{\theta_F}\right) \sin\left(\frac{\pi\theta_{II}}{\theta_F}\right) \frac{\pi}{\theta_F} \frac{x}{(z_F/a)^2 + x^2} j_n(k_0 r_{II}) + \\ &+ P_n\left(\cos \frac{\pi\theta_{II}}{\theta_F}\right) j_n'(k_0 r_{II}) \frac{(k_0 a)(z_F/a)}{\sqrt{(z_F/a)^2 + x^2}} \end{aligned} \right] \cdot J_0(\beta_m x) x dx;$$

$$I_{mn}^{(3)} = \frac{2m+1}{2} e^{jk_n z_i^F} \int_0^\pi J_0\left(\beta_n \frac{\rho_c}{a}\right) e^{jk_n(z_c - z_F)} P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta;$$

$$I_{mn}^{(4)} = \frac{2m+1}{2} e^{jk_n z_i^F} \int_0^\pi \left[-J_1\left(\beta_n \frac{\rho_c}{a}\right) \frac{\beta_n}{k_0 a} \sin\left(\vartheta \frac{\theta_F}{\pi}\right) + \right. \\ \left. + jJ_0\left(\beta_n \frac{\rho_c}{a}\right) \frac{k_n}{k_0} \cos\left(\vartheta \frac{\theta_F}{\pi}\right) \right] e^{jk_n(z_c - z_F)} P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta;$$

$x = \rho/a$, $\vartheta = \frac{\pi\theta}{\theta_F}$ – переменные интегрирования.

Решение системы уравнений (6) и определение численных значений коэффициентов B_m , C_m , D_m , E_m осуществляется методом редукции. Подстановка указанных коэффициентов в выражения (2)–(4) позволяет определить звуковые давления, формируемые отдельными пьезоцилиндрами ПВТ в частичных областях I, II и III во фронтальном направлении. Аналогичная система уравнений может быть получена и для тыльного направления ПВТ с учетом замены индекса F на T и переноса начала используемых систем координат из точки O_F в точку O_T . Полные звуковые давления во всех трех областях для фронтального и тыльного направлений излучения ПВТ находятся в соответствии с принципом суперпозиции путем суммирования полученных парциальных давлений, создаваемых i -тыми пьезоцилиндрами в указанных направлениях:

$$P_{F,T}^I = \sum_{i=1}^N P_{iF,T}^I, \quad P_{F,T}^{II} = \sum_{i=1}^N P_{iF,T}^{II}, \quad P_{F,T}^{III} = \sum_{i=1}^N P_{iF,T}^{III}. \quad (7)$$

Последнее выражение (7) определяет звуковое давление во внешней среде, ограниченной углом раскрыва соответствующих конусов (область III).

Расчет звуковых давлений в различных частичных областях выполнялся в пакете программ MATLAB на основе принятой модели ПВТ при возбуждении пьезоцилиндров в соответствии с решением задачи синтеза [1]. В этом случае во всем рабочем диапазоне частот ПВТ амплитуды колебательной скорости пьезоцилиндров задаются равными и не зависящими от частоты, т.е. $v_{im}(\omega) = v_m = \text{const}$, а фазы определяются в соответствии с режимом формирования бегущей волны: $\psi_i = k_0 d(i-1) = \omega\tau(i-1)$, где $\tau = d/c_0$. Для приведенных результатов расчета использовались следующие значения параметров ПВТ: $N = 10$; $l/a = 0,6$; $d/a = 0,66$.

Следует отметить, что при решении задачи излучения в волновод с помощью рассматриваемой модели имеется ограничение по минимальному значению углов раскрыва конусов $\theta_{F,T} = 0$, связанное с тем, что когда фронтальная и тыльная частичные области III принимают вид строго цилиндрических волноводов, вершины правого и левого конусов O_F и O_T смещаются к бесконечности ($z_i^{O_{F,T}} \rightarrow \mp\infty$). В рамках данной работы для случая излучения в волновод принимаем $\theta_{F,T} = 0,1^\circ$.

