Секция «Физика и прикладная математика»

А.А. Авдеев
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент Е.Н.Мошнина
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: murommurom2015@yandex.ru

Расчет дисконтированной стоимости денежного потока

Дисконтирование является одной из наиболее значимых операций, когда дело касается стоимости будущих потоков денежных средств. Дисконтированная стоимость широко применяется при экономических и при финансовых расчетах и является инструментом сравнения стоимости денежных платежей в разные периоды времени. Эта характеристика позволяет определить инвестору, какое количество денежных средств нужно вложить в экономическую отрасль, с целью получения увеличенного дохода в будущем – оценить эффективность капиталовложений. Так как экономические процессы постоянно меняются, то при вложении денежных средств в отрасль в краткосрочный и долгосрочный период эти факторы изменения необходимо учитывать. В краткосрочном периоде, при стабильных экономических показателях, номинальная цена денежных средств будет иметь приблизительно равную ценность. В долгосрочном периоде ценность денежных средств может кардинально изменяться. Поэтому в экономических подходах дисконтирование является функцией многих факторов, например таких как: инфляция, будущая стоимость денег с учетом фактора времени и.т.д.

Существует множество способов нахождения дисконтированной стоимости денежного потока, как с экономических, так и с математических подходов. В данной работе мы рассмотрим один из методов, который называется нахождение стоимости денежного потока с помощью определенного интеграла.

Предположим, что для определенного момента времени t=1….n, величина денежного потока задается функцией R(t). Если мы обозначим процентную ставку за p, то стоимость каждой величины денежного потока (R(t)) мы найдем по формуле:

$$П = \sum_{t=1}^{n} R(t)(1+p)^{-t}$$

где, n-число периодов времени [1].

Для каждого момента времени задана функция изменения денежного потока I(t) – скорость изменения денежного потока. Тогда величина потока денежных средств за промежуток времени от t до t+dt равна I(t)dt. Для нахождения величины дисконтированной стоимости денежного потока (П) мы преобразуем формулу путем замены знака суммирования на знак интегрирования и получим:

$$П = \int_{0}^{T} I(t)e^{-pt}\,dt$$

Данная формула позволяет нам рассчитать дисконтированную стоимость денежного потока на примере из экономики. Предположим, что под производственную реализацию экономического субъекта задан непрерывный поток денежных средств со скоростью: $I(t) = -t^2 + 20t + 5$ миллионов рублей в год, в периоде 20 лет и при неизменной процентной ставке равной 5%. Тогда найдем дисконтированную стоимость такого денежного потока:

$$П = \int_{0}^{20} (-t^2 + 20t + 5)e^{-0,05}dt\,.$$

Произведем замену переменных $s = -0,05t, t = -20s, dt = -20ds$. Тогда получим

$$П = 20\int_{-1}^{0} (-400s^2 + -400s + 5)e^{s}ds$$

Для вычисления этого интеграла применим формулу интегрирования по частям. Предположим, что $u = -400s^2 - 400s + 5$ а $du = (-800s - 400)ds$, $dv = e^s ds$, а $v = e^s$.

Тогда $\varPi = 20\left(\left(-400s^2 - 400s + 5\right)e^s \Big|_{-1}^{0} + \int_{-1}^{0} e^s (800s + 400)ds\right)$

В первой части получившегося выражения подставим пределы интегрирования. К полученному интегралу мы применим еще раз формулу интегрирования по частям $u = 800s + 400, du = 800ds$.

$$\varPi = 20\left(5 - 5e^{-1} + (800s + 400)e^s \Big|_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} 800e^s ds\right) = 20(5 - 5e^{-1} + 400 + (800 - 400)e^{-1} - 800 +$$

$$+800e^{-1}) = 20(1195e^{-1} - 395) \approx 892$$

Исходя из решения задачи, мы получили дисконтированную стоимость денежного потока равную 892 миллиона рублей.

В представленной работе мы, рассмотрели метод расчета дисконтированной стоимости денежного потока с помощью определенного интеграла.

Литература

1. Красс М.С. Математика в экономике. Основы математики: Учебник. - М.: ИД ФБК-ПРЕСС, 2005. - 472 с.

К.Д. Алексеева
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент С.М. Павлова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: electron@mivlgu.ru

Влияние ультрафиолетовых лучей на человека

Ультрафиолетовое излучение – это такое электромагнитное излучение, невидимое человеческому глазу, занимающее диапазон между границей видимого и рентгеновского излучения. Впервые об ультрафиолете стало известно от индийского философа, жившего в 13 веке. Именно он описал место, которое содержало невидимые невооруженным взглядом, фиолетовые лучи. В конце 19 века, такие ученые как Александр Беккерель и Македонио Меллони, пришли к выводу, что свет состоит из трех компонентов: инфракрасного, ультрафиолетового компонента и видимого света . В 20 веке было впервые показано, как ультрафиолет положительно сказывается на здоровье человека. Ультрафиолетовое излучение изменяет белковый и углеводный обмен веществ в организме человека, а также повышает потребность в кислороде. Но действия этого излучения бывают не только положительными, но и отрицательными. Для организма человека вредное воздействие проявляет как нехватка ультрафиолетового излучения, так и его переизбыток. Воздействие на кожу больших доз лучей приводит к кожным заболеваниям. Например, дерматит. Повышенные дозы УФ-излучения воздействуют на центральную нервную систему. Так же, длительное действие ультрафиолета способствует возникновению различных ожогов кожи, развитию рака. Ультрафиолет ускоряет старение и появление морщин. Интенсивное излучение может привести к ожогу сетчатки глаза. Для защиты глаз от таких вредных воздействий используются специальные защитные очки. Многие контактные линзы так же обеспечивают защиту от УФ лучей. Недостаток УФ-лучей также опасен для человека. Наибольшее проявление "ультрафиолетовой недостаточности" – авитаминоз. Его проявления типичны для осенне-зимнего периода при значительном отсутствии естественной ультрафиолетовой радиации.

Благодаря созданию искусственных источников УФ излучения, специалистам, работающим в медицине, профилактических, санитарных и т. д., предоставляются большие возможности, чем при использовании естественного УФ излучения.

Мало кому известно, что ультрафиолетовое излучение используется при ловле насекомых на свет. Это связано с тем, что многие насекомые не видят того же, что и человек, но видят мягкий ультрафиолетовый свет.

Таким образом, УФ-излучение является очень важным природным фактором, обеспечивающим нормальную жизнедеятельность организма и соответствующий рост и развитие.

К.Д. Алексеева, М.П. Борунова,
Научный руководитель: старший преподаватель Е. И. Кутарова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: kutarovae@mail.ru

Вычисление производной методом половинного деления

Что же такое численное дифференцирование? Численное дифференцирование — совокупность методов вычисления значения производной дискретно заданной функции. Основными задачами являются вычисление производной на краях таблицы и в ее середине. Для равномерной сетки формулы численного дифференцирования «в начале таблицы» можно представить в общем виде следующим образом:

$$f_i^{/} = \frac{1}{bh}\sum_j a_j f_{i+j} + \Delta(f),$$

где $\Delta(f)$ — погрешность формулы. Здесь коэффициенты a_j и b зависят от степени n использовавшегося интерполяционного многочлена, то есть от необходимой точности (скорости сходимости к точному значению при уменьшении шага сетки) формулы [1]. Численное дифференцирование весьма чувствительно к погрешностям, вызванным неточностью исходных данных [2]. Существуют научные и инженерные задачи, которые описываются с помощью таких математических моделей, для которых невозможно найти точного решения, то есть выразить решение в виде формул. В таких случаях для решения подбираются различные методы приближенных вычислений. Приближенные методы решения задач предполагают вычисление некоторой последовательности приближений, значения которых в пределе приближаются к искомым решениям с заданной точностью.

Вычисление корня функции методом деления отрезка пополам

Часто в задачах необходимо решать уравнения вида $f(x) = 0$. Только для простейших уравнений (например, линейных и квадратных) удаётся найти формулу, выражающую искомую величину x через параметры. Чаще уравнения приходится решать приближенными (численными) методами. Существует два этапа численного решения уравнений:

1. Отделение корней (то есть определение интервала изменения переменной *x*, где расположен 1 корень).
2. Уточнение корней (то есть определение корней с заданной точностью).

Уточнить корни можно методом половинного деления. Суть метода построена на вычислении середины отрезка $\frac{a+b}{2}$ и выборе из отрезков *[a,b]* и *[c,b]* того, на котором $f(x)$ меняет знак и далее вычисление середины на нём и так далее, пока половина длины отрезка не будет меньше ε.

Была поставлена следующая задача:

1. Пользуясь безразностными формулами по 3 точкам, определить первые производные для заданной функции на интервале от 1 до 3 с шагом 0,2 и сравнить их значения с аналитическими.
2. Пользуясь безразностными формулами по 4 точкам, найти численные значения второй производной в этих точках, и сравнить полученные значения с аналитическими.

По формулам безразностного дифференцирования для производной первого и второго порядка найдем численные значения производной. Для сравнения результатов составим таблицу, в которую занесем полученные численные и аналитические значения производной. В результате определили, что все значения первой производной, вычисленные по трем точкам, полностью совпадают с аналитическими значениями; численное нахождение второй производной по четырем точкам дает такие же значения, что и аналитические.

Литература

1. Пирумов У.Г. Численные методы Учебное пособие – М. Изд-во МАИ, 1998. - 188 с ил.
2. Контрольные работы по математике и информатике./Сост. М.П. Булаев, И.С. Аверина. -Рязань, РГМУ, 2007. – 100 с.

