

О статистическом описании огибающей радиоимпульса с хаотической несущей при распространении по высокоподнятой атмосферной трассе

Г.М. Стрелков, В.В. Лепехин

*Фрязинский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской Академии Наук 141190, г. Фрязино, пл. Введенского, 1.
E-mail: strelkov@ms.ire.rssi.ru*

Изложены начальные результаты теоретического анализа характера и особенностей процесса распространения терагерцевого прямоугольного радиоимпульса с хаотической несущей при распространении по высокоподнятой атмосферной трассе. Хаотичность несущей моделируется тент-отображением, а ее центральное значение совпадает с резонансной частотой атмосферного водяного пара 380.1 ГГц. Показано, что с удалением от излучателя напряженность поля импульса в пределах его начальной длительности трансформируется к виду шумоподобной временной зависимости с показателем Херста, по величине близким к 0.8. Рассмотрена возможность и оценены погрешности приближения гистограмм высоты огибающей импульса на приемном конце трассы для временных отрезков, равных его начальной длительности, на основе отраженного нормального распределения и распределения Вейбулла-Гнеденко. При этом поле в «хвосте» импульса остается регулярным, поскольку является следствием остаточного излучения среды распространения, возбужденной прошедшим через нее импульсом.

Ключевые слова: радиоимпульс, терагерцевый диапазон, дисперсионные искажения, атмосфера.

On the statistical description of the envelope of a radio wave pulse with a chaotic carrier during propagation along a high atmospheric path

G.M. Strelkov, V. V. Lepekhin

Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences.

The initial results of a theoretical analysis of the nature and features of the process of propagation of a terahertz rectangular radio wave pulse with a chaotic carrier during propagation along a highly elevated atmospheric path are presented. The randomness of the carrier is modeled by the tent-mapping, and its central value coincides with the resonant frequency of atmospheric water vapor, 380.1 GHz. It is shown that, with distance from the emitter, the pulse field strength within its initial duration is transformed into a noise-like time dependence with the Hurst exponent being close to 0.8. The possibility is shown and the errors of approximation of the histograms of the pulse envelope height at the receiving end of the path for time intervals equal to its initial duration, based on the reflected normal distribution and the Weibull-Gnedenko distribution, are estimated. In this case, the field in the "tail" of the pulse remains regular, since it is a consequence of the residual radiation of the propagation medium, excited by a pulse passing through it.

Keywords: radio wave pulse, terahertz range, envelope's distortion, earth atmosphere.

Введение

Терагерцевый частотный диапазон перспективен для создания высокоскоростных систем связи и локации, поскольку обеспечивает возможности получения широких полос пропускания радиосистемы в десятки гигагерц (см., напр., [1], [2]). Дополнительные возможности по уширению спектра импульсных радиосигналов

возникают при работе с сигналами, характеристики (амплитуда, фаза, частота) которых изменяются случайным образом (хаотически) (см., напр., [3]). Такие сигналы обладают широкими спектрами, позволяют, в том числе, увеличивать скрытность и помехозащищенность работы систем и обладают рядом других преимуществ по сравнению с регулярными сверхширокополосными сигналами. В зависимости от частотного диапазона, которому принадлежит спектр сигнала, значительное влияние на его распространение могут оказывать природные среды. Для сигналов терагерцевого диапазона (частоты 100...1000 ГГц) такой средой является земная атмосфера. Частотные зависимости коэффициента поглощения и показателя преломления атмосферы в терагерцевом диапазоне формируются многочисленными резонансными линиями ее малых газовых составляющих, основная роль среди которых принадлежит водяному пару [4]. Соответственно, в статистической радиофизике и статистической радиотехнике возникает новый круг задач, связанный с необходимостью описания процесса атмосферного распространения и создания методик обработки принимаемых сигналов не только с изначально хаотическими характеристиками, но и дополнительно деформированных средой в процессе распространения. В [5] кратко изложены результаты теоретического анализа деформации прямоугольного импульса с хаотической несущей, спектр которого принадлежит атмосферному окну прозрачности, ограниченному частотами 326.4 и 380.1 ГГц. Хаотичность несущей моделируется на основе отображения Чебышева первого рода третьего порядка. Влияние среды распространения проявляется как нарастающая хаотизация огибающей принимаемого сигнала с увеличением длины трассы. Аналогичным образом задачу можно рассмотреть с привлечением альтернативных отображений, обсуждаемых в литературе (см., напр., [4, 7]).

