Коротин А.А.
Научный руководитель: ст.преподаватель Кутарова Е.И.
Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
E-mail: koraloff@mail.ru

Преобразования Фурье в электротехнике

Ряд Фурье – это представление какой-либо периодической функции в виде ряда, изучение и исследование которого в общем виде называется разложением элемента по ортогональному базису. Благодаря свойствам периодических функций и рассматриваемого преобразования, разложение функций в ряд Фурье представляет собой мощный инструментарий, используемый для решения разнообразных задач. Существуют различные способы преобразования Фурье. Например, численные, аналитические, и т.д. Любые колебательные процессы относятся к численному способу разложения. Используя этот математический приём, можно представлять любые колебательные процессы в виде ряда синусоидальных составляющих. Иными словами, преобразование Фурье можно считать функцией, которая описывает фазу и амплитуду различных синусоид, которые в свою очередь соответствуют определённой частоте.

Рассмотрим ряд Фурье по ортогональной системе. Пусть задана некая, непрерывная на отрезке [a,b], функция f(x) или функция, имеющая конечное число точек разрыва первого рода на данном отрезке. Тогда, рядом Фурье для такой функции по ортогональной системе $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x),\ldots,\varphi_n(x)$ называется ряд

$$a_1\varphi_1(x)+a_2\varphi_2(x)+\ldots+a_n\varphi_n(x)=\sum_{n=1}^{\infty} a_n\varphi_n(x).$$

Коэффициенты данного ряда определяются следующими равенствами

$$a_n = \frac{\int_a^b f(x)\varphi_n(x)dx}{\int_a^b [\varphi_n(x)]^2(x)dx}, n = 1,2,3,\ldots$$

Далее рассмотрим тригонометрические ряды Фурье. Запишем основную тригонометрическую систему функций:

$$\frac{1}{2}, \cos\frac{\pi x}{l}, \sin\frac{\pi x}{l}, \cos\frac{2\pi x}{l}, \sin\frac{2\pi x}{l}, \ldots \cos\frac{k\pi x}{l}, \sin\frac{k\pi x}{l}.$$

Следует заметить, что все функции данной системы являются периодическими с периодом T=2l. Если исследуемый ряд сходится на промежутке [-l,l], то он сходится на всей числовой оси, а сумма рассматриваемого ряда периодически повторяет те значения, которые она принимала на отрезке [-l,l]. Ряд Фурье такой периодической функции называется тригонометрическим рядом Фурье. Записывается такой ряд в виде суммы

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos\frac{k\pi x}{l} + b_k\sin\frac{k\pi x}{l}\right).$$

Теперь рассмотрим дискретное преобразование Фурье, которое нашло широкое применение в алгоритмах цифровой обработки сигналов и других сферах, связанных с анализом частот в дискретном сигнале. Любое дискретное преобразование Фурье должно иметь в качестве входа дискретную функцию.

Задаём сигнал определённой частоты, и высчитываем его от времени по заданной формуле:

$$S\text{цап}(j) = \frac{\mathrm{trunc}\left[\sin\left(2\pi\cdot\frac{1}{2^a}\cdot\mathrm{trunc}\left(\mathrm{mod}\left(K\cdot\frac{ft}{2^p}\cdot t_j + 0{,}1\right)\cdot\frac{1}{2^{-a}}\right)\right)\cdot(2^n-1)\right]}{(2^n-1)}.$$

Получаем график колебаний сигнала.