И.М. Большаков
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент О.Г. Кокорева
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: fantastic333@mail.ru

Применение вероятностного моделирования в задачах точности механизмов

Современные машиностроение и приборостроение характеризуются непрерывным ростом требований к повышению точности изделий. Анализ качества, расчетное обоснование точности — одна из основных задач, возникающих при проектировании многих видов машин и приборов. Отклонения выходных координат механизма от заданного закона движения, характеризующие его точность, обусловлены, в частности, погрешностями изготовления, следствием которых являются первичные ошибки. К ним относятся неправильности расположения элементов кинематических пар в звеньях, отклонения форм этих элементов, погрешности размеров звеньев и т. п.

Особый интерес представляет исследование точности механизмов в условиях серийного изготовления по единому конструкторскому и технологическому проектам. При этом все одноименные первичные ошибки в партии механизмов становятся случайными функциями. Задача анализа сводится к определению вероятностных характеристик выходных координат механизма по заданной системе стохастических уравнений, описывающих его поведение, и по заданным вероятностным характеристикам входных случайных функций.

Методы линейной теории точности позволяют проводить анализ ошибок положения и перемещения механизмов с высшими кинематическими парам. Что же касается ошибок скорости и ускорения, то их исследование не может быть осуществлено на основе разработанных ранее методов, так как эти ошибки являются существенно нелинейными функциями первичных ошибок. Другой класс важных объектов исследования, для которых не представляется возможным применение фундаментальных формул линейной теории точности, объединяет в себе механизмы с уравнениями движения, заданными в неявном виде. Указанные обстоятельства определили одно из направлений дальнейшего развития теории точности, связанное, в частности, с разработкой общих методов исследования точности сложных кинематических цепей (без наложения каких-либо ограничений на вид кинематических пар, их звеньев или формы записи уравнений, описывающих движение последних). Необходимость создания новых методов диктуется задачами, возникающими в связи с исследованием точности механизмов на стадии их проектирования. При этом осуществляется применение двух теоретико-вероятностных методов как составной части математического аппарата исследования точности механизмов: метода статистических испытаний и метода теории графов — метода деревьев логических возможностей.

Для исследования любого реального объекта математическими методами в первую очередь должна быть построенасоответствующая математическая модель. Если состояние изучаемого объекта в заданный момент времени однозначно определяется его параметрами, входной информацией иначальными условиями, то модель оказывается детерминированной. Если же для изучения состоянияобъекта можно определить лишь распределения вероятностей при заданных распределениях вероятностей параметров объекта, входной информации и начальных условий, то в этом случае модель является вероятностной (стохастической). Характерной особенностью исследования точности механизмов является необходимость учета целого ряда случайных факторов. Это обстоятельство приводит к тому, что соответствующие математические модели являются, как правило, вероятностными. Рассматриваемые здесь методы вероятностного моделирования решения задач точности на ЭВМ, использующие алгоритмическое описание процессов, являются численными методами особого рода, имеющими свою специфику, отличающую их от обычных численных методов.

В качестве исходной информации при решении задач точности механизмов можно выделить следующие основные группы: информация, характеризующая закон движения механизма, т. е. вид функциональной зависимости координат ведомого звена механизма от его параметров и координат ведущих звеньев; информация, определяющая вероятностные характеристики случайных первичных ошибок: для случайной функции ее функционал распределения, а для случайной величины — ее функция распределения; осведомительная информация о постоянных параметрах механизма, включая их номинальные значения.

Сущность рассматриваемых ниже методов решения задач точности заключается в следующем. На основе всестороннего изучения исследуемого механизма строится его математическая модель, представляющая собой совокупность уравнений, позволяющих однозначно определить закон изменения выходных координат ведомого звена механизма с учетом произвольно выбранного возможного сочетания его первичных ошибок. Имитация случайных первичных ошибок выполняется или с помощью случайных (псевдослучайных) чисел, вырабатываемых в ЭВМ в соответствии с их законами распределения по ходу моделирования — при использовании метода статистических испытаний (метода СИ), или путем введения в память ЭВМ таблицы дискретных значений, принимаемых первичной ошибкой с соответствующими вероятностями — при использовании метода деревьев логических возможностей (метода ДЛВ).

Моделирующий алгоритм, построенный с использованием метода СИ или ДЛВ, позволяет получить любые вероятностные характеристики на выходе, предусмотренные программой исследования, в частности средние значения, средние квадратические отклонения, а также гистограммы распределений, характеризующие вид законов распределения искомых ошибок. Моделирующий алгоритм следует записывать в таком виде, который отражал бы з первую очередь особенности его структуры без второстепенных деталей и, кроме того, не зависел бы от типа используемой ЭВМ. Поэтому моделирующий алгоритм удобно представить в виде структурной схемы, содержащей последовательность операторов (блоков), каждый из которых реализует достаточно крупную группу элементарных операций. Такая форма представления алгоритма, хотя и не содержит развернутых схем счета отдельных промежуточных величин, тем не менее позволяет свободно ориентироваться в общей идее построения моделирующего алгоритма и достаточно полно отражает его логическую структуру.

Метод ДЛВ, основанный на использовании ряда теорем, касающихся свойств линейных графов, ранее успешно применялся при разработке и проверке приближенных формул для расчета точности фрикционных механизмов. Однако в линейной теории точности возможности применения метода ДЛВ ограничиваются только построением закона распределения ошибки положения (или перемещения), основанным на рассмотрении «лагранжева дерева», ветвям которого, инциндентным одной вершине, приписывается вполне определенная «масса» вероятности. Поэтому этот метод в связи с относительно большим объемом трудоемких вычислительных работ в течение многих лет не получал дальнейшего развития при решении задач в рамках линейной теории точности.

Для моделирования случайных процессов, связанных с применением метода СИ в задачах точности, необходимо осуществлять формирование случайных чисел, подчиняющихся соответствующим законам распределения. Результаты, получаемые методом СИ, носят случайный характер, и, следовательно, необходимо обеспечить их статистическую устойчивость, поэтому вопрос о числе реализаций приобретает первостепенное значение.

Литература

1. Кинематика, динамика и точность механизмов: Справочник / Под ред. Г. В. Крейнина. - М.: Машиностроение, 1984. - 224 с., ил. — (Основы проектирования машин).

М.В. Глотова
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент А.Ф. Ан
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: anaf1@yandex.ru

О физических основах и проблемах ветроэнергетики

В условиях роста энергопотребления, истощения невозобновляемых природных ресурсов, ухудшения экологической обстановки проблема эффективного использования нетрадиционных видов энергии приобретает особую актуальность. Доклад посвящен физическим основам ветроэнергетики, некоторым аспектам создания и применения ветроагрегатов различной мощности.

Энергетические возможности ветра порождены неравномерностью нагрева Солнцем поверхности Земли. Ветер постоянно стремится уравнять атмосферное давление между отдельными районами планеты. Возникающие при этом перемещения воздушных масс, являются мощным источником механической энергии, способной приводить в движение механизмы, генерировать электрический ток. По оценкам экспертов, ветроэнергетический потенциал Земли примерно в 30 раз превышает годовое потребление электричества во всем мире [1].

Одним из условий эффективной работы ветроэнергоустановки (ВЭУ) является постоянство скорости ветра (среднегодовая скорость должна быть не менее 6 м/с). Непостоянство скорости воздушного потока приводит к дополнительным потерям энергии, в результате чего коэффициент полезного действия ВЭУ составляет 25 % и менее.

Современные ВЭУ подразделяются на мощные (сотни тысяч киловатт) или сетевые и малые (5–10 кВт), автономные, работающие в паре с аккумулятором. Последние просты, малозатратны при монтаже, эксплуатации и ремонте, надежны и экологичны, могут обеспечить электроснабжение в регионах со средней скоростью всего 3–5 м/с. Как правило, автономная ВЭУ генерирует постоянный ток для заряда аккумуляторной батареи. Система содержит инвертор для преобразования постоянного тока в переменный с напряжением 230 В. В нашей стране мощность таких агрегатов достигает 0,5 кВт.

По сравнению с другими странами в России темпы развития и использования ветроэнергетики весьма умерены [2]: установленная мощность ВЭУ чуть более 10 МВт, доля выработки электроэнергии с помощью таких установок составляет около 0,01 % от общей выработки (для сравнения в Дании этот показатель 25 %). В то же время около 25 млн. чел. живут в отдаленных районах, не связанных с единой электроэнергетической системой. Развитие ветроэнергетики позволит обеспечить устойчивое электроснабжение населения, промышленных предприятий и объектов сельского хозяйства в районах крайнего Севера, некоторых территорий Сахалина, Камчатки, Дальнего Востока, Северного Кавказа.

В Австралии, Великобритании, Германии, Голландии, Дании, Индии, США и ряде других стран, развивающих экологически чистую энергетику, существуют программы государственной поддержки проектов создания и развития ветроэнергетики. Именно отсутствие четкой государственной политики в области развития альтернативных источников энергии является главной причиной сильного отставания России в области ветроэнергетики от развитых стран. В настоящее время общая мощность российских ветроэлектростанций не превышает 10 МВт, что более чем в 1000 раз меньше, чем в Германии.

Литература

1. Юдасин Л.С. Энергетика: проблемы и надежды. – М.: Просвещение, 1990. – 207 с.

2. Ветроэнергетика в России: проблемы и перспективы развития [Электронный ресурс]. ─ URL: http://www.energosovet.ru/bull_stat.php?idd=213

А.Е. Грошихин
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент А.Ф. Ан
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: anaf1@yandex.ru

О компьютерном контроле усвоения содержания курса физики

Рациональное использование современных инфокоммуникационных технологий позволяет развивать методическое обеспечение учебной дисциплины, физический практикум, интенсифицировать процесс обучения студентов, оптимизировать систему заочного и дистанционного обучения.