Специфические условия процесса распространения могут возникать также в случаях, когда в пределах частотного спектра хаотического импульса находится единственная и достаточно сильная резонансная линия какого-либо атмосферного компонента. Описание соответствующей задачи о распространении радиоимпульса в газовой среде получим, если в более общем выражении для напряженности поля для случая газовой среды с двумя резонансами (см. [5]) положить равной нулю оптическую глубину одной из спектральных линий, образующих парный резонанс. Цель настоящего доклада – представить первые результаты анализа процесса атмосферного распространения сверхкороткого радиоимпульса терагерцевого диапазона с хаотической несущей при условии, что а) частотный интервал, занимаемый его спектром, содержит изолированную спектральную линию водяного пара с резонансной частотой 380.1 ГГц и б) вариации изменения несущей во времени описываются тент-отображением.

Радиоимпульс и его характеристики

Полагаем, что: а) несущая частота f_x в пределах длительности излучаемого импульса $t_{\text{и}}$ претерпевает N скачков в моменты времени $t_k = k t_{\text{и}} / N$ ($k = 1; 2; 3; \dots; N$), оставаясь неизменной в пределах временных промежутков между скачками, равных $t_{\text{и}} / N$; б) в пределах временного интервала с номером k величина $\nu(t)$ постоянна и определяется выражением:

$$f_x(t) = f' + \Delta f_x(t) = f' + \Delta f(Y_k - 0.5), \quad t_{k-1} < t \leq t_k, \quad (1)$$

где f' - центральное значение величины ν («несущая»); Δf - интервал ее вариаций («девиация») и величина Y_k определяется через тент-отображение [6]:

$$Y_k = \begin{cases} Y_{k-1}/\alpha, & 0 \leq Y_{k-1} \leq \alpha \\ (1-Y_{k-1})/(1-\alpha), & \alpha < Y_{k-1} \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

Конкретный вид последовательностей величины Y_k определяется принимаемыми начальными значениями параметров Y_0 и α , причем $0 \leq Y_0 \leq 1$ и $0 < \alpha < 1$.

В соответствии с (1) хаотическая составляющая мгновенной фазы импульса описывается выражением:

$$\Phi_x(t) = 2\pi \int_0^t \Delta f_x(t) dt = \pi \Delta f t_n \frac{1}{N} \sum_{l=1}^{k-1} Y_l + \pi \Delta f Y_k \times (t - t_{k-1}), \quad (t_{k-1} < t \leq t_k), \quad (3)$$

где все величины определены выше.

Пример временного хода несущей f_x излучаемого импульса приведен на рис.1.