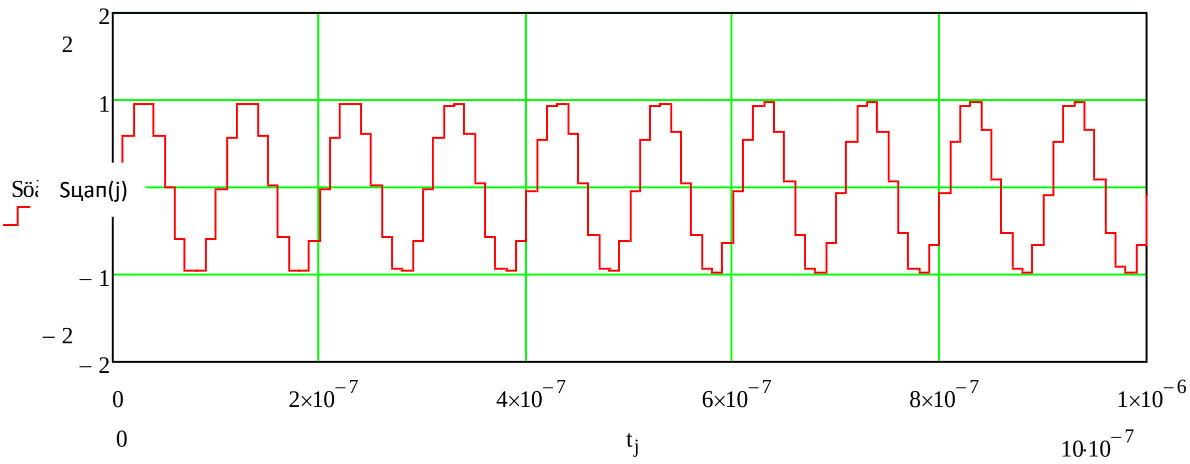

Рис.1. График колебаний сигнала

Далее воспользуемся дискретным преобразованием Фурье и разложим сигнал на спектр.

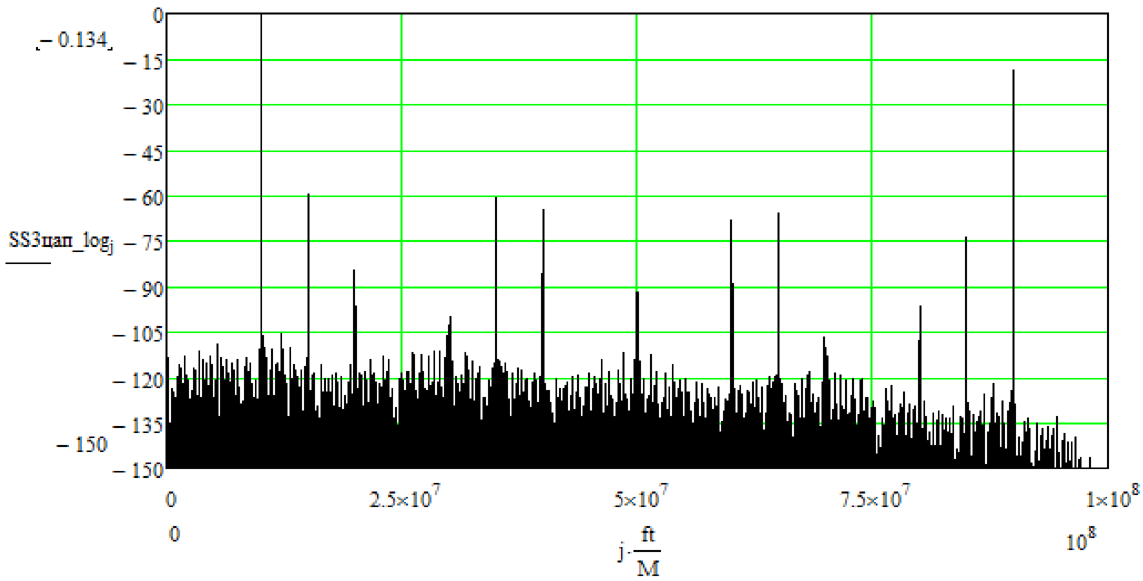

Рис.2. Спектр сигнала как дискретное преобразование Фурье

Получаем спектр сигнала как дискретное преобразование Фурье по формуле:

$$SS3цап = fft(Sцап(j)),$$

где fft – функция дискретного преобразования Фурье.

Литература

1. http://fb.ru/article/149166/ryadyi-fure-istoriya-i-vliyanie-matematicheskogo-mehanizma-na-razvitie-nauki
2. http://sibac.info/archive/technic/7(22).pdf