На кафедре физики и прикладной математики Муромского института ВлГУ информационные технологии используются по следующим основным направлениям: 1) создание электронных учебно-методических разработок; 2) компьютерный физический практикум; 3) создание электронного банка тестовых материалов по всем разделам курса общей физики; 4) разработка комплекса для самообучения и контроля знаний по физике на различных этапах обучения; 5) проведение Интернет-олимпиад по физике для студентов и школьников.

Диагностика степени усвоения учащимися содержания учебной дисциплины в форме тестирования широко применяется на различных этапах обучения, как в средних общеобразовательных школах, так и в вузах. Такая технология в сочетании с возможностями компьютерной техники позволяет повысить объективность оценки, активно использовать режим самообучения, мотивировать ученика и студента на устранение пробелов в знаниях.

Нами выполнена работа по созданию компьютерного приложения для тренинга, контроля и самоконтроля усвоения студентами дидактического материала по основным темам раздела «Физические основы колебательных и волновых процессов» курса общей физики.

Интерфейс программы, разработанной в среде программирования Visual C++, позволяет студенту в интерактивном режиме ввести ФИО, логин и пароль, пройти процедуру диагностики, получить информацию о количестве правильных ответов. Набор контрольных заданий каждому студенту формируется случайным образом. По окончании проверки информация об индивидуальных результатах заносится в базу данных и может быть использована преподавателем для определения рейтинга учащихся.

Приложение может применяться при самостоятельной подготовке студентов, допуске к физическому практикуму, защите отчетов по лабораторным работам, проведении межсессионного контроля. Оно может быть полезно старшеклассникам школ и лицеев, занимающихся в системе профильной довузовской подготовки по физике.

Е.Н. Еганова
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент О.И. Садыкова
Муромский филиал Московского государственного университета путей сообщения
Владимирская обл., г. Муром, ул. Филатова, д.3
E-mail: eganova91@mail.ru

Модели биологических систем, описываемые дифференциальным уравнением первого порядка

Одна из моделей биологических систем описывается системой первого порядка, которой соответствует одно дифференциальное уравнение первого порядка: $\frac{dx}{dt} = f(x,t)$

Если система автономная, то правая часть уравнений не зависит явно от времени и уравнение имеет вид: $\frac{dx}{dt} = f(x)$ (1)

Решения такого дифференциального уравнения либо уходят в бесконечность (чего не бывает в реальных системах), либо асимптотически приближаются к стационарному состоянию. Стационарное состояние (точка покоя, особая точка, состояние равновесия).

В стационарном состоянии значения переменных в системе не меняются со временем. На языке дифференциальных уравнений это означает: $\frac{dx}{dt} = 0$ (2)

Если левая часть уравнения равна нулю, то равна нулю и его правая часть: $f(x) = 0$ (3)

Реальные биологические системы испытывают многочисленные флуктуации, переменные при малых отклонениях возвращаются к своим стационарным значениям. Поэтому при построении модели важно знать, устойчивы ли стационарные состояния модели.

Устойчивое состояние равновесия можно определить так: если при достаточно малом отклонении от положения равновесия система никогда не уйдет далеко от особой точки, то особая точка будет устойчивым состоянием равновесия, что соответствует устойчивому режиму функционирования системы.

Строгое математическое определение устойчивости состояния равновесия уравнения $\frac{dx}{dt} = f(x)$ выглядит следующим образом:

Состояние равновесия устойчиво по Ляпунову, если задав сколь угодно малое положительное ξ, всегда можно найти такое δ, что $\left|x(t) - \bar{x}\right| < \xi$ для $t_0 \le t < +\infty$, если $\left|x(t_0 - \bar{x}\right| < \delta$. Другими словами: стационарное состояние называется устойчивым, если малые отклонения не выводят систему слишком далеко из окрестности этого состояния. Пример — шарик в ямке. Стационарное состояние называется асимптотически устойчивым, если малые отклонения от него со временем затухают. Пример — шарик в ямке в вязкой среде. Стационарное состояние называется неустойчивым, если малые отклонения со временем увеличиваются. Пример: шарик на горке.

Метод Ляпунова применим к широкому классу систем различной размерности, например точечным системам, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Пусть $\bar{x}$ — стационарное решение уравнения: $\frac{dx}{dt} = f(x)$ (4)

Пусть система, первоначально находившаяся в стационарном состоянии, отклонилась от него и перешла в близкую точку с координатой: $x = \bar{x} + \xi$, причем $\frac{\xi}{\bar{x}} << 1$. Перейдем в уравнении (4) от x к переменной ξ, т.е. новой переменной будет отклонение системы от стационарного состояния. Получим: $\frac{d(\bar{x}+\xi)}{dt} = \frac{dx}{dt} = f(\bar{x}+\xi)$. Учтем, что $\left.\frac{dx}{dt}\right|_{x=\bar{x}} = 0$ по определению стационарного состояния. Правую часть разложим в ряд Тейлора в точке $\bar{x}$:

$\frac{d\xi}{dt} = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})\xi + \frac{1}{2}f''(\bar{x})\xi^2 + \ldots$ или $\frac{d\xi}{dt} = a_1\xi + a_2\xi^2 + \ldots$, где $a_1 = f'(\bar{x}); a_2 = f''(\bar{x})$

Отбросим члены порядка 2 и выше. Останется линейное уравнение: $\frac{d\xi}{dt} = a_1\xi$ (5)

которое носит название линеаризованного уравнения или уравнения первого приближения. Интеграл этого уравнения для ξ(t) находится сразу: $\xi(t) = c \times \exp(\lambda t)$ (6)

где $\lambda = a_1 = f'(\bar{x})$, *c* — произвольная постоянная.

Итак, устойчивость стационарного состояния $\bar{x}$ уравнения (1) определяется знаком производной правой части в стационарной точке. Приведем пример модели роста колонии микроорганизмов, как модель системы, описываемой дифференциальным уравнением 1-го порядка. За время Δ *t* прирост численности равен: $\Delta x = R - S$, где R – число родившихся и *S* - число умерших особей за время Δ*t,* пропорциональных этому промежутку времени: $R(\Delta t, x) = R(x)\Delta t$, $S(\Delta t, x) = S(x)\Delta t$. В дискретной форме: $\Delta x = [R(x) - S(x)]\Delta t$

Разделив на Δ*t* и переходя к пределу при *t → 0*, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = R(x) - S(x)$$

В простейшем случае, когда рождаемость и смертность пропорциональны численности:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha * x - \beta * x\,,\ \alpha - \beta = r\,,\ \ \frac{dx}{dt} = r * x$$

Решив данное уравнение, переходя от логарифмов к значениям переменной *x* и определяя произвольную постоянную из начальных условий, получим экспоненциальную форму динамики роста. $x = x_0 * e^{rt}$, $x_0 = x(t=0)$ (7)

График функции (7) при положительных (размножение) и отрицательных (вымирание) значениях константы скорости роста представлен на рис. 1.

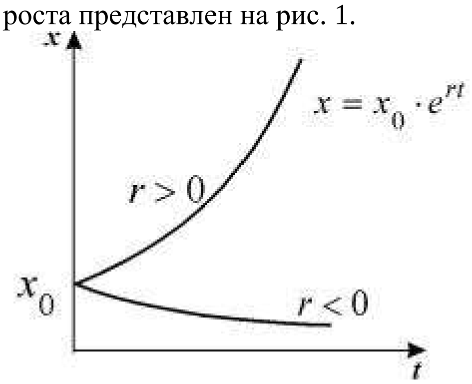


Рис 1. Экспоненциальная форма динамики роста численности колонии микроорганизмов

Вывод: В соответствии с экспоненциальным законом изолированная популяция развивалась бы в условиях неограниченных ресурсов. В природе такие условия практически не встречаются или встречаются крайне редко.

Литература

1. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяцийю – М: Наука, 1985.
2. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические модели биологических продукционных процессов. – М: Изд.МГУ. 1993.
3. Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. М: Наука, 1978.

Н.С.Касаткина
Научный руководитель: канд. социол. наук, доцент Т.Н.Попова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: fstp@mivlgu.ru

Построение математической модели социальных процессов

Основной целью выполненной работы является изучение скорости изменения функции в заданном интервале. Многие процессы, которые изучаются в естественных науках и социально-гуманитарных дисциплинах, характеризуются особенностями в скорости изменения каких-либо величин, участвующих в этих процессах. В работе рассмотрены примеры, в которых скорость изменения функции y, зависящей от величины x, пропорциональна величине y. Данная зависимость определяется равенством $\frac{dy}{dx} = k \cdot y$, где коэффициент пропорциональности. Исследуемый процесс описывается дифференциальным уравнением. Процесс моделирования (составление дифференциального уравнения по условию задачи) состоит в определении математической зависимости между переменными величинами x, y и их приращениями.

Данная зависимость применяется при изучении процессов возрастания денежных средств при начислении сложных процентов. Законы органического роста (изменение атмосферного давления, течение химических реакций и др.) также описываются указанным дифференциальным уравнением первого порядка.