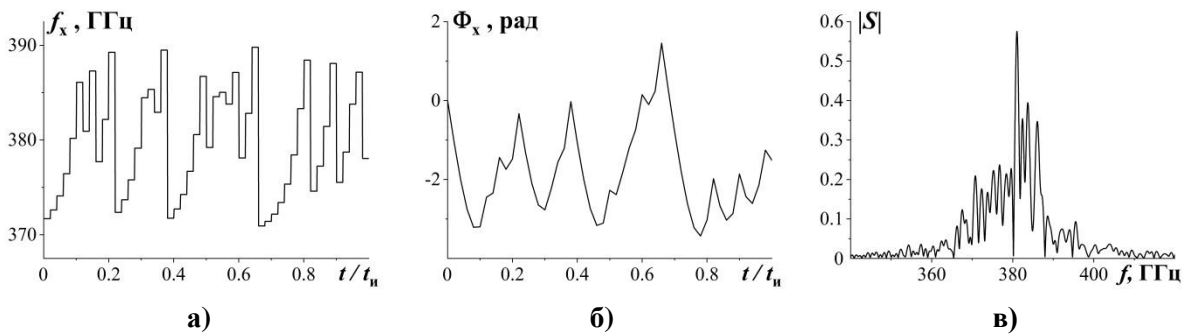


Рис.1. Хаотическая мгновенная частота (а), составляющая мгновенной фазы (б) и амплитудный спектр (в) прямоугольного радиоимпульса при $t_n = 1$ нс; $f' = 380.1$ ГГц; $\Delta f = 20$ ГГц; $N = 50$; $\alpha = 0.63$; $Y_0 = 0.05$.

Здесь же представлен соответствующий временной ход хаотической составляющей мгновенной фазы и амплитудный спектр импульса. Величины параметров указаны в подписи, а приведенные кривые имеют среднеквадратические ширины 5.68 ГГц (рис.1а), 1.07 рад (рис.1б) и 6.42 ГГц (рис.1в) при средних значениях 379.86 ГГц (рис.1а) и -1.82 рад (рис.1б). Отметим, что среднеквадратическая ширина величины f_x мала по сравнению с ее средним значением, а среднеквадратическая ширина спектра заметно превышает как соответствующую величину для синусоидального цуга равной длительности, так и возможные значения ширин спектральных линий атмосферных газов уже на уровне земной поверхности.

В соответствии с (3) для комплексной напряженности поля излучаемого прямоугольного импульса с хаотической несущей имеем:

$$\tilde{A}(0;t) = \begin{cases} A_0 \exp(i \omega' t + i \Phi_x(t)), & 0 \leq t \leq t_n; \\ 0, & t_n > 1, \end{cases} \quad (4)$$

где $\tilde{A}(0;t)$ – комплексная огибающая излучаемого импульса и A_0 – ее «высота».

Последующие искажения огибающей описываются соотношением

$$\tilde{A}(\tau;t') = \tilde{A}(0;t') - \int_0^{t'} \tilde{A}(0;t'-\theta) \exp(-i\omega'\theta) \sqrt{\frac{D}{\theta}} J_1(2\sqrt{D\theta}) \exp(-2\delta\theta) d\theta + \quad (5)$$

$$+ \int_0^{t'} \tilde{A}(0; t' - \theta) \exp(-i\omega' \theta) \left[\omega_p \int_0^\theta J_1(2\omega_p \sqrt{\alpha(\theta - \alpha)}) \sqrt{\frac{D}{\theta - \alpha}} J_1(2\sqrt{D\alpha}) \exp(-2\delta\alpha) d\alpha \right] d\theta.$$

Здесь $t' = t - z/c$; z – длина трассы; c – скорость света; $D = \delta\tau$; $\delta = 2\pi\Delta\nu$; $\Delta\nu$ – полуширина спектральной линии; $\tau = \gamma z$ – оптическая глубина трассы на частоте резонансного поглощения; γ – коэффициент поглощения (по мощности) в центре спектральной линии; $\omega_p = 2\pi f_p$; f_p – резонансная частота среды.

Формула (5) является непосредственным следствием аналогичного более общего выражения для напряженности поля радиоимпульса для случая газовой среды с двумя резонансами [5] (см. выше). Нижеследующие результаты получены на основе соотношения (5).

Огибающие деформированного импульса

На рисунке 2 представлена совокупность огибающих $|\tilde{A}|$, отвечающих возрастающим величинам оптической глубины или, что то же, длины трассы. Высота трассы, определяющая ширину спектральной линии, принята здесь равной 22 км.

