

Аппроксимация вертикальных профилей индекса коэффициента преломления

А. Д. Кузнецов¹, О. С. Сероухова¹, Т. Е. Симакина¹, С.В. Крюкова¹, В.С. Никитина¹

¹*Российский государственный гидрометеорологический университет,
192007, г. Санкт-Петербург, Воронежская ул., 78
E-mail: kuznetsov1946@inbox.ru*

Выполнена аппроксимация вертикального профиля индекса коэффициента преломления воздуха в тропосфере. Представлены параметры экспоненциальной зависимости профилей индексов, построенных по данным аэрологического зондирования аэрологических станций Санкт-Петербурга, Москвы и Кирова. Выявлена сезонная и суточная изменчивость найденных параметров. Выполнена оценка точности восстановления профиля индекса коэффициента преломления.

Ключевые слова: индекс коэффициента преломления, вертикальный профиль, аппроксимация, экспоненциальная модель, рефракция

Approximation of vertical profiles of the refractive index

A. D. Kuznetsov¹, O. S. Seroukhova¹, T. E. Simakina¹, S.V. Kryukova¹, V.S. Nikitina¹

¹*Russian State Hydrometeorological University*

The vertical profile of the index of the refractive index of air in the troposphere is approximated. The parameters of the exponential dependence of the index profiles constructed according to the data of the aerological sounding of the aerological stations of St. Petersburg, Moscow and Kirov are presented. Seasonal and daily variability of the found parameters was revealed. The accuracy of reconstruction of the refractive index profile is estimated.

Keywords: the refractive index, vertical profile, approximation, exponential model, refraction

Введение

Как известно, радиорефракцией называется искривление траектории распространения электромагнитных волн в оптически неоднородной среде [1]. В данной работе это явление будет рассматриваться применительно к метеорологической радиолокации атмосферы, поэтому из всего спектра электромагнитного излучения будет рассматриваться только СВЧ-излучение: электромагнитное излучение в сантиметровом диапазоне длин волн (от 3 см до 10 см).

Явление радиорефракции связано с изменением коэффициента преломления n на трассе распространения в атмосфере радиолокационного луча от метеорологического радиолокатора и определяется профилем градиента коэффициента преломления [1]. Вследствие этого траектория радиолокационного луча в реальной атмосфере может иметь сложный характер. В свою очередь изменение, как коэффициента преломления, так и его градиента, связано с изменением на трассе распространения физических характеристик атмосферы: давления, температуры и влажности. Неоднородная и изменчивая структура атмосферы ограничивает точность радиолокационного определения параметров облачности метеорологическим радиолокатором. В частности, для расчета наклонной дальности до объекта в программное обеспечение радиолокационных систем необходимо внести информацию о радиометеорологических характеристиках атмосферы (текущую, а при ее отсутствии – климатическую). В связи

с этим радиометеорологическое моделирование тропосферы в зоне обзора метеорологических радиолокаторов является одной из важных задач повышения эффективности и достоверности зондирования облачности и обнаружения опасных атмосферных явлений. Моделирование подразумевает аппроксимацию вертикального профиля коэффициента преломления, на основе которого может быть учтена рефракция в тропосфере.

Цель настоящей работы - исследование радиоклиматического режима ЕТР. Для этого получены параметры экспоненциальной модели вертикального профиля индекса коэффициента преломления N в тропосфере над рассматриваемой территорией.

В зависимости от фактического распределения с высотой физических характеристик атмосферы фактическая траектория распространения приводит к появлению следующих видов рефракции (см. рис. 1):

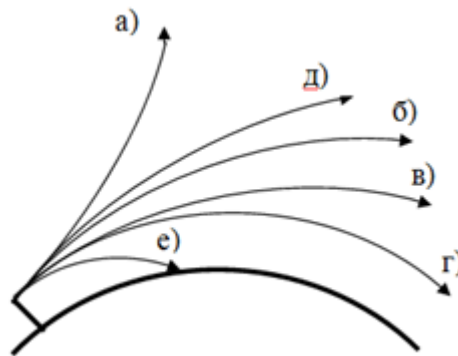


Рис. 1. Геометрия распространения электромагнитного излучения при реализации основных видов рефракции в тропосфере (во всех представленных случаях луч первоначально посылается при угле возвышения антенны, равным 0^0) [2].