Для оценки соблюдения условий сопряжения звуковых полей на границах частичных областей рассмотрим в качестве примера амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) звуковых давлений во фронтальном направлении $\left| p_F^{I, II, III} \right|$ на оси ПВТ ($\theta = 0$) при излучении в волновод, для $\theta_F = 0,1^\circ$ (рис. 2, а), и в полупространство, для $\theta_F = 90^\circ$ (рис. 2, б). Кривые 1 и 2 соответствуют звуковым давлениям в областях I и II на правом торце ПВТ (в точке F), а кривые 3 и 4 – давлениям в областях II и III на поверхности S_F при $\theta = 0$. Здесь и далее нормировка результатов расчета осуществляется к величине звукового давления во фронтальном

направлении на оси ПВТ для волнового размера $k_0a = 2$, соответствующего частоте радиального резонанса пьезоцилиндра.

Результаты расчета в смежных частичных областях в целом вполне удовлетворительно соответствуют друг другу. При излучении в волновод (рис. 2, а) характер АЧХ звуковых давлений во всех трех областях подобен друг другу ввиду фактического слияния их границ ($r_F \rightarrow \infty$ при $\theta_{F,T} \rightarrow 0$), причем для кривых 2–4 наблюдается практически полное их совпадение. По мере приближения волнового размера k_0a к области зарождения нормальных волн первого ($k_0a \rightarrow \beta_1 \approx 3,83$) и следующих порядков увеличивается расхождение между кривыми 1 и 2–4. В случае излучения в полупространство (рис. 2, б) звуковое поле при прохождении полусферической области II заметно меняет характер своей частотной зависимости, что, по-видимому, обусловлено расхождением волнового фронта.

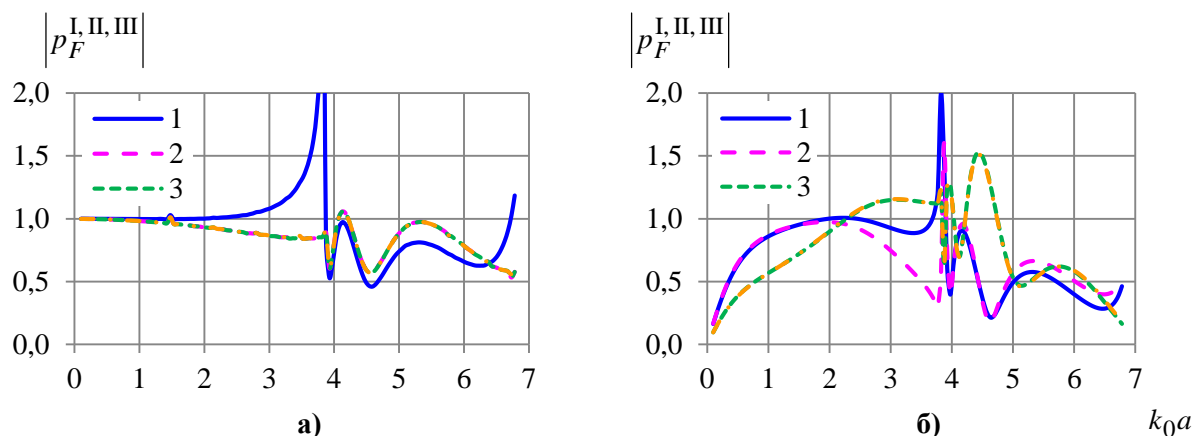


Рис. 2. АЧХ звуковых давлений во фронтальном направлении при излучении в волновод (а) и в полупространство (б) на границах частичных областей I–II (кривые 1, 2) и II–III (кривые 3, 4).

При оценке выполнения условий сопряжения на границах смежных областей интерес представляет исследование звуковых полей не только на оси ПВТ, но и вдоль границ. В качестве примера на рис. 3 показаны радиальные (а, б) и угловые (в, г) распределения нормированных звуковых давлений во фронтальном направлении $|p_F^{I,II}|$

и $|p_F^{II,III}|$ на границах областей I–II и II–III соответственно при излучении в волновод (а, в, $\theta_F = 0,1^\circ$) и в полупространство (б, г, $\theta_F = 90^\circ$) для волнового размера $k_0a = 2$.

Кривые 1 соответствуют области, расположенной слева от границы раздела, а кривые 2 – справа. Как видно, звуковые давления на границе областей II–III практически совпадают, а на границе областей I–II образуется небольшая невязка.