Можно видеть, что с увеличением оптической глубины трассы происходят постепенное нарастание искажений и трансформация его огибающей к виду шумоподобного процесса при достаточно регулярно изменяющемся поле в «хвосте». Относительный вклад энергии «хвоста» ψ в полную энергию излучения E_n , регистрируемого на приемном конце трассы, определяется отношением (6) и может быть заметным.

$$\psi(\tau) = 100 \int_{t_n}^{\infty} E^2(\tau, t') dt / E_n(\tau), \% \quad (6)$$

В частности, имеем $\psi \sim 7.6\%$ для рисунка 2ж и $\sim 13.8\%$ для рисунка 2з. Приведенные значения ψ нельзя объяснить замедлением скорости распространения импульса в среде, поскольку известно, что показатель преломления атмосферы в терагерцевом диапазоне отличается от единицы менее чем на 10^{-4} . В действительности, на приемном конце трассы при $\bar{t}' > 1$ регистрируется не поле импульса, а остаточное излучение газа осцилляторов, описывающего резонансно-поглощающую среду в рамках модели Друде-Лоренца. Также по этой причине, форма и энергия «хвоста» импульса выражено зависят от величин параметров $\Delta\nu$ и τ , определяющих взаимодействие (особенности и детали) импульса со средой.

Количественно возможность трактовки какой-либо регистрируемой физической величины как случайной, равно как и ее место среди других случайных величин, в статистике описывают, в том числе, с привлечением показателем Херста H [8]. Оценки величины H для кривых $|\tilde{A}|$, изображенных на рис. 2, приведены на поле рисунков и соответствуют временным отрезкам $0 \leq \bar{t}' \leq 1$ при шаге выборки $\Delta\bar{t}' = 0.001$.

Можно видеть, что соответствующие огибающим на рис. 2 величины H центрируются вблизи значения $H \approx 0.8$. В статистике такие процессы определяют как персистентные, что означает наличие у них устойчивых трендов. Иначе: процесс с $H > 0.5$ имеющий тенденцию к возрастанию (убыванию), с большой вероятностью сохраняет ее и в дальнейшем [8]. Заметим также, что для многих природных процессов значения показателя Херста группируются вблизи значений 0.72-0.73 [9].