Таблица 1. Значения буквенного кода на рис. 2 и характеристика рефракции при различных значениях среднего градиента индекса коэффициента преломления в тропосфере

Код типа рефракции	$[dN/dz] = \text{м}^{-1}$	Характеристика рефракции
а	$dN/dz > 0$	Отрицательная
д	$-4 \cdot 10^{-8} < dN/dz < 0$	Пониженная
б	$dN/dz = -4 \cdot 10^{-8}$	Нормальная
в	$-15.7 \cdot 10^{-8} < dN/dz < -4 \cdot 10^{-8}$	Повышенная
г	$dN/dz = -15.7 \cdot 10^{-8}$	Критическая
е	$dN/dz < -15.7 \cdot 10^{-8}$	Сверхрефракция

Коэффициент преломления n в тропосфере определяется с помощью полуэмпирической формулы [1, 2]

$$n = 1 + \left[\frac{78.5}{T} \left(p + \frac{4800 e}{T} \right) \right] 10^{-6} = 1 + N \cdot 10^{-6} \quad (1)$$

где p – атмосферное давление [гПа];
 T – температура [$^{\circ}\text{C}$];
 e – парциальное давление водяного пара [гПа];
 N – индекс коэффициента преломления.

Поскольку все входящие в формулу (1) величины зависят от высоты z , то и коэффициент преломления n является функцией высоты: $n = n(z)$.

Локальные изменения давления и парциального давления водяного пара, а также температурные инверсии приводят к колебаниям коэффициента преломления n в тропосфере в пределах $1,00026 \div 1,00046$ (соответственно для индекса коэффициента преломления N соответствующие вариации его значений составят $260 \div 460$). Выше 10 км полагают, что $n = const = 1,00011$ ($N = 110$) [2].

Если не известен вертикальный профиль парциального давления водяного пара e , то для расчета коэффициент преломления n в тропосфере можно воспользоваться следующей формулой

$$n = 1 + \left[\frac{78.5 p}{T} \left(1 + \frac{4800 q}{T (0.378 q + 622)} \right) \right] 10^{-6} = 1 + N \cdot 10^{-6}$$

где q - удельное содержание водяного пара [г / кг].

Из анализа данного соотношения следует, что для расчета профиля индекса коэффициента преломления необходима информация о высотных профилях метеорологических величин, которые можно получить при наличии данных аэрологического зондирования атмосферы. При отсутствии такой информации для задания вертикального профиля используется стандартная радиоатмосфера. В стандартной радиоатмосфере [1, 2] индекс коэффициента преломления изменяется с высотой по линейному закону и его вертикальный градиент [1/м] оказывается равным

$$\frac{dN}{dz} = -4 \cdot 10^{-8}$$

В этом случае траектория распространения радиолокационного луча будет выглядеть так, как это представлено на рис. 2.

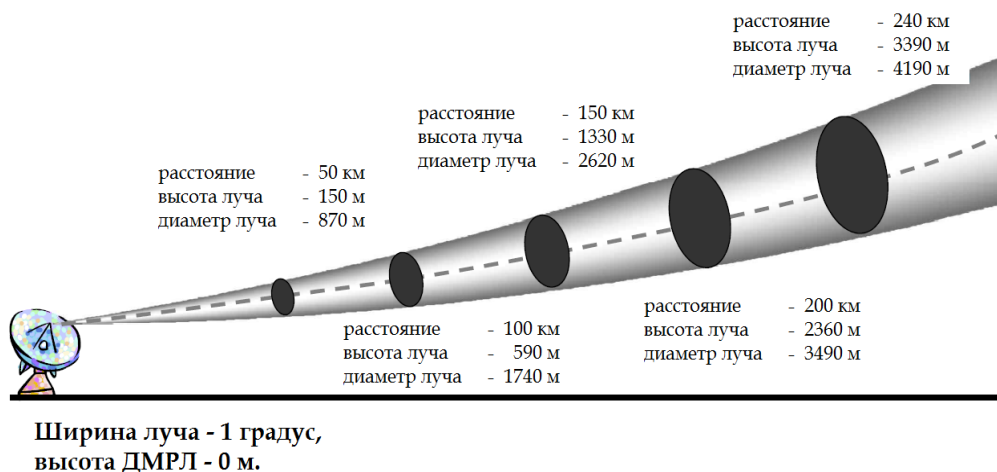


Рис. 2 Изменение траектории распространения и расширение радиолокационного луча с расстоянием от ДМРЛ (нормальная рефракция при «плоской» поверхности Земли) [3]

При отличных от стандартной радиоатмосферы вертикальных профилях в тропосфере закон изменения индекса коэффициента преломления с высотой можно аппроксимировать экспоненциальной или линейной зависимостями [2, 4]

$$N(z) = N_0 e^{-\alpha z} \quad (1)$$

и

$$N(z) = N_0 - \beta z$$

где N_0 – значение индекса преломления у поверхности Земли, α и β – коэффициенты, величина которых может быть определена с учетом фактического вертикального распределения метеорологических величин. В случае такой аппроксимации вертикального профиля индекса коэффициента преломления $N(z)$ его градиент dN/dz , определяющий траекторию распространения электромагнитных волн в тропосфере, будет определяться следующим соотношением

$$\frac{dN}{dz} = -N_0 \alpha e^{-\alpha z}$$

$$\frac{dN}{dz} = -\beta \quad (2)$$

Аппроксимация профиля индекса коэффициента преломления приведенными выше зависимостями предполагает задание значений индекса коэффициента преломления у поверхности земли N_0 и соответствующих коэффициентов. В дальнейшем мы остановимся на рассмотрении только экспоненциальной аппроксимации.