Проведем сопоставление результатов расчетов для рассматриваемой модели ПВТ, излучающей в соосно расположенные конусные полупространства, с результатами, полученными ранее в работах [1] и [2] для частных случаев излучения в соосно расположенные цилиндрические волноводы радиуса a и в полупространства. В частности, на рис. 4, а представлены АЧХ нормированных звуковых давлений $|p_{F,T}^{III}|$ при излучении ПВТ во фронтальном (кривые 1 и 3) и тыльном (кривые 2 и 4) направлениях в случае использования расчетной модели [1] (излучение в водозаполненные волноводы, кривые 1 и 2), а также полученные для рассматриваемой модели ($\theta_F = 0,1^\circ$, кривые 3 и 4). На рис. 4, б аналогичным образом показаны АЧХ нормированных звуковых давлений для случая излучения ПВТ в полупространство

(при использовании расчетной модели [2]), а также для рассматриваемой модели ПВТ, когда углы раскрытия конусов $\theta_{F,T} = 90^\circ$. Все графики приведены для достаточно удаленной точки наблюдения ($r = 40l/a$), лежащей на оси ПВТ.

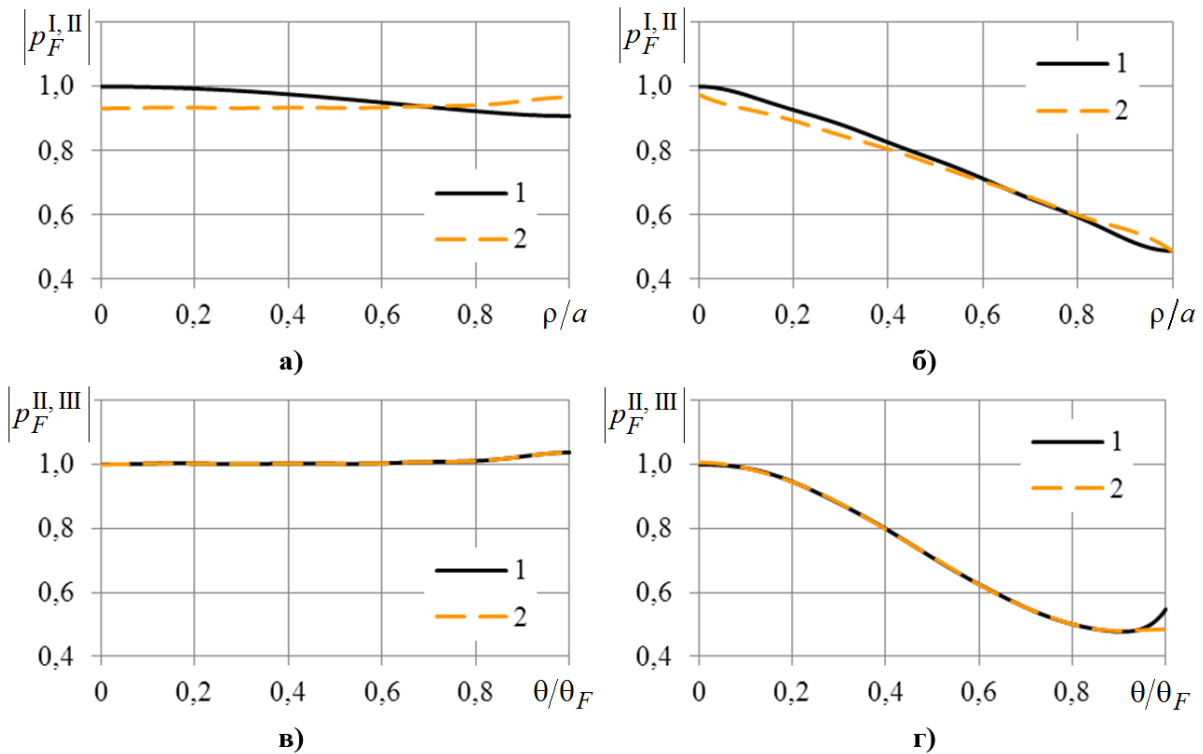


Рис. 3. Радиальные (а, б) и угловые (в, г) распределения звуковых давлений. ПВТ во фронтальном направлении на границах частичных областей I–II и II–III соответственно при излучении в волновод (а, в) и в полупространство (б, г).