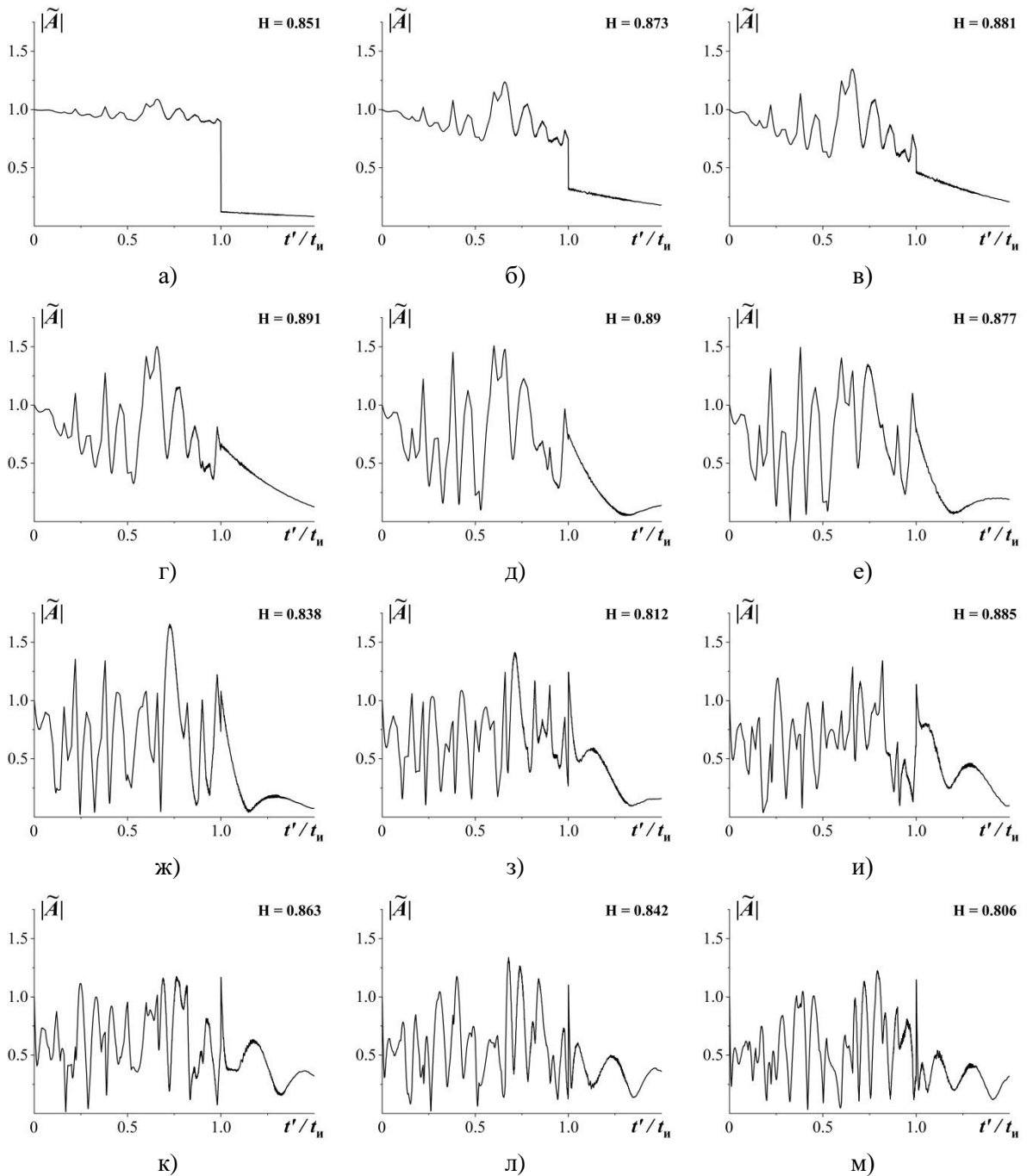


Рис.2. Огибающая искаженного импульса при $f_p = 380.1\text{ГГц}$; $\Delta\nu = 0.1\text{ГГц}$ и $\tau = 1(\text{а}), 3(\text{г}), 5(\text{в}), 10(\text{г}), 20(\text{д}), 30(\text{е}), 50(\text{ж}), 100(\text{з}), 150(\text{и}), 200(\text{к}), 300(\text{л}), 400(\text{м})$ (остальные параметры указаны в подписи к рис.1).

Гистограммы «высоты» огибающей и их аппроксимация

На рис. 3 приведена совокупность гистограмм распределения огибающей $|\tilde{A}|$. Они соответствуют огибающим, изображенным на рис. 2. Здесь и всюду далее ширины бинов одинаковы и равны $\Delta|\tilde{A}| = 0.1$ и их число $N = 20$.

Высота i -ого столбца гистограмм равна:

$$\hat{f}_{hi} = n_i / (Q(\Delta|\tilde{A}|)), \quad (7)$$

где n_i – число попаданий величины $|\tilde{A}|$ в занимаемый им i -ый интервал (включая его правую границу) и $Q=1001$ – число отсчетов (объем выборки) величины $|\tilde{A}|$ на временном отрезке $0 \leq \bar{t}' \leq 1$ с шагом 0.001. Суммарная площадь столбцов каждой гистограммы равна 1. В целом можно видеть, что увеличение длины трассы сопровождается выраженной изменчивостью вида соответствующей гистограммы.