Расчет значения N_0 может быть произведен по приземным значениям p , T и f , где значение относительной влажности может быть переведено в парциальное давление водяного пара с использованием значения давления насыщения водяного пара, рассчитанного по формуле Магнуса [5].

Численные значения коэффициентов, входящие в формулу (1), в каждом конкретном случае будут зависеть от фактического вертикального распределения метеорологических величин. Если такое распределение неизвестно, то для использования указанной выше аппроксимации вертикальной изменчивости индекса коэффициента преломления необходимо оценить значения этих коэффициентов с учетом пространственно-временной изменчивости вертикальных профилей метеовеличин [6].

В качестве одного из подходов к решению этой задачи нами были выбраны три пункта аэрологического зондирования: Санкт-Петербург, Москва и Киров. С использованием имеющейся по этим пунктам аэрологической информации для двух сезонов была произведена оценка значений коэффициентов, входящих в формулу (1).

Алгоритм расчета коэффициентов по данным аэрологического зондирования заключался в следующем.

С использованием вертикальных профилей p , T и q производился расчет вертикального профиля индекса коэффициента преломления $N(z)$.

С использованием метода прямого перебора многократно рассчитывалась аппроксимация профиля $N(z)$ со значениями коэффициентов α_i и β_i , величина которых менялась от минимального значения до максимального с заданным шагом (для каждого коэффициента диапазон его изменений и шаг изменений задавался отдельно): α_{min} , α_{max} и $\Delta\alpha$; β_{min} , β_{max} и $\Delta\beta$

$$\alpha_i = \alpha_{min} + \Delta\alpha \times i, \quad i=1, 2, \dots, k$$

$$\beta_i = \beta_{min} + \Delta\beta \times i, \quad i=1, 2, \dots, k$$

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{k} \quad \Delta\beta = \frac{\beta_{\max} - \beta_{\min}}{k}$$

После проведения расчетов со всеми k значениями коэффициентов α_i рассчитывалось k значений невязок между фактическим профилем $N(z)$ и его экспоненциальной аппроксимацией

$$E_i = \sum_{j=1}^m [N(z_j) - N_0 \times \exp(-\alpha_i z_j)]^2, \quad i=1, 2, \dots, k; \quad j=1, 2, \dots, m \quad (3)$$

где m – число уровней, на которых заданы значения метеорологических величин;

$N_0 = N(z_1)$ – значение индекса коэффициента преломления, рассчитанного по значениям метеорологических величин у поверхности Земли.

Затем проводится анализ «поведения» невязок во всем диапазоне изменения коэффициента: $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$. Для этого построим график зависимости функций (3) от аргумента k в диапазоне $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$. Вообще говоря, здесь возможна реализация всего трех случаев (см. рис.3, модельные данные):

- на отрезке $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ значения функции E_i возрастают (не обязательно монотонно и не имеют минимума): рис. 3а;

- на отрезке $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ значения функции E_i убывают, не приближаясь к нулевому значению (не обязательно монотонно): рис. 3б;

- на отрезке $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ значения функции E_i имеют ярко выраженный минимум (один или несколько): рис. 3в.