Определим зависимость между количеством населения K и временем t, если задано, что в некоторый момент времени (примем его за начальный) количество населения было равно K_0, а через один год население увеличилось на p %. Для решения указанной задачи примем, что величина скорости прироста населения прямо пропорциональна количеству населения (коэффициент пропорциональности a). Скорость прироста населения есть скорость изменения количества населения как функции времени. Данную величину определим как первую производную от количества населения по времени, и на основании условия задачи можно составить следующее дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными $\frac{dK}{dt} = a \cdot K$. В составленном уравнении разделим переменные $\frac{dK}{K} = a \cdot dt$ и, проинтегрировав его, найдем общее решение уравнения $ln\, K = a \cdot t + C$ или $K = e^{at+C}$. Применяя свойства показательной функции, упростим выражение $K = C \cdot e^{at}$, где C – постоянная величина.

Прирост населения p % от первоначальной величины K_0 определим из соотношения $\frac{p \cdot K_0}{100}$, а значит количество населения через календарный год будет равно $K_0 + \frac{p \cdot K_0}{100}$. Подставляя в общее решение начальные условия ($K = K_0, t = 0$), найдем постоянную интегрирования $C = K_0$. Отсюда, решение заданного уравнения примет вид $K = K_0 \cdot e^{at}$.

В найденном равенстве имеется неизвестная величина e^a. Найдем коэффициент, используя входные параметры. Вычислим количество населения через год ($t = 1$) и получим окончательную зависимость между количеством населения и временем $K = K_0 \left(\frac{100 + p}{100} \right)^t$. Применяя полученную формулу, в работе вычислены (при принятых допущениях) количество населения в стране и отдельных населенных пунктах через определенные временные отрезки.

Полученное уравнение можно применять для определения количества мужского или женского населения, проживающего в определенной местности, или число жителей указанной возрастной группы.

Литература

1.Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа, 11-е изд. – СПб.: Лань, 2005. – 736 с.
2. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений инженерно-технических задач. – Минск: «Высшая школа», 1973. – 560 с.

А.А. Кокурина
Научный руководитель: старший преподаватель Н.Л. Перельмутер
Муромский филиал Московского государственного университета путей сообщения
Владимирская обл., г. Муром, ул. Филатова, д.3
E-mail: kokurina_anastasia@mail.ru

Применение системы компьютерной математики Maxima при изучении численных методов

Современные компьютеры открыли перед студентами, инженерами, научными сотрудниками самые широкие возможности. Интенсивно развивается новое направление компьютерной математики - комплексы программ, называемые системами компьютерной математики (СКМ).

Существенными обстоятельствами, препятствующими до недавнего времени широкому использованию СКМ в образовании, являлись высокая цена профессионального математического программного обеспечения и отсутствие локализаций свободных систем аналитических вычислений. После того, как в бесплатных системах компьютерной математики (Maxima, Axiom, Octave, Scilab) появилась поддержка русского языка, их популярность в высшей школе значительно возросла.

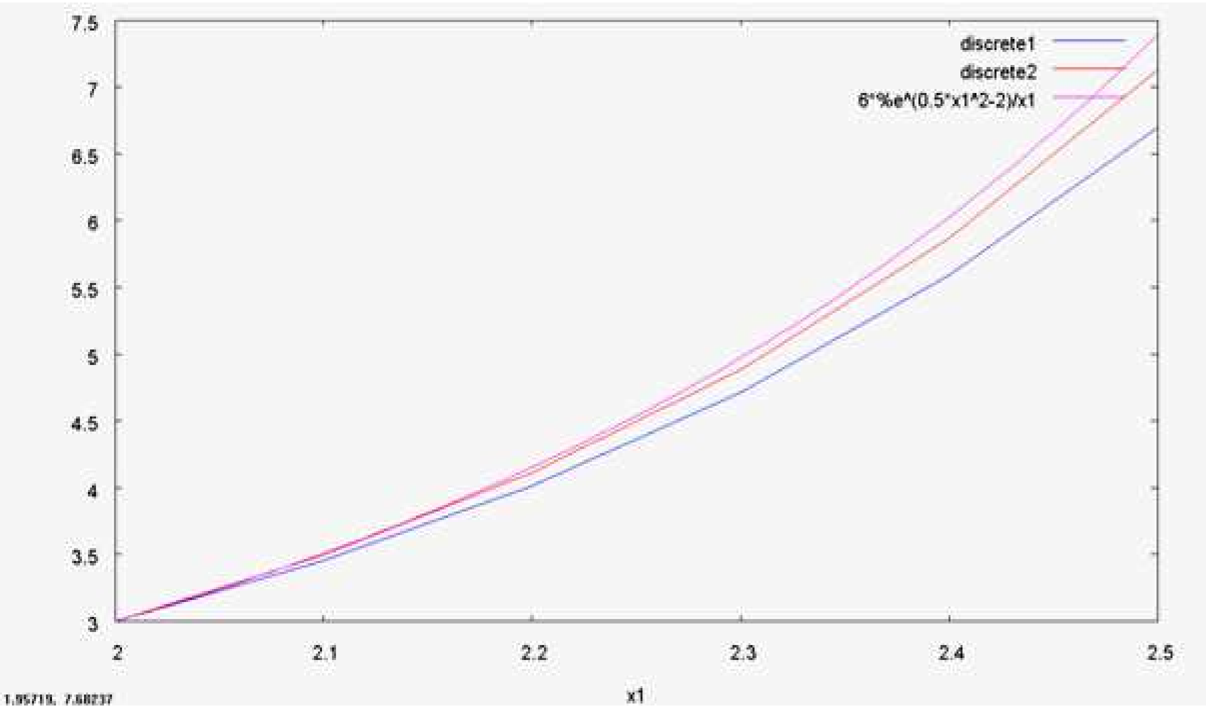
СКМ Maxima умеет преобразовывать выражения, в том числе и тригонометрические, находить пределы, производные, интегралы, решать алгебраические и дифференциальные уравнения, их системы, работать с матрицами и др. Все это делается аналитически, но численные вычисления тоже не забыты, причем с рядом очень приятных особенностей. Так, величина целых чисел не ограничена, а вычисления с плавающей точкой могут выполняться с любой заранее заданной точностью. Построение красивых графиков - неотъемлемая часть любой СКМ. Помимо основных математических возможностей, система аналитических вычислений имеет встроенный язык программирования. С помощью этого языка возможности системы можно расширять, и Maxima имеет большую библиотеку пакетов для решения специальных математических задач. Сама Maxima написана на языке LISP и поддерживает его команды. Освоив вычисления в Maxima, пользователь приобретает навыки программирования, очень близкие к тем, которые используются в универсальных языках программирования.

В Российской открытой академии транспорта и всех филиалах МИИТа при изучении дисциплины «Численные методы в инженерных расчетах» используется СКМ Maxima, что позволяет проводить обучение на трех уровнях. Первый, низкий уровень базируется на теоретическом усвоении численного метода, отработанного «ручным» расчетом на несложных задачах, и на решении гораздо более сложных задач средствами Maxima, входящих с стандартную библиотеку модулей пакета. Второй, средний уровень не исключает «ручного» расчета и предполагает возможность программной реализации алгоритма метода средствами программирования Maxima. Третий, высокий уровень заключается в создании собственных библиотечных модулей реализации численных методов.

Приведем пример реализации численных методов решения дифференциальных уравнений.

```
/* Найдем точное частное решение данного уравнения
(%i1) ode2('diff(y,x)=x*y-y/x, y, x);          (%o1) y=(%c*%e^(x^2/2))/x
(%i2) ic1(y=(%c*%e^(x^2/2))/x, x=2, y=3);      (%o2) y=(6*%e^(x^2/2-2))/x
/* Введем начало a и конец b заданного отрезка, шаг разбиения h
(%i3) a:2;b:2.5;h:0.1;   (%o3) 2        (%o4) 2.5        (%o5) 0.1
/* Найдем число точек разбиения
(%i6) n:(b-a)/h;         (%o6) 5.0        (%i7) n:5;        (%o7) 5
/* Найдем координаты x[i] точек разбиения отрезка
(%i8) x:makelist(a+i*h,i,0,n);           (%o8) [2,2.1,2.2,2.3,2.4,2.5]
/* Введем формулу для вычисления правой части дифференциального уравнения
(%i9) f(x,y):=x*y-y/x;   (%o9) f(x,y):=x*y-y/x
/* Зададим начальное условие           (%i10) y[1]:3;   (%o10) 3
```

/*Вычислим получаемые значения решения задачи Коши, соответствующие точкам разбиения x[i] по методу Эйлера
(%i11) for i:1thru n do(y[i+1]:y[i]+h*f(x[i],y[i])); (%o11) done (%i12) makelist(y[i],i,1,n+1);
(%o12) [3,3.45,4.010214285, 4.710178961, 5.588729732, 6.697161129]
/* Вычислим получаемые значения решений задачи Коши по модифицированному методу Эйлера, для этого вводим начальные условия
(%i13) y1[1]:3; (%o13) 3
(%i14) for i:1 thru n do (y1[i+1]:y1[i]+(h/2)*(f(x[i],y1[i])+f(x[i+1],y1[i])+h*f(x[i],y1[i])));
(%o14) done (%i15) makelist(y1[i],i,1,n+1); (%o15) [3,3.491071428, 4.107532680, 4.884927886, 5.870479787, 7.127251668]
/* Найдем точные значения решения уравнения в точках разбиения x[i]
(%i16) y(x)=(6*%e^(x^2/2-2))/x; (%o16) y([2,2.1,2.2,2.3,2.4,2.5])=[3,3.507214471, 4.150804242, 4.972140076, 6.027249266, 7.392520437]
/* Для сравнения построим графики полученных двумя методами приближенных решений уравнения и его точного решения в точках разбиения x[i]
(%i17) plot2d([[discrete,x,makelist(y[i],i,1,n+1)], [discrete,x,makelist(y1[i],i,1,n+1)],
6*(exp(0.5*x1*x1-2))/x1],[x1,2,2.5]);



Таким образом, при изучении дисциплины «Численные методы в инженерных расчетах» можно успешно применять СКМ Maxima, данный курс можно расширить разделами, программная реализация которых вызывает сложности; ликвидировать повторяемость численных методов в различных разделах курса. Применение СКМ Maxima при изучении численных методов можно рассматривать, как продолжение курсов математики и программирования.