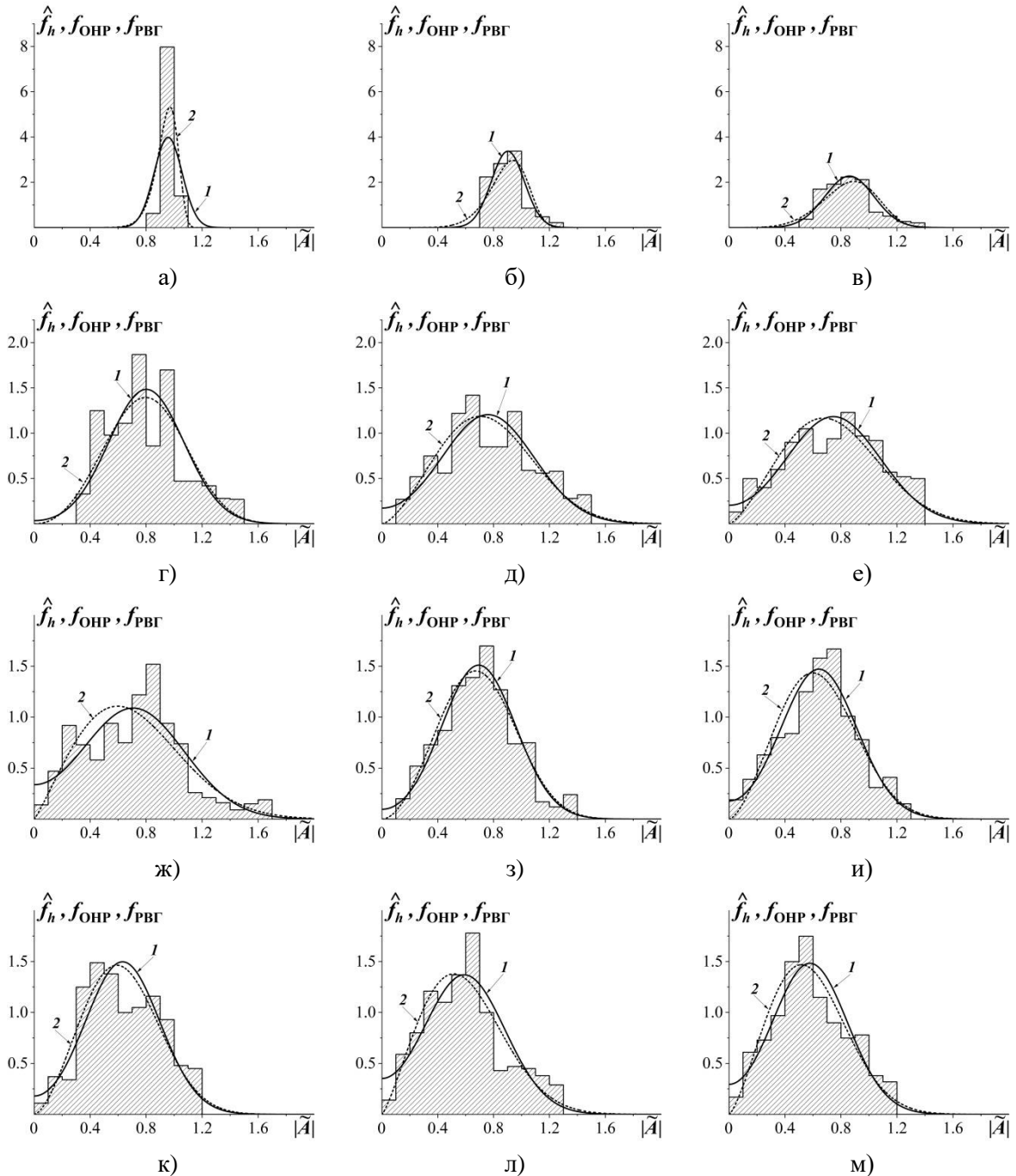


Рис.3. Гистограммы «высоты» огибающей искаженного импульса и ее приближение функциями плотности вероятности отраженного нормального распределения (кривые 1) и распределения Вейбулла-Гнеденко (кривые 2) для огибающих на рис.2.