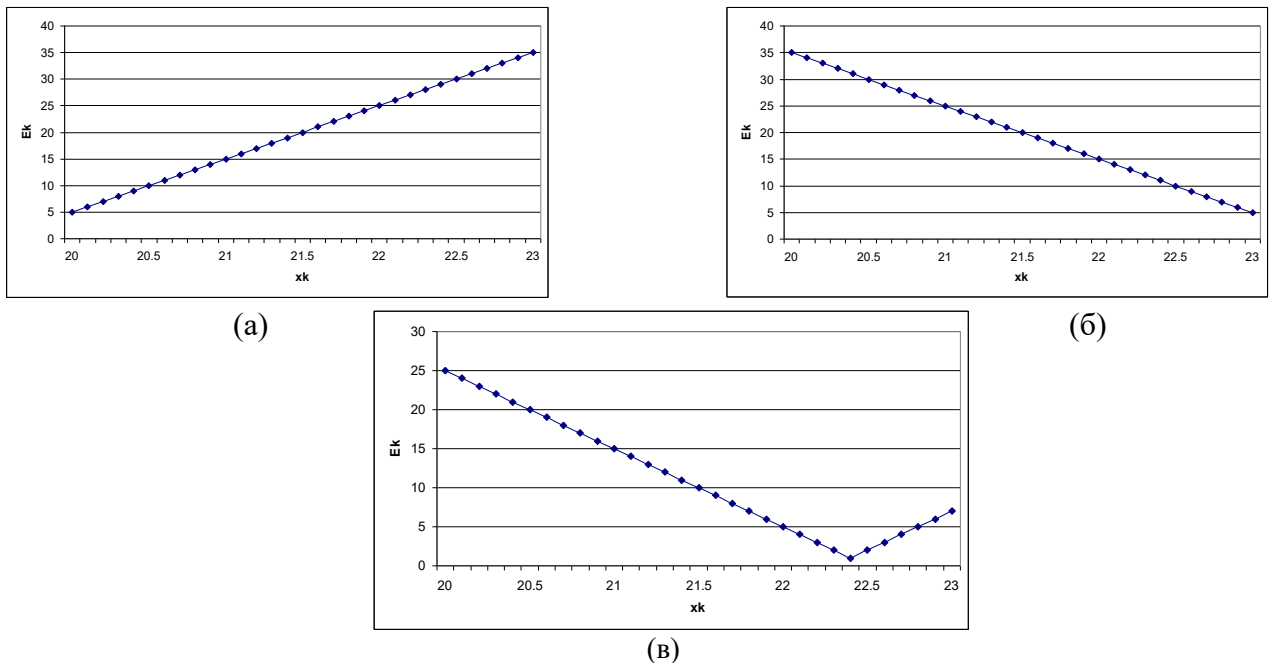


Рис. 3. Схематическое представление трех случаев «поведения» функции E_i на отрезке $[\alpha_{\min}=20, \alpha_{\max}=23]$ при $\Delta = 0.1, k = 30$

В первом случае (рис. 3а) для поиска решения необходимо повторить расчет, сдвинув диапазон влево (например, принять $\alpha_{\min}=18, \alpha_{\max}=20$).

Во втором случае необходимо повторить расчет, сдвинув диапазон вправо (например, принять $\alpha_{\min} = 23, \alpha_{\max} = 25$).

Подобные изменения границ диапазона необходимо повторять до тех пор, пока «поведение» функции E_i не будет соответствовать третьему случаю (рис. 3в).

Теперь вернемся к анализу рис. 3в. В этом примере минимальное значение функции E_k на отрезке $[\alpha_{min} = 20, \alpha_{max} = 23]$ равно единице ($E_i = 1$ при $k = 22.45$), тогда как минимальное значение этого параметра есть ноль. Следовательно, можно повысить точность аппроксимации, сузив диапазон изменения α и уменьшив шаг изменения аргумента $\Delta\alpha$.

Используемые данные и их обработка

В табл. 2 представлен пример исходных метеорологических данных (фрагмент, не регулярная сетка по высоте, общепринятые обозначения), а на рис. 4 - вертикальный профиль индекса коэффициента преломления $N(z)$ и его градиента. Для перехода от нерегулярной сетки по высоте, соответствующей данным аэрологического зондирования, к регулярной с шагом 100 м, использовался метод сплайн-интерполяции [7]. Результаты перехода к регулярной сетке представлены на рис. 5,6.

Таблица 2. Пример данных аэрологического зондирования атмосферы, использованный при проведении расчетов

	A	B	C	D	E	F
1	p [гПа]	z [м]	T [C]	dT [C]	f [%]	q [г/кг]
2	1021	78	-5.3	-6.7	90	2.28
3	1000	247	-6.5	-7.8	90	2.13
4	980	403	-7.8	-8.5	95	2.06
5	960	563	-9.1	-9.2	99	1.99
6	955	603	-8.9	-9	99	2.04
7	930	808	-7.7	-7.9	98	2.28
8	925	850	-7.7	-7.9	98	2.29
9	917	917	-8.3	-8.5	98	2.2
10	880	1235	-10.6	-13	82	1.6
11	865	1367	-11.5	-14.9	76	1.4
12	857	1438	-11.8	-15.9	72	1.3
13	850	1501	-12.1	-16.8	68	1.21
14	804	1928	-11.7	-22.7	40	0.77
15	794	2024	-12.5	-25.5	33	0.61