Литература

1. Губина Т.Н., Андронова Е.В. Решение дифференциальных уравнений в системе компьютерной математики Maxima: учебное пособие. – Елец: ЕГУ им. И.А.Бунина, 2009. – 99с.
2. Ильина В.А., Силаев П.К. Система аналитических вычислений Maxima для физиков-теоретиков / МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и ФВЭ. – М.: 2007. – 112с.

Д.В. Кулиш
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, профессор И.В.Стерликова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г Муром, ул. Орловская , д.23
E-mail: Dima81-93@mail.ru

Приложение теории вероятности к распределению ставок в букмекерских конторах

Постановка задачи:
Дана таблица коэффициентов на исход событий футбольного матча
П1-событие победы первой команды
П2-событие победы второй команды
Х-события ничейного исхода

Дата:	Футбольные команды:	П1	П2	Х
19.08.09	Эльфсборг-фк Рига	1.25	9.20	4.80

Требуется рассчитать вероятности исходов событий в процентном соотношении для более удобного пользования игроком.

Расчет вероятности исходов выполним согласно [1]
вероятности исходов событий в процентном соотношении определяются по формуле:

$$P(U_I) = \frac{1}{коф.U_i} \; \%\,ВСТ$$

где %ВСТ - процент выплат по ставке определяется по формуле:

$$\%ВСТ = \frac{1}{ПРС} \; 100\%$$

где ПРС – профит события - число отражающие прибыль , получаемую букмекерской конторой со ставки в 1 условную единицу, определяется по формуле:

$$ПРС = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{коф.U_i}$$

где U_I - i-ый исход события

Если расчет сделан верно, то:

$$\sum_{i=1}^{i=n} P(U_I) = 100\%$$

Пользуясь выше изложенной методикой рассчитаем вероятности исходов событий в процентном соотношении для футбольного матча 19.08.09г.

$$ПРС = \frac{1}{1.25} + \frac{1}{9.20} + \frac{1}{4.80} = 1.12$$

$$\%ВСТ = \frac{1}{1.12} 100\% = 89.29\%$$

$$P(U_1) = P(П1) = \frac{1}{1.25} 89.29\% = 71.50\%$$

$$P(U_2) = P(П2) = \frac{1}{9.20} 89.29\% = 9.80\%$$

$$P(U_3) = P(Х) = \frac{1}{4.80} 89.29\% = 18.70\%$$

Проверка расчета:

Р(П1)+Р(П2)+Р(Х)=(71.5050+9.80+18.70) % = 100%
следовательно, расчет сделан верно.
Результаты расчета занесем в таблицу

Дата:	Футбольные команды:	П1	П2	Х
19.08.09	Эльфсборг-фк Рига	1.25	9.20	4.80
Вероятность исходов в %		71.50%	9.80%	18.70%

Литература

1. Марьин О.П. Математическая энциклопедия ставок на спорт . Москва 2007г . версия 1.1
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман – 12изд. Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2012 г - 479 с.

Е. А. Макарова
Научный руководитель: ассистент А.С. Платонова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: makarova731@rambler.ru

Теория нечетких множеств и нечеткой логики и области ее применения

С развитием мирового научного знания, современных технологий, закономерно было появление новой важнейшей задачи – задачи построения модели, основанной на интеллектуальной деятельности человека, и предназначенной для использования ее в компьютерных системах. Начало данной модели положил американский математик и логик, профессор Калифорнийского университета Лотфи Заде. Все началось в 1965 году, когда им была опубликована работа «Fuzzy Sets» в журнале «Information and Control». В ней Заде расширил понятие классического множества, предположив, что функция может принимать не только значение 0 или 1, а любое значение на этом интервале. Данные множества он назвал нечеткими (fuzzy). Позднее Л.Заде создал аппарат для описания процессов интеллектуальной деятельности, включая нечеткость и неопределенность выражений, тем самым заложив прочный фундамент новой теории, теории нечетких множеств и нечеткой логики. Как результат, кроме собственно развития научной теории, это появление предпосылок для практического внедрения методов нечеткого управления по очень и очень многим направлениям.

В настоящее время перед человеком стоит множество совершенно разных задач, которые могут быть решены с использованием методов, базирующихся на теории нечетких множеств. Одной из наиболее активных и результативных направлений прикладных исследований в области управления и принятия решения является нечеткое моделирование. Оно особенно необходимо, когда при описании процессов или технических систем присутствует неопределенность. С каждым годом областей применения нечетких методов становится все больше, сейчас они применяются в проектировании промышленных роботов и бытовых электроприборов, управлении различными видами транспорта, технической и медицинской диагностике. Лидером в практическом применении теории нечетких множеств была и остается Япония. Именно для японцев нечеткая логика стала родной и как нельзя лучше вписалась в их научную деятельность и инновационное производство. В настоящее время там запатентовано более 4 тысяч устройств, использующих алгоритмы управления на основе нечеткой логики [1].

Ошеломительный успех использования «fuzzy sets» при создании тех или иных продуктов гарантируется простотой и дешевизной при соблюдении заданного уровня качества. Несмотря на некоторые недостатки применения нечеткой логики, например, отсутствие стандартной методики конструирования нечетких систем, необходимость новых архитектур компьютеров для нечетких вычислений и инструментальных средств разработки, очевидно превосходство новой мощной технологии над традиционным математическим аппаратом. Вот некоторые примеры использования нечеткой логики: автоматическое управление воротами плотины на гидроэлектростанциях, управление роботами, распознавание движения, образов, текстов, символов и голосов, прогнозирование землетрясений, диагностика рака, инновационное управление пылесосом и стиральной машиной и многое, многое другое [2].

Литература

1. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. - М.: Горячая линия - Телеком, 2007. - 288 с., ил.
2. Bauer P., Nouak S., Winkler R. Введение в нечеткую логику и системы нечеткого управления [Электронный ресурс]: Искусственный интеллект [Сайт]. URL: http://www.gotai.net/documents/doc-l-fl-001.aspx#applets.

Н.В. Михеев
Научный руководитель: старший преподаватель Е.И. Кутарова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: kutarovae@mail.ru

Метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений

Данный метод служит для решения дифференциальных уравнений и их систем. Метод был разработан в 1900 году немецкими математиками К.Рунге и М.В. Куттой.

В зависимости от того какой точности необходимо получить результат, используя этот метод, различают:

1) схемы второго порядка или метод Эйлера,

2) схемы третьего порядка (особого распространения не получили),

3)схемы четвёртого порядка (больше всех распространены и используются).

Для повышенной точности используют системы пятого и четвёртого порядка, проблема использования схем высокого порядка заключается в том, что возникают большие вычислительные трудности.

Основу метода составляет решение схем четвёртого порядка так как она дают высокую точность решения и не вызывает больших трудностей в решении [1].

Рассмотрим пример решения дифференциального уравнения таким методом: дано дифференциальное уравнение первого порядка и заданы начальные условия

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0 .$$

Тогда приближенное значение в последующих точках вычисляется по итерационной формуле:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right).$$

Вычисление нового значения проходит в четыре стадии:

$$k_1 = hf(x_n, y_n),$$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1\right),$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2\right),$$

$$k_4 = hf\left(x_n + h, y_n + k_3\right),$$

где h - величина шага сетки по x.

В результате вычислений и сравнения результатов с аналитическими значениями получили расхождение между точным и приближенным значениями, которое увеличивается с каждым шагом вычислений. Это объясняется тем, что полученное приближенное значение округляется на каждом шаге, а в качестве основы вычисления принимается значение, полученное на предыдущем шаге, то есть приближенное значение. Таким образом, происходит накопление ошибки [2].

Метод Рунге-Кутты хорош в том, что не надо искать производную от функции, а требует вычисления её самой, то есть метод полностью исключает нахождения производных и решив обычную алгебраическую задачу можно получить ответ с высокой точностью. Похожим является метод Эйлера, который осуществляется таким же способом, но только если ограничивается двумя первыми слагаемыми и поэтому он не даёт таких точных результатов, нежели метод Рунге-Кутты.

Литература

1. Высшая математика. Специальные главы : Пособие для студентов вузов / П. И. Чинаев, Н. А. Минин, А. Ю. Перевозников, А. А. Черенков. Под ред. П. И. Чинаева.- 2-е изд.- Киев : Вища школа. Головное изд-во, 1981.-368 с.
2. Контрольные работы по математике и информатике./Сост. М.П. Булаев, И.С. Аверина. - Рязань, РГМУ, 2007. – 100 с.

С.О. Потопнин, Р В. Овчинников
Научный руководитель: старший преподаватель Е. И. Кутарова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: kutarovae@mail.ru

Метод Рунге-Ромберга-Ричардсона повышение порядков точности

Численное интегрирование заключается в вычислении определенного интеграла по ряду значений подынтегральной функции. При вычислении определенного интеграла на сетке с большим количеством узлов получается более точный результат, но эти формулы с огромным количеством операций. Метод Рунге-Ромберга-Ричардсона позволяет получить более точный результат без увеличения числа операций.