В рамках рассматриваемой постановки задачи получаем, таким образом, что в приемном устройстве радиосистемы должна выполняться обработка смеси двух хаотических временных зависимостей, которыми являются шумоподобное внешнее поле и ее собственный (гауссовский) шум. Поэтому представляется необходимым возможное статистическое описание кривых $|\tilde{A}(\tau; t')|$. Поскольку они изображают модуль случайной величины, в качестве первого шага естественно рассмотреть их приближение отраженным нормальным распределением (далее - ОНР). Функция плотности распределения вероятности ОНР:

$$f_{\text{ОНР}}(|\tilde{A}|) = \frac{1}{a^* \sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{(|\tilde{A}| - m^*)^2}{2(a^*)^2}\right) + \exp\left(-\frac{(|\tilde{A}| + m^*)^2}{2(a^*)^2}\right) \right], \quad (8)$$

где m^* – параметр положения и a^* – параметр ожидания.

Альтернативным распределением положительно определенной величины может являться, на наш взгляд, распределение Вейбулла-Гнеденко (далее – РВГ), для функции плотности распределения вероятностей которого имеем:

$$f_{\text{РВГ}}(|\tilde{A}|) = \frac{c^*}{a^*} \left(\frac{|\tilde{A}|}{a^*}\right)^{c^*-1} \exp\left(-\left(\frac{|\tilde{A}|}{a^*}\right)^{c^*}\right), \quad (9)$$

(a^* – здесь параметр масштаба; c^* – параметр формы). Методики вычисления параметров ОНР и РВГ по данным выборок описаны в [10].

Кривые 1 и 2 на рис. 3 изображают рассчитанные соответственно по (8) и (9) функции плотности вероятности ОНР и РВГ применительно к тем же выборкам величины $|\tilde{A}|$, по которым построены гистограммы. Оба приближения удовлетворительно согласуются (по виду) с «экспериментальными» данными, если в качестве последних рассматривать данные вычислений по (5).

Количественно степень соответствия того или иного приближения аппроксимируемым им данным оценивают по различным критериям, за которые, в том числе [11], чаще выбирают хи-квадрат

$$\chi^2 = Q \sum_{i=1}^N \left(\frac{n_i}{Q} - \int_{|\tilde{A}_{i-1}|}^{|\tilde{A}_i|} f(|\tilde{A}|) d(|\tilde{A}|) \right)^2 / \int_{|\tilde{A}_{i-1}|}^{|\tilde{A}_i|} f(|\tilde{A}|) d(|\tilde{A}|), \quad (10)$$

или расстояние Кульбака-Лейблера

$$D_{\text{KL}} = \int_0^{\infty} \hat{f}_h(|\tilde{A}|) \ln \left(\frac{\hat{f}_h(|\tilde{A}|)}{f(|\tilde{A}|)} \right) d(|\tilde{A}|). \quad (11)$$

В (10) и (11) под $f(|\tilde{A}|)$ понимаются величины $f_{\text{ОНР}}(|\tilde{A}|)$ или $f_{\text{РВГ}}(|\tilde{A}|)$, под $\hat{f}_h(|\tilde{A}|)$ - совокупность отрезков, ограничивающих столбцы гистограмм сверху (с их правыми границами), и интегрирование в (10) выполняется в пределах i -ого бина. Величины χ^2 и D_{KL} , найденные по данным рис.3, приведены в таблице 1.

Можно видеть, что как величины χ^2 , так и величины D_{KL} при изменении оптической глубины заметно варьируют. Однако, на наш взгляд, для установления каких-либо выраженных тенденций в вариациях величин χ^2 и D_{KL} при изменениях оптической глубины трассы потребуются дополнительный анализ.

Таблица 1. Критерий согласия χ^2 и расстояние Кульбака-Лейблера D_{KL} .