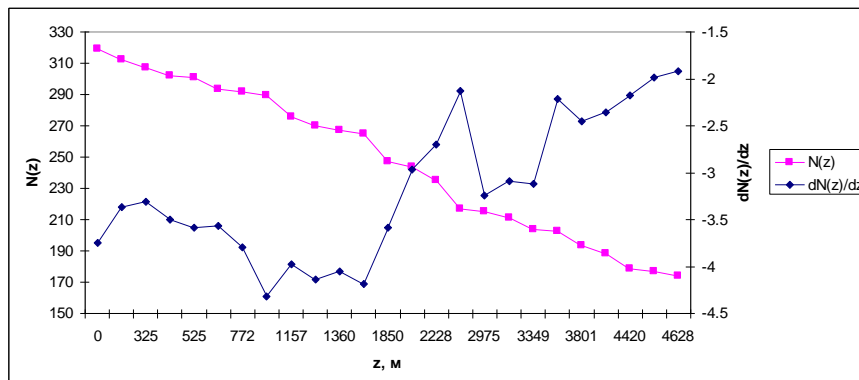


Рис. 4 Пример совместного представления вертикальных профилей индекса коэффициента преломления и его градиента (сетка по высоте соответствует данным аэрологического зондирования атмосферы)

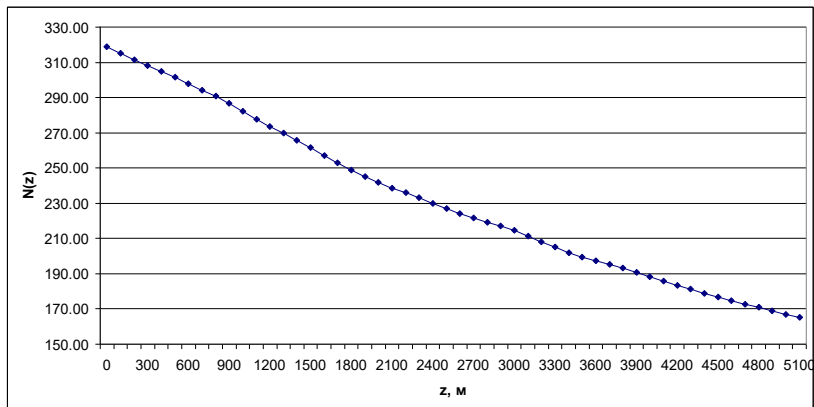


Рис. 5 Пример вертикального профиля индекса коэффициента преломления (регулярная сетка по высоте, $\Delta z = 100$ м)

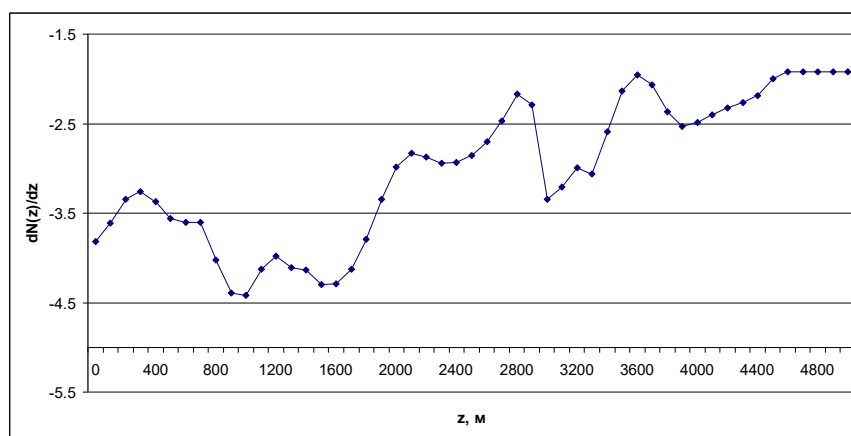


Рис. 6 Пример представления вертикального профиля градиента индекса коэффициента преломления (регулярная сетка по высоте, $\Delta z = 100$ м; средний градиент равен -3.08, что соответствует виду рефракции «пониженная», т.е. траектории «д» на рис. 1)

Результаты и их обсуждение

По описанной выше методике был выполнен подбор коэффициента α экспоненциальной модели. Пример изменения невязки в процессе подбора E_i , рассчитываемой по формуле (3), между фактическим профилем $N(z)$ и его экспоненциальной аппроксимацией, представлен на рис. 7. В данном примере экстремальное значение E_i соответствует оптимальному значению параметра α , равного 0.13.

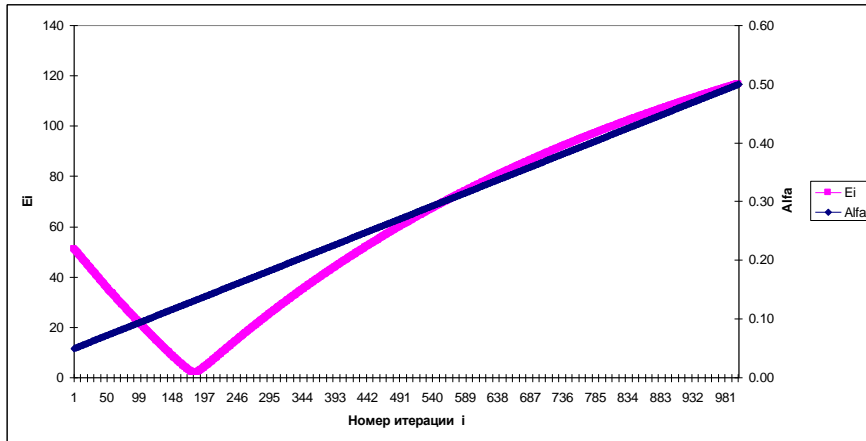


Рис. 7 Характер изменения невязки E_i в процессе изменения коэффициента α

Пример восстановления профиля индекса коэффициента преломления по экспоненциальной модели и профиль невязки данного восстановления представлены на рис. 8.