Пусть для вычисления величины $f(x)$ имеется некоторая формула $\varphi(x,h)$, дающая возможность приближенного расчета величины $f(x)$ на равномерной сетке с шагом *h*. Величину остаточного члена можно представить в виде формулы:

$$f(x) - \varphi(x,h) = \psi(x) \cdot h^p + O\left(h^{p+1}\right),$$

где *p* - порядок точности расчетной формулы, $(x) \cdot h^p$ - главный член погрешности. Например, для формулы прямоугольников и трапеций p = 2, для формулы парабол *p=4*.

Проведя расчет на другой сетке с шагом *rh*, и получив другое приближенное значение $\varphi(x,rh)$ величины $f(x)$, будем иметь

$$f(x) - \varphi(x,rh) = \psi(x) \cdot rh^p + O\left(rh^{p+1}\right)$$

Вычитая из этих формул, получаем:

$$f(x) = \frac{\varphi(x,h) - \varphi(x,rh)}{r^p - 1} + O(h^{p+1}).$$

Следовательно, пользуясь расчетом на сетке с шагом *rh*, удается оценить главный член погрешности расчета на первой сетке. Если же подставить найденную погрешность в предыдущую формулу, то получим результат с более высокой точностью:

$$f(x) = \frac{\varphi(x,h) - \varphi(x,rh)}{r^p - 1} + O(h^{p+1}) + \varphi(x,h).$$

В качестве примера рассмотрим полученные формулы численного интегрирования, имеющие более высокий порядок точности. Найдем приближенное значение определенного интеграла по формуле трапеций с шагом 2*h*, а затем на сетке с шагом *h*. разбив отрезок интегрирования на восемь частей.

Сравним результаты вычислений. Уточнение расчета формулы трапеций с использованием последнего выражения привело к формуле парабол, имеющей более высокий (четвертый) порядок точности [1].

Литература

1. Пирумов У. Г. Численные методы Учебное пособие – М. Изд-во МАИ, 1998. - 188 с ил. ISBN 5-7035-190-4

А.Д. Розенштейн
Научный руководитель: канд. социол. наук, доцент Т.Н.Попова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: fstp@mivlgu.ru

Применение определенного интеграла в экономических расчетах

Цель работы – изучение основных свойств и применения определенного интеграла. В большинстве прикладных задач необходимо не только найти первообразную, но и определить общую величину изменения функции от одного значения параметра до другого, т.е. вычислить определенный интеграл. В данном докладе подробно рассматривается применение определенного интеграла в экономических расчетах.

Рассмотрим кривую спроса некоторого товара, заданную как функция $P = f(q)$, где P - цена товара, q - количество товара. На кривой спроса имеется точка с координатами (q_0, P_0) – точка равновесия. Данная точка находится как точка пересечения кривой спроса и кривой предложения. Товар выбрасывается на рынок небольшими партиями, чтобы поддержать цену на товар выше равновесной. После первой партии товара его количество на рынке будет $q_1 = \Delta q,$ а соответствующая цена $P_1 = f(q_1)$. Затраты потребителей на эту партию товара составят $P_1 \cdot \Delta q$. Пусть на рынок выбрасывается вторая партия товара, также равная $\Delta q,$ однако общее количество товара, попавшее на рынок, будет $q_2 = q_1 + \Delta q = 2\Delta q.$ Соответствующая цена находится из кривой спроса $P_2 = f(q_2)$. Считаем, что вторая партия Δq будет реализована по цене P_2, а затраты потребителей составят $P_2 \cdot \Delta q.$ Общие затраты на все количество товара составят $P_1 \cdot \Delta q + P_2 \cdot \Delta q + ... + P_n \cdot \Delta q = f(q_1) \cdot \Delta q + f(q_2) \cdot \Delta q + ... + f(q_n) \cdot \Delta q.$ Общие затраты равны сумме площадей прямоугольников, что приближенно равно определенному интегралу $\int_0^{q_0} f(q)dq.$ Если число n будет большим, а величина Δq сколь угодно малой, то приближенное равенство станет точным.

В финансовой сфере часто решается задача нахождения величины денежного вклада S через промежуток времени t с известной процентной ставкой. С помощью определенного интеграла в представленной работе решена обратная задача: найти величину регулярных платежей P клиента банка применительно к непрерывным процентам r. В результате расчетов получена формула $P = \int_0^N Se^{-rt/100}dt.$ В этом случае размер платежей зависит от времени (функция от параметра t). В представленной работе также разобраны задачи определения излишков потребителя (разность между возможными затратами потребителей и реальными затратами в условиях рынка) и добавочной выгоды производителя или продавца товара. Также с применением первообразной решена задача нахождения капитала (основных фондов) по известным чистым инвестициям.

Литература

1. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 208 с. – (Серия «Высшее образование»).
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 1 часть. – 2-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2002. – 256 с.

М.Е. Теняева
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент Е.Н.Мошнина
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23

Применение различных видов аппроксимации для анализа экономических процессов

В настоящее время аналитика экономических процессов строится на интенсивном использовании вычислительной математики, статистических алгоритмов, математического программирования. Применение этих областей наук позволяет более точно получить общее представление тех или иных экономических показателей, проанализировать динамику, а также правильно и наиболее достоверно смоделировать прогноз их развития.

Необходимость использования различных нелинейных функций проявляется в выявлении закономерностей и тенденции развития различных экономических показателей динамических величин. В отдельных отраслях экономики следует использовать разные виды функций. Экономические показатели, имеющие сезонный фактор, исследуют через функции, имеющие максимальную или минимальную точки, динамические процессы с насыщением развития – через ограниченно возрастающие функции выпуклые вверх, что важно для точной аппроксимации данных и достоверного трендового анализа.

К примеру, рассматривая динамику внешнеторгового оборота России, в частности импорта, либо розничного товарооборота, оборота продовольственных продуктов, выявляется, что для наиболее точного трендового анализа необходима именно логарифмическая кривая $y = \ln(x+1)$. Так как процесс вычисления логарифмической функции трудоемок и длителен, была предварительно произведена аппроксимация полиномами Тейлора, Чебышева, Лежандра [1], методом наименьших квадратов [2]. Проанализировав результаты и оптимизировав коэффициенты, получили многочлен четвертого порядка (1):

$$y = 0{,}002 + 0{,}967 * x - 0{,}51 * x^2 + 0{,}55 * x^3 - 0{,}34 * x^4 \tag{1}$$

Данный многочлен (1) аппроксимирует кривые с наименьшим среднеквадратическим отклонением, таким образом, прогнозирование следует считать более всего вероятным.

Если же рассматривать сезонные изменения выработки электроэнергии, теплоресурсов, либо урожайности сельскохозяйственных продуктов, то необходимо воспользоваться иррациональной функцией: $y = \sqrt{1-x^2}$. Таким же образом произвели аппроксимацию и получили ее наиболее эффективное степенное разложение (2):

$$y = 0{,}999 - 0{,}468 * x^2 - 0{,}24 * x^4 \tag{2}$$

Проанализируем показатели сезонных колебаний и перспективу их развития на примере производства и потребления электроэнергии в России за 2012-2013 гг.

По данным Министерства энергетики РФ [3], рассмотрим динамику выработки электроэнергии с июля по февраль 2012-2013 гг.: в летний сезон производство и потребление электроэнергии равномерно низкое, однако с сентября заметен активный рост оборота по стране: в сентябре выработка составляла 78500 млн. квт*час, а в самые короткие дни зимы 107200 млн. квт*час, что дает увеличение производства на 36,5%.

По полученному полиному (2) был произведен трендовый анализ и моделирование ситуации по выработке электроэнергии до конца весны 2013 г. и получено, что если рассматриваемая кривая будет и дальше эквивалентна с тем же шагом кривой многочлена (2), то данный показатель к 1 июня опустится до 71483,77 млн. квт*час. Относительно сравниваемой величины прошлого года заметно снижение производства на 10,1%, примерно настолько же было выявлено изменение показателя февраля 2013 к соответствующему периоду 2012 г.

Таким образом, аппроксимация функций способствует ускоренному нахождению точного значения, а также возможности трендового анализа функциональной зависимости и наиболее вероятного прогнозирования экономических и статистических показателей.

Литература

1. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Формулы графики таблицы. - М.: Наука, 1977. – 344 с.

2.Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. - М.: Дело, 2002. - 688 с.

3.Министерство энергетики Российской Федерации. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://minenergo.gov.ru

И.Ю. Точилин, А.Ю. Орлов
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент С.Н. Данилин
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: sapres@mivlgu.ru

Исследование алгоритма минимизации разрядности нейронных сетей

В процессе аппаратной реализации нейросетевых алгоритмов обработки информации на любой платформе, элементная база накладывает ограничения по разрядности, быстродействию, числу входов и выходов, которые оказывают существенное влияние на основные технические показатели устройств [1].

Разрядность входной информации и весовых коэффициентов оказывает определяющее влияние на оптимальное использование ресурсов элементной базы при обеспечении наилучших технических показателей нейронных сетей, а именно: точности, надежности, стоимости [2].

В связи с вышеизложенным, на математических моделях специализированных вычислительных устройств с обученными нейронными сетями, было проведено исследование зависимости точности их работы от разрядности входной информации и весовых коэффициентов.

Вычисление простейших математических функций является одной из базовых задач, решаемых компьютером. Рассмотрим в качестве примера вычисление в нейросетевом логическом базисе следующих функций:

$$y = \sqrt{x}\ , \tag{1}$$

$$y = \frac{1}{x}, \tag{2}$$

$$\begin{cases} X = R \cdot \sin \varphi; \\ Y = R \cdot \cos \varphi. \end{cases} \tag{3}$$

В процессе исследований синтезировались двухслойные нейронные сети прямого распространения с полными связями с семью нейронами в первом слое и одним нейроном во втором слое для функций (1) и (2), и пятью нейронами в первом и двумя нейронами во втором слое для функции (3).