Оптическая глубина τ	χ^2		D_{KL}	
	ОНР	РВГ	ОНР	РВГ
1	758.85	417.69	0.4298	0.2931
3	167.81	323.22	0.1251	0.2092
5	137.57	210.78	0.0820	0.1245
10	225.90	201.14	0.1258	0.1160
20	122.48	99.91	0.0771	0.0630
30	98.87	129.61	0.0615	0.0856
50	177.59	155.43	0.0802	0.0844
100	84.73	69.61	0.0484	0.0407
150	45.60	88.34	0.0311	0.0617
200	105.04	94.00	0.0643	0.0693
300	122.65	90.94	0.0679	0.0598
400	70.74	63.16	0.0440	0.0513

Заключение

Изложены результаты анализа процесса распространения прямоугольного радиоимпульса терагерцевого диапазона с хаотическим изменением несущей в земной атмосфере. Частотный интервал, которому принадлежит спектр импульса, содержит также сильную линию водяного пара с резонансной частотой 380.1 ГГц; вариации несущей во времени моделируются с привлечением тент-отображения. Показано, что с увеличением длины трассы временные зависимости огибающей импульсного сигнала, регистрируемого на приемном конце трассы, принимают шумоподобный вид с показателем Херста, близким к 0.8. Рассмотрены возможности статистического описания огибающей принимаемого излучения на основе отраженного нормального распределения и распределения Вейбулла-Гнеденко. С этой целью для гистограмм высот огибающих принимаемых импульсных сигналов, приближаемых указанными распределениями, вычислены величины критерия χ^2 и расстояния Кульбака-Лейблера.

Работа выполнена в рамках Госзадания ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН.

Литература

1. Вакс В.Л., Бирюков В.В., Кисиленко К.И., Панин А.Н., Приползин С.И., Раевский А.С., Щербаков В.В. Системы беспроводной связи терагерцевого частотного диапазона. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 12. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/dec18/4/text.pdf>
2. Губанов В.П., Ефремов А.М., Кошелев В.И., Ковальчук Б.М., Плиско В.В., Ростов В.В., Степченко А.С. Сухушин К.Н. Генерация и излучение сверхширокополосных наносекундных импульсов с мегавольтным эффективным потенциалом. // III Всероссийская Микроволновая конференция. (Москва, 2015 г.). Доклады. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 2015. С.4–7.
3. Васюта К.С., Малышев А.А., Зоц Ф.Ф. Анализ корреляционных свойств хаотических радиоимпульсов. // Системи обробки інформації. 2012, Т.2. В.3(101). С.22-25.
4. Жевакин С.А., Наумов А.П. Распространение сантиметровых, миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн в земной атмосфере. // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1967. Т.10. № 9-10. С.1213-1243.
5. Стрелков Г.М., Лепехин В.В. Распространение хаотического радиоимпульса терагерцевого диапазона в атмосферном окне прозрачности. // IV Международная

научно-практическая конференция Радиоинфоком-2019 (Москва, 2019). Сборник научных статей. М.:МИРЭА. 2019. С.197-204.

6. M. Hasler, Yu. L. Maistrenko. An Introduction to the Synchronization of Chaotic Systems: Coupled Skew Tent Maps // IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—I: FUNDAMENTAL THEORY AND APPLICATIONS. 1997. V.44. №10, P.856 – 866.

7. Seventline J.B., Rani D.E., Rajeswari K.R. Ternary Chaotic Pulse Compression Sequences. // Radioengineering. 2010. V.19. No.3. P.415 – 420.

8. Клионский Д.М., Гелленер В.В. Технология Гильберта-Хуанга и ее применение в цифровой обработке сигналов. СПб. Изд-во ЛЭТИ. 2019. 150 с.

9. Калуш Ю.А., Логинов В.М. Показатель Херста и его скрытые свойства. //Сибирский журнал индустриальной математики. 2002. Т.5. В.4. С.29-37.

10. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. СПб.:Наука. 2001. 295 с.

11. Абусев Р.А. // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. С78. Межвуз. сб. науч. тр. 2005. Пермь: Перм. ун-т. 2005. С.4 – 11.