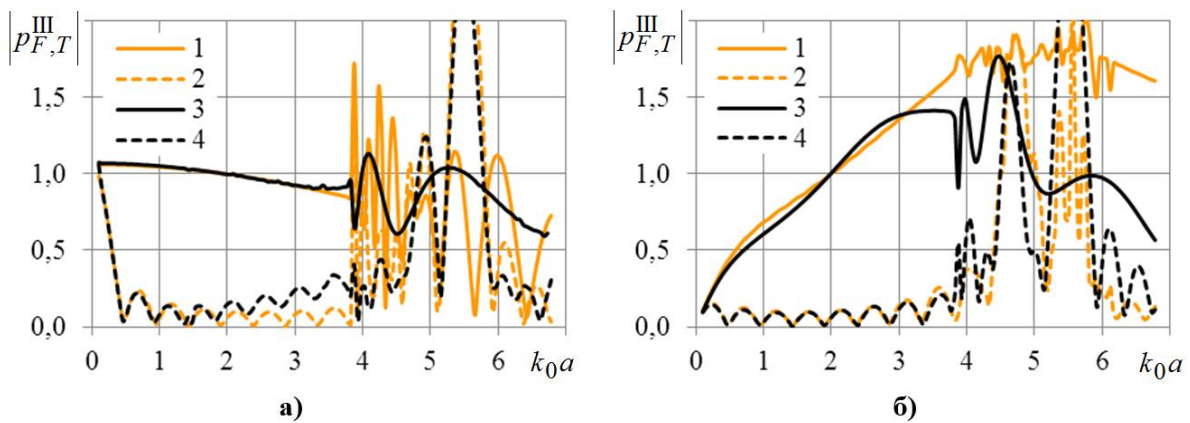


Рис. 4. АЧХ звуковых давлений ПВТ при излучении в волновод (а) и в полупространство (б) во фронтальном (кривые 1, 3) и тыльном (кривые 2, 4) направлениях, полученные для частных расчетных моделей (кривые 1, 2) и обобщенной модели (кривые 3, 4).

В целом, результаты расчетов с использованием рассматриваемой более общей расчетной модели ПВТ демонстрируют вполне удовлетворительное соответствие результатам, полученным с помощью частных моделей, особенно в диапазоне частот формирования квазиплоской волны или нормальной волны нулевого порядка ($k_0 a < \beta_1 \approx 3,83$), который используется для излучения сверхширокополосных

сигналов [3]. Определенный интерес представляет также исследование звуковых полей ПВТ при задании промежуточных значений угла раскрыва конусов $0 < \theta_{F,T} < 90^\circ$. В качестве примера на рис. 5 приведены АЧХ нормированных звуковых давлений $\left| p_{F,T}^{\text{III}} \right|$, полученные с помощью рассматриваемой модели ПВТ на его оси в удаленной точке наблюдения ($r = 40l/a$) для углов раскрыва конических полупространств $\theta_{F,T} = 5^\circ, 10^\circ$ (рис. 5, а) и $\theta_{F,T} = 15^\circ, 20^\circ, 60^\circ$ (рис. 5, б).

Представленные на рис. 4 и 5 АЧХ излучения для рассматриваемой модели ПВТ демонстрируют достаточно плавное перестроение АЧХ звукового давления при изменении конфигурации области излучения от одного частного случая (излучение в волновод) к другому (излучение в полупространство). Причем на кривых рис. 5 наблюдаются флуктуации амплитуды, уровень и период следования которых увеличиваются с ростом угла раскрыва конусов $\theta_{F,T}$. При достижении значений $\theta_{F,T} \approx (50 - 60)^\circ$ период этих флуктуаций становится сопоставимым с шириной диапазона частот, в котором формируется квазиплоская волна ($0 < k_0 a < 3,83$), и ход АЧХ звуковых давлений заметно сглаживается.