В качестве инструментального средства исследований использовался пакет прикладных программ Neural Network Toolbox версии 4, функционирующий под управлением ядра системы Matlab версии 7.

Разрядность входной информации определялась разрядностью АЦП и равнялась 12, а затем, в процессе эксперимента, уменьшалась на 1,2, …, 11 единиц путем округления.

Округление результатов сложения существенно не влияет на конечную точность, так как оно производится в сторону ближайшего целого числа с точностью до половины младшего разряда, при этом положительные и отрицательные округления равновероятны и при большом количестве сложений они взаимно компенсируют друг друга. Округление результатов вычисления функции активации также не будет оказывать существенного влияния, так как она чаще всего реализуется таблично.

При обучении сети никаких ограничений на значения весовых коэффициентов не накладывалось.

Разрядность входной информации и весовых коэффициентов формировалась логическим способом, путем наложения на операнд разрядной сетки в диапазоне от 0 до 2^N (где N изменяется от 12 до 1), что эквивалентно изменению разрядности представления операндов в том же диапазоне.

Зависимость погрешности работы нейронных сетей, реализующих вычисление заданных функций, от разрядности входной информации и весовых коэффициентов представлены в таблицах и графически.

Необходимо отметить, что нейронная сеть обучалась без учета ограничений на разрядность представления входных данных и весовых коэффициентов, но, тем не менее, после наложения ограничений типа округлений показала хорошие результаты по точности работы.

Результаты математического моделирования показывают, что уменьшение разрядности весовых коэффициентов с 12 до 3 и разрядности входной информации с 12 до 7 для нейронной сети, реализующей функцию (1) снижают точность работы нейронной сети на 15 – 20 % от исходного уровня.

Для функции (2) высокий уровень точности работы нейронной сети (0,98 от исходного значения) сохраняется при уменьшении разрядности входной информации с 12 до 10 и разрядности весовых коэффициентов с 12 до 1.

Для функции (3) уровень точности работы нейронной сети сохраняется до уровня 0,85 от исходного значения при уменьшении разрядности входной информации с 12 до 4 и разрядности весовых коэффициентов с 12 до 1.

Проведенные исследования показали, что исследуемый алгоритм является эффективным при нахождении минимальной разрядности аппаратных средств, реализующих нейросетевые алгоритмы, и может быть рекомендован для применения, как в теоретических исследованиях, так и в инженерной практике.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-08-31064

Литература

1. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей. – М.: ИПРЖР, 2000. -416 с.
2. Данилин С.Н. Экспериментальное исследование надежности обученных нейронных сетей прямого распространения. Журнал "Нейрокомпьютеры: разработка, применение" – Москва: Изд. «Радиотехника», №3, 2006г., 78 с.- с.63-70.

Т.А.Фомина
Научный руководитель: канд. социол. наук, доцент Т.Н.Попова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: fstp@mivlgu.ru

Применение матриц для анализа статистической информации

Целью выполненной работы является изучение основных понятий матричной алгебры и применение матриц при обработке статистической информации. Матрица $A(m \times n)$ – это прямоугольная таблица, составленная из чисел. Располагать различные данные в виде прямоугольных таблиц приходиться очень часто. Например, матрица счетов для анализа социальных процессов $M_S[1]$. Данная матрица позволяет проследить взаимосвязь счетов домашних хозяйств населения страны со счетами остальных секторов экономики, а также одновременно выделить в составе домашних хозяйств однородные группы по различным признакам.

Применение матриц, а не громоздких таблиц, позволяет отразить каждую операцию одной записью и изучить характер операций в зависимости от их расположения в данной матрице. Матрица счетов используется для оценки взаимосвязи и взаимодействия секторов экономики, а также для изучения деятельности отдельных людей в экономике. В социальной статистике сектор домашних хозяйств детально определен, выделены различные категории занятых.

Для получения матрицы счетов необходимо построить систему взаимосвязанных таблиц, в которых представлена полная информация об изучаемых социально-экономических процессах. Таблицы имеют вид квадратной матрицы $M_S(n \times n)$, в которой каждая пара строка – столбец $(i \times j)$ является счетом конкретного процесса, отдельного участка или объекта. В такой матрице на пересечении i-ой строки и j-ого столбца формируется блок, в котором фиксируется связь между счетами. Каждый блок такой матрицы несет определенное экономическое содержание, а при заполнении данного блока статистической информацией появляется конкретное количественное выражение.

В качестве конкретного примера в работе рассмотрена матрица добавленной стоимости. В матрице доходы от трудовой деятельности граждан разбиваются по гендерному признаку. Затем доходы женщин и мужчин распределяются по месту жительства (городское и сельское население) и по виду трудовой деятельности. С помощью детализированной матрицы добавленной стоимости можно проанализировать структуру доходов женщин и мужчин, степень концентрации доходов по профессиональным категориям, отраслям промышленности, месту жительства и др. Матричная форма записи социально-экономических процессов позволяет учесть различные источники информации.

Матрица M_S дает возможность классифицировать домашние хозяйства в зависимости от уровня доходов и таким образом выделить группы домохозяйств с доходами ниже установленного прожиточного минимума в том или ином регионе.

Матрица счетов для анализа социальных процессов используется для моделирования процессов в условиях структурной перестройки определенного сектора экономики, а также анализа последствий применения различных экономических и политических реформ.

Литература

1. Ефимова М.Р., Бычкова С.Г. Социальная статистика. Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 560 с.
2. Соколов Г.А., Гладких И.М. Математическая статистика: Учебник для вузов / Г.А. Соколов, И.М. Гладких. – М.: Издательство «Экзамен», 2004. – 432 с.

К.А. Хрулева
Научный руководитель: канд. техн. наук, доцент Е.Н.Мошнина
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: kssuhka.h@mail.ru

Применение метода Лагранжа в классической теории поведения потребителя

Разберем задачу для функции нескольких переменных, если ее экстремум находится не на всей области определения, а на множестве, которое удовлетворяет данному условию – условный экстремум.

Рассмотрим функцию $z = f(x,y)$, аргументы которой x и y удовлетворяют условию $g(x,y) = C$, называемому уравнением связи.

Определение: Точка (x_0, y_0), называется точкой условного минимума (максимума) функции, если существует окрестность этой точки, что для точек (x,y) из данной окрестности, подходящих в условие $g(x,y) = C$, выполняет следующее неравенство:

$$f(x_0,y_0) \le f(x,y)\left(f(x_0,y_0) \ge f(x,y)\right).$$

Для нахождения условного экстремума функции $z = f(x,y)$ мы рассмотрим метод неопределенных множителей Лагранжа [1]. Составим функцию 3-х переменных – функцию Лагранжа:

$$L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda(g(x,y) - C),$$

где λ - множитель Лагранжа.

Теорема: Если данная точка (x_0, y_0) являются точкой экстремума функции $z = f(x,y)$, при данном условии $g(x,y) = C$, то значение λ_0 существует такое, то точка (x_0, y_0, λ_0) является точкой экстремума функции Лагранжа.

Из этого следует, что для нахождения экстремума функции $z = f(x,y)$ при данном условии $g(x,y) = C$ нужно найти решение системы:

$$\begin{cases} L'_x = f'_x(x,y) + \lambda g'_x(x,y) = 0 \\ L'_y = f'_y(x,y) + \lambda g'_y(x,y) = 0 \\ L'_\lambda = g(x,y) - C = 0. \end{cases}$$

Задача нахождения условного экстремума применяется при решении экономических задач, как нахождение оптимального распределение ресурсов [2].

Задача. Допустим, что предпочтение потребителя описываются функцией полезности Кобба-Дугласа: $U = xy$, цена единицы x товара равна 6 руб., а цена товара y равна 10 руб. Потребитель может потратить на покупку товаров 400 руб. Требуется определить, какое количество каждого товара может купить потребитель? Какой при этом будет уровень полезности? Какова будет предельная полезность в рублях для потребителя?

Решение. Для нахождения оптимального товарного набора потребителя используем метод Лагранжа: составим функцию Лагранжа с учетом уравнения связи $6x + 12y = 400$

$$L(x,y,\lambda) = xy + \lambda(400 - 6x - 12y).$$

Приравняем нулю ее частные производные первого порядка:

$$\begin{cases} L'_x = y - 6\lambda = 0 \\ L'_y = x - 12\lambda = 0 \\ L'_\lambda = 400 - 6x - 12y = 0. \end{cases}$$

Последнее выражение повторяет бюджетное ограничение. Перенесем слагаемое с множителем λ в правые части обоих уравнение и получим:

$$\begin{cases} y = 6\lambda \\ x = 12\lambda \end{cases}$$

Из этого следует, что потребление товаров в точке оптимума связано соотношением: $x = 2y$. Подставим в ограничение бюджета: $400 = 24y$ и найдем равновесные значения: $x_0 = 33{,}2;\ y_0 = 16{,}6$ - оптимальный набор потребителя, то есть именно такое количество товаров x и y купит потребитель при данных ценах на уровне дохода. Максимальный уровень полезности составит

$$U_{max} = x_0 y_0 = 551{,}12\ .$$

Теперь можем найти в точке оптимума значение множителя Лагранжа – $\lambda_0 = 8{,}3$.

Это говорит о том, что каждый дополнительный рубль при оптимальном использовании будет приносить потребителю дополнительно 8,3 единицы полезности.