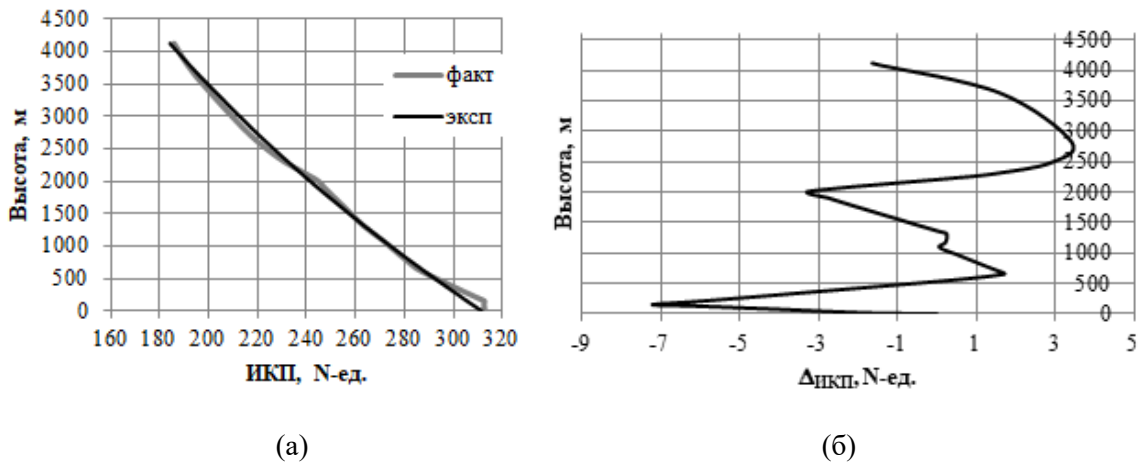


Рис. 8 Пример аппроксимации вертикального профиля ИКП (а) и распределение с высотой отклонения полученного профиля от фактических данных (б) на станции Киров

Среднемесячные среднеквадратические отклонения (СКО) найденного параметра α на трех станциях представлены на рис. 9. Значения СКО отражают точность подбора параметра α и колеблются в зависимости от сезона и времени суток в среднем в диапазоне 1,1 – 5,0 N -ед. При этом наименьшие значения невязок на всех трех станциях оказались в январе. В среднем для всех трех рассмотренных месяцев наименее точно удалось аппроксимировать вертикальный профиль индекса коэффициента преломления по данным аэрологической станции Москвы.