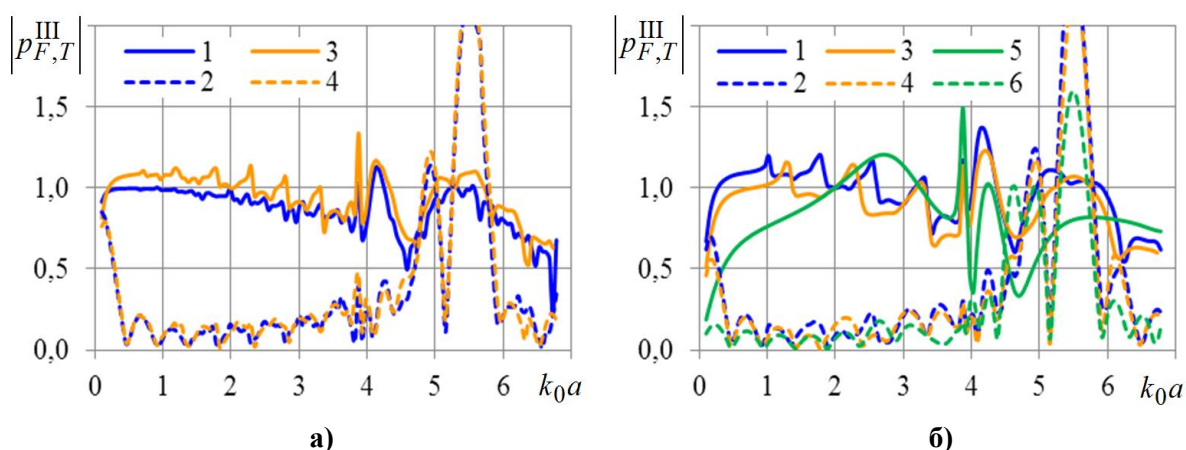


Рис. 5. АЧХ звуковых давлений ПВТ при излучении во фронтальном (сплошные кривые) и тыльном (пунктирные кривые) направлениях в соосные конические полупространства с углами раскрыва: а) $\theta_{F,T} = 5^\circ$ (кривые 1, 2) и $\theta_{F,T} = 10^\circ$ (3, 4); б) $\theta_{F,T} = 15^\circ$ (кривые 1, 2), $\theta_{F,T} = 20^\circ$ (кривые 3, 4) и $\theta_{F,T} = 60^\circ$ (кривые 5, 6).

Ранее отмечалась возможность использования сферической функции Ханкеля $h_m^{(1)}(k_0 r)$ в качестве радиальной компоненты волны в частичной области II вместо сферической функции Бесселя $j_m(k_0 r)$ для малых углов раскрыва конусов. На рис. 6 приведены АЧХ нормированных звуковых давлений $\left| p_{F,T}^{\text{III}} \right|$ на оси ПВТ ($r = 40l/a$) при условии выполнения такой замены для углов раскрыва конических полупространств $\theta_{F,T} = 5^\circ, 10^\circ$ (рис. 6, а) и $\theta_{F,T} = 15^\circ, 20^\circ$ (рис. 6, б). Как видно, в этом случае наблюдается заметное сглаживание хода АЧХ излучения во фронтальном направлении по сравнению с результатами, показанными на рис. 5. При углах раскрыва конусных полупространств $\theta_{F,T} > 45^\circ$ наблюдается ухудшение степени сопряжения звуковых

давлений на границе частичных областей I–II. При этом в диапазоне волновых размеров $k_0a < 1$ уровень тыльного излучения ПВТ в частичной области III начинает превышать уровень фронтального излучения, что противоречит физическому смыслу и не происходит при использовании в области II сферической функции Бесселя (см. рис. 5, б, кривые 5 и 6). В случае излучения в волновод ($\theta_{F,T} = 0,1^\circ$), с использованием сферической функции Ханкеля, АЧХ излучения во фронтальном и тыльном направлениях (на рис. 6 не показаны ввиду близкого хода кривых) практически полностью совпадают с аналогичными АЧХ, полученными при использовании в области II сферической функции Бесселя (рис. 4, а, кривые 3 и 4).