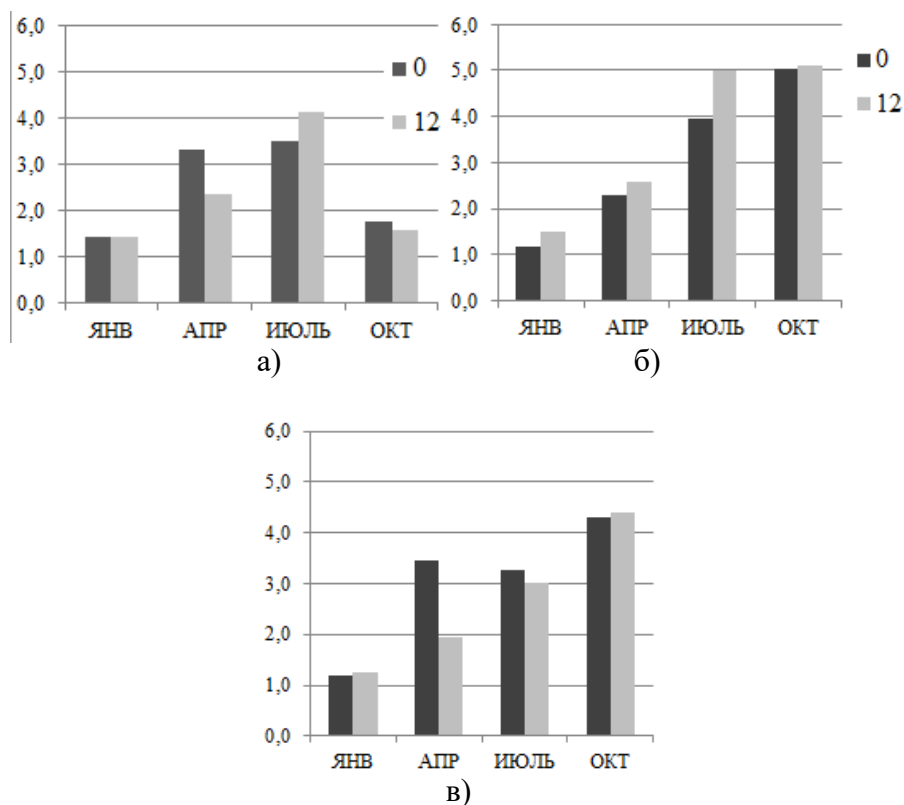


Рис. 9 Точность (СКО) подбора параметра α на станциях а) в Санкт-Петербурге, б) в Москве, в) в Кирове

По аналогии с работой [8] найдем обратную величину значению α - масштаб высоты. Расчеты показали, что значения масштаба высоты изменяются незначительно по пространству, более значительно – по времени – рис. 10. В годовом ходе максимум масштаба высоты смещен относительно приведенной в работе [8] даты к апрелю. В нашем случае для всех трех станций его значение находится в интервале 8,2-8,4 км. Минимум масштаба высоты так же, как и в работе [8], наблюдается в летний период – 7,1-7,6 км. Наибольшая амплитуда вариаций этого параметра на станции Санкт-Петербург, наименьшая – по данным станции Москвы.

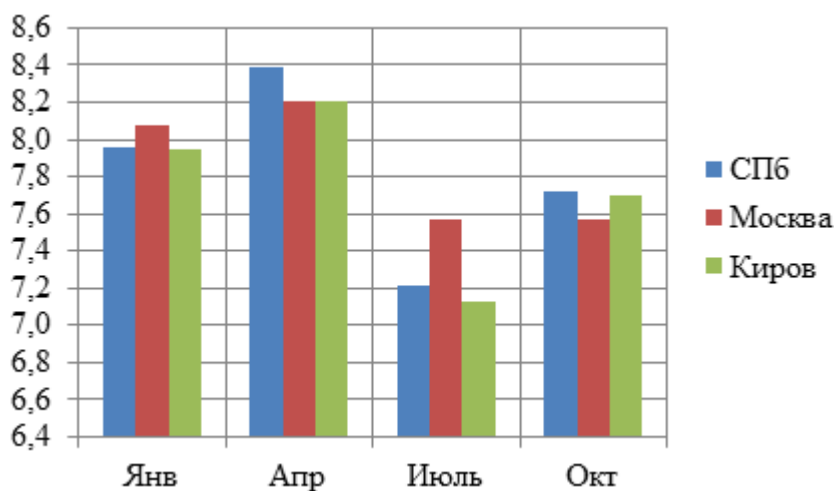


Рис. 10 Сезонные значения масштаба высоты на трех станциях

Значения другого параметра экспоненциальной модели - индекса коэффициента преломления у земной поверхности N_0 - для рассматриваемых станций заметно различаются как по сезонам, так и по времени суток – рис. 11. Затемненные столбцы на рис. 11 соответствуют ночным срокам зондирования, светлые – дневным. Заметно преимущество в значениях ночных N_0 . Ночные максимумы в Кирове и Санкт-Петербурге составляют 330 N -ед. На всех трех станциях дневные минимумы колеблются около 300 N -ед. Наибольшие значения N_0 наблюдаются в летний период (июль), минимальные значения – весной (апрель) днем.

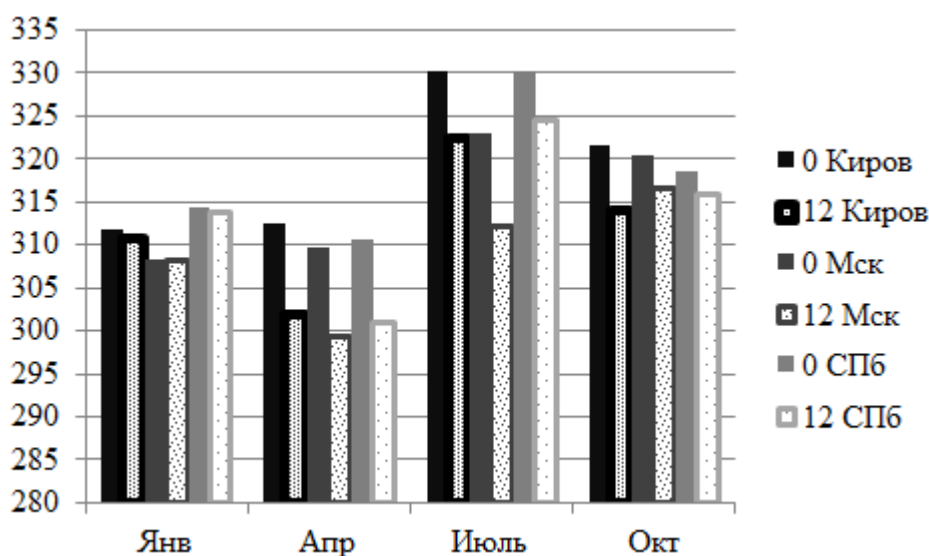


Рис. 11 Сезонные и суточные значения ИКП на нижнем уровне N_0 на трех станциях

В целом, также как в работе [8], наблюдается закономерность: чем выше значения N_0 , тем меньше параметр высоты, т.е. тем быстрее убывает ИКП с высотой – рис. 12.