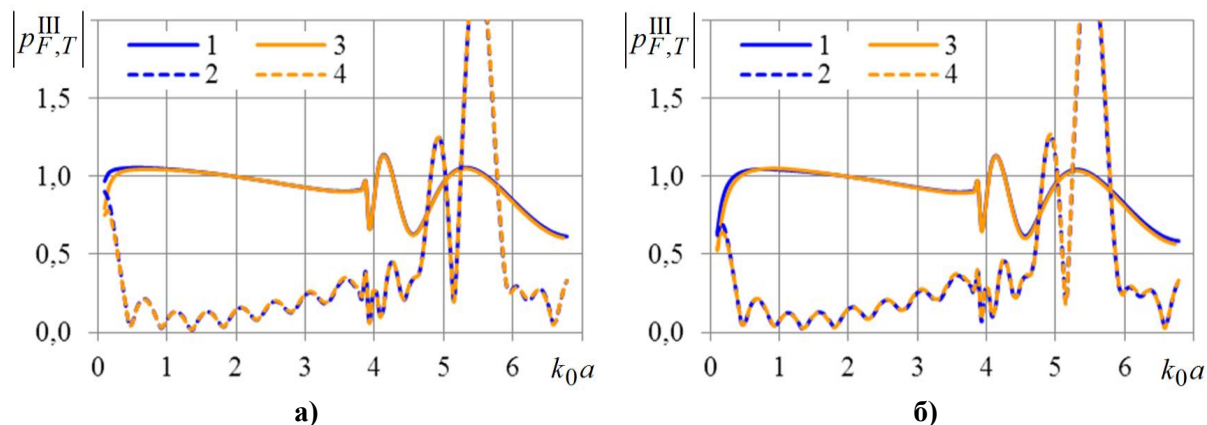


Рис. 6. АЧХ звуковых давлений ПВТ при излучении во фронтальном (сплошные кривые) и тыльном (пунктирные кривые) направлениях в соосные конусы с углами раскрытия: а) $\theta_{F,T} = 5^\circ$ (кривые 1, 2) и $\theta_{F,T} = 10^\circ$ (кривые 3, 4); б) $\theta_{F,T} = 15^\circ$ (кривые 1, 2), $\theta_{F,T} = 20^\circ$ (кривые 3, 4), при использовании в области II сферической функции Ханкеля.

Результаты выполненных исследований показывают целесообразность использования рассматриваемой расчетной модели ПВТ для представления формируемых им звуковых полей. Для углов раскрытия конических полупространств $\theta_{F,T} < 45^\circ$ в качестве радиальной компоненты волны в частичной области II следует использовать сферическую функцию Ханкеля, а при $\theta_{F,T} > 45^\circ$ – сферическую функцию Бесселя. Независимо от выбора типа сферической функции вид АЧХ звуковых давлений, характерный для случая излучения в волновод (см. рис. 4, а), в целом сохраняется вплоть до углов раскрытия $\theta_{F,T} \approx (7-8)^\circ$, после чего уровень излучения в интервале $0,5 > k_0a > 0$ начинает снижаться ввиду все большего расхождения волнового фронта в конусообразной области III и уменьшающейся нагруженности излучающих апертур ПВТ. Это позволяет объяснить ход получающихся экспериментальных АЧХ излучения ПВТ [3], для которых характерно указанное снижение уровня в области низких частот ($k_0a < 0,5$) и наличие сравнительно равномерного участка вплоть до $k_0a \approx 3,83$.

Литература

1. Степанов Б. Г. Сверхширокополосный гидроакустический преобразователь волноводного типа. Задача синтеза // Известия СПб ГЭТУ «ЛЭТИ», 2013, № 3, с. 87–96.

2. Степанов Б. Г. Излучение одиночным преобразователем волноводного типа в полубесконечные пространства // Труды XII Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики», СПб, 27–29 мая 2014, с. 444–448.
3. Пестерев И. С., Степанов Б. Г. Исследование широкополосной гидроакустической системы, содержащей преобразователи волноводного типа // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника, 2018, № 5, с. 60–70.
4. Гринченко В. Т., Вовк И. В., Мацыпура В. Т. Основы акустики. Киев: Наукова думка, 2007, 640 с.
5. Гринченко В. Т., Вовк И. В., Мацыпура В. Т. Волновые задачи акустики. Киев: Интерсервис, 2013, 572 с.
6. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графикой и таблицами. М.: Физматгиз, 1963, 839 с.