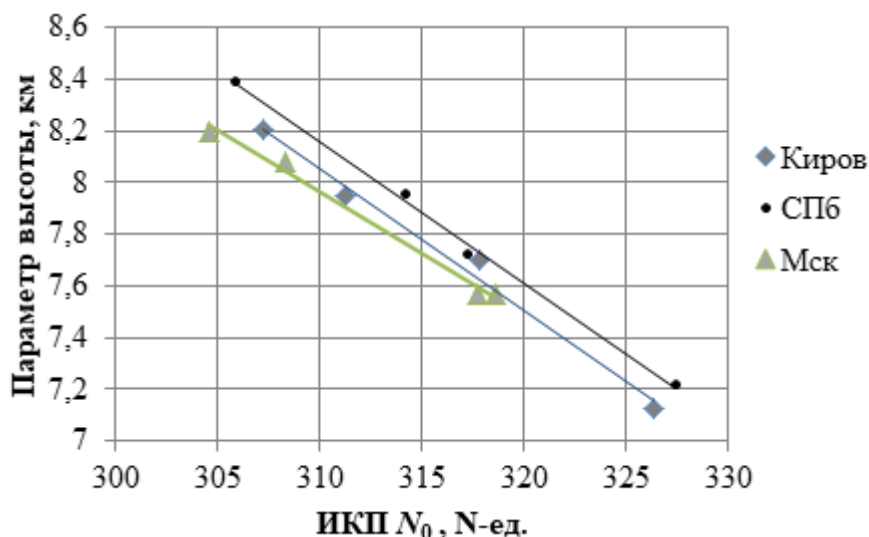


Рис. 12 Диаграмма «Значения индекса коэффициента преломления на нижнем уровне N_0 – параметр высоты» на трех станциях

Заключение

В работе приведена методика расчета профиля индекса коэффициента преломления и его градиента по данным аэрологического зондирования атмосферы. Показана высокая изменчивость профиля градиента индекса коэффициента преломления. Это делает целесообразным использование его вертикального осреднения на основе использования аппроксимационных моделей при определении траектории распространения радиолокационного импульса, оценке высоты цели и др. В качестве одной из таких аппроксимационных моделей в работе рассмотрена экспоненциальная модель. Для такой модели в работе приведена методика расчета параметров модели: коэффициентов N_0 и α . На основе архива данных аэрологического зондирования для Санкт-Петербурга, Москвы и Кирова оценена точность экспоненциальной аппроксимации, ее сезонная и суточная изменчивость.

На основе оценки средней погрешности восстановления вертикального профиля $N(z)$ в тропосфере над тремя станциями ЕТР показана целесообразность использования экспоненциальной модели для описания высотного профиля индекса коэффициента и его градиента.

Литература

1. Степаненко В.Д. Радиолокация в метеорологии - Л.: Гидрометеиздат, 1966. 351с.
2. Киселев В.Н., Кузнецов А.Д. Методы зондирования окружающей среды (атмосферы) - СПб, изд. РГГМУ, 2004. 429 с.
3. Временные методические указания по использованию информации доплеровского метеорологического радиолокатора ДМРЛ-С в синоптической практике. Вторая редакция // Москва 2017, 121 с.
4. Заболотный Н.С., Голдина В.Н. Использование математических моделей для определения показателя преломления атмосферы // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1987. № 2. С. 30–33.
5. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы - Л.: Гидрометеиздат, 1984. 751 с.
6. Константинов А.Р., Химин Н.М. Применение сплайнов и метода остаточных отклонений в гидрометеорологии - Л.: Гидрометеиздат, 1983. 184 с.
7. A. Kuznetsov, O. Seroukhova, T. Simakina and S. Kryukova (2021) The vertical profile of the refraction coefficient for microwave radiation in the troposphere and its variability. — Journal of Physics: Conference Series 1991 (2021) 012008, IOP Publishing, doi:10.1088/1742-6596/1991/1/012008
8. Кижнер Л.И., Мальцева Н.А.. Параметры вертикального профиля индекса преломления тропосферы над северной частью атлантического океана. // Вестник Томского государственного университета. 2012. С.175-180.