Литература

1. Ильин В.А., Позняк Н.Э. Основы математического анализа. Ч.2. - М.: Наука, 1971. – 600 с.
2. Красс М.С. Математика в экономике. Основы математики: Учебник. - М.: ИД ФБК-ПРЕСС, 2005. - 472 с.

Е.Н. Царева
Научный руководитель: канд. техн. наук М.Н. Рыжкова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: pahan90_90@mail.ru

Анализ факторов, влияющих на процесс обучения, методом экспертных оценок

В современном обучении для логического анализа определенной проблемы и формальной обработки данной проблемы используется метод экспертных оценок. Данный метод позволяет не только выявить основную проблему в обучении, но и эффективно ее решить.

Одним из первых этапов метода экспертных оценок является определение оптимального числа экспертов, проводящих анализ. Основное фундаментальное правило определения количества экспертов гласит, что с ростом числа экспертов точность измерения данных возрастает. Число экспертов можно определить с помощью следующей формулы:

$$N_э \approx \left(\frac{d}{\Delta Q}\right)^2,$$

$$d = q_{\max} - q_{\min},$$

где d – разность максимальной и минимальной оценок в массиве экспертных оценок, $q_{\max}$ – максимальная оценка в массиве экспертных оценок, $q_{\min}$ – минимальная оценка в массиве экспертных оценок, ΔQ – погрешность групповой экспертной оценки (она может быть равна или 1, или 0,1 в зависимости от того, какая выбрана шкала оценивания):

В случае, если шкала оценивания ранжируется от 1 до 10, число экспертов равно:

$$d = 10 - 1 = 9 \text{ (единиц)},$$

$$\Delta Q = 1,$$

$$N_э \approx \left(\frac{9}{1}\right)^2 = 81.$$

Результат показал, что оптимальное число экспертов равно 81.

Также при обработке данных большое внимание уделяется согласованности во мнениях экспертов, которая характеризует достоверность обработанных данных. Согласованность экспертов называется коэффициент конкордации W:

$$W = \frac{12 \cdot S}{n^2(m^3 - m)}.$$

где S – сумма квадратов отклонений от среднего арифметического; n – количество экспертов, m – количество объектов экспертизы.

Методом экспертной оценки можно определить важность ряда факторов для процесса обучения современных студентов. Было опрошено 100 экспертов (студентов) из различных групп, которые анализировали следующие факторы, влияющие на процесс обучения:

1. Материальное положение;
2. Факультативная деятельность;
3. Недостаток свободного времени;
4. Наличие других каких-либо интересов, несвязанных с учебной деятельностью;
5. Поддержка/отсутствие поддержки со стороны окружающих, родителей;
6. Желание/нежелание учиться;
7. Самоорганизация (способность к самостоятельным занятиям);
8. Состояние здоровья;
9. Общение с другими студентами и преподавателями;
10. Черты характера/особенности памяти, поведение.

Используя результаты промежуточных вычислений, была получена сумма квадратов отклонений от среднего арифметического: S = 660468,1.

Коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12 \cdot 660468{,}1}{100^2(10^3 - 10)} = 0{,}8.$$

Из полученного результата можно сделать вывод, что степень согласованности экспертов удовлетворительна.

Для того чтобы определить важность того или иного объекта экспертизы, необходимо посчитать его весовой коэффициент, позволяющий ранжировать представленные объекты в порядке их предпочтений. Самое максимальный весовой коэффициент объекта равен 1, самый минимальный – 0.

Весовой коэффициент объекта экспертизы G_i:

$$G_i = \frac{F_i}{C},$$

где F – сумма значений каждого объекта экспертизы, C – общее число значений объектов экспертизы.

Используя результаты промежуточных расчетов, по мнению экспертов, были получены следующие значения:

1. Материальное положение G_1 = 0,0360853;
2. Факультативная деятельность G_2 = 0,1219245;
3. Недостаток свободного времени G_3 = 0,1643886;
4. Наличие других каких-либо интересов, несвязанных с учебной деятельностью G_4 = 0,0708948;
5. Поддержка/отсутствие поддержки со стороны окружающих, родителей G_5= 0,0920357;
6. Желание/нежелание учиться G_6 = 0,0550392;
7. Самоорганизация (способность к самостоятельным занятиям) G_7 = 0,0386368;
8. Состояние здоровья G_8 = 0,1350465;
9. Общение с другими студентами и преподавателями G_9 = 0,1146346;
10. Черты характера/особенности памяти, поведение G_{10} = 0,171314.

Из полученных результатов можно составить ранжированный ряд объектов экспертизы – факторов, который характеризует важность каждого из представленных факторов (от наиболее важного к наименее важному): G_{10}, G_3, G_8, G_2, G_9, G_5, G_4, G_6, G_7, G_1.

Сумма весовых коэффициентов объектов экспертизы равна 1.

Учет наиболее важных для современных обучаемых факторов позволит оптимизировать и индивидуализировать процесс обучения. Такой учет наиболее предпочтителен при работе с электронными обучающими системами, с которыми студент работает самостоятельно.

Не смотря на успехи в применении метода экспертных оценок для оптимизации учебного процесса, существует еще ряд проблем, некоторые необходимо решить: совершенствование системы отбора экспертов, повышение коэффициента группового мнения, разработка методов проверки обоснованности ответов и много других, которые еще более точно помогут обработать полученные данные.

Литература

1. Орлов А.И. Теория принятия решений. Учебное пособие. - М.: Издательство "Март", 2004. - 656 с.
2. Павлов А. Н., Соколов Б. В. Методы обработки экспертной информации: учебно-методическое пособие / Павлов А. Н., Соколов Б. В – ГУАП. СПб., 2005. – 42 с.
3. Черепанов В. С. Основы педагогической экспертизы. Учебное пособие. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2006. – 124 с.
4. http://www.klubok.net.
5. http://www.dvsneg.ru.

С.И. Царькова
Научный руководитель: канд. техн. наук М.Н. Рыжкова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: carkova1993@mail.ru

Расчет плоского магнитострикционного преобразователя

Магнитострикция –изменение формы и размеров тела при его намагничивании.Изменяя периодически намагничивание материала можно получить периодическое изменение размеров тела, а, следовательно, механические колебания. Магнитострикционный преобразователь (МСП) - электромеханический или электроакустический преобразователь, в котором энергия магнитного поля преобразуется в энергию механических колебаний и, наоборот, благодаря обратимому эффекту магнитострикции. Применение МСП позволяет получить ультразвуковые колебания в диапазоне частот 10 – 80 кГц с небольшой амплитудой. Магнитострикционные преобразователи используют в УЗ-технике, гидроакустике, акустоэлектронике и ряде других областей техники в качестве излучателей и приёмников звука, разнообразных датчиков колебаний, фильтров, резонаторов, стабилизаторов частоты и др.

Различают плоский и кольцевой МСП. Наиболее часто в технике используются плоские МПС из-за простоты изготовления и согласования с нагрузкой.

Рассчитаем электрические параметры плоского МСП, выполненного в виде двух стержней из пермендюра (рис.1).

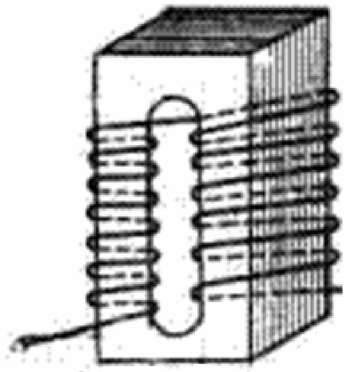


Рис.1

Для расчета магнитострикционных преобразователей зададимся следующимивходными данными:

- Частота $f = 20$ кГц;
- Электрическая мощность $P_э = 1{,}5$ кВт;
- Удельные электрические потери$P'_{эп}$=0,8 кВт/кг;
- Скорость звука в материале (пермендюр) $c = 5200$ м/с;
- Удельная электрическая мощность $P' = 100$ кВт/см^3;
- Плотность материала (пермендюр) $\rho = 8{,}1 \cdot 10^3$кг/м^3;
- Массу МСП примем 1 кг;
- Добротность $Q = 140$ (табличное значение).

Формулы для расчета МСП:

Амплитуда колебаний:

$$\xi_m = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \cdot \delta_m, \quad (1)$$

где λ -длина волны , δ_m – максимальное относительное удлинение двухстержневого преобразователя.

Мощность в акустической нагрузке:

$$P_a = P'_a \cdot A_1 \cdot A_2, \tag{2}$$

где P'_a – удельная мощность в акустической нагрузке, A_1 и A_2 – конструктивные постоянные преобразователя.

Максимальная, отдаваемая в нагрузку мощность на резонансной частоте:

$$P_{am} = \pi \cdot \frac{\lambda s}{2} \cdot Q_m \cdot S_0 \cdot S_{изл} \cdot I, \tag{3}$$

где λ_s –магнитострикция насыщения, Q_m – максимальное напряжение соответствующее пределу усталости, S_0 - площадь сечения стержней, $S_{изл}$ – площадь излучающей поверхности, I – длина пластины.

КПД:

$$\eta = \frac{P_a}{P_э}. \tag{4}$$

Расчеты были сведены в таблицу 1.

Таблица 1.

ξ_m	P_a	P_{am}	η
$1{,}61 \cdot 10^{-4}$ см^2	108,84 Вт$\cdot$см^2	2,769 кВт	7,2 %

Приведенные данные позволяют сделать вывод, что при заданной частоте 20 кГц, преобразователь имеет достаточную высокую мощность, отдаваемую в нагрузку, но с учетом электрических потерь КПД данного преобразователя получается низким.

Литература

1. Агранат Б.А. и др. Ультрозвуковая технология.- М.: Металлургия, 1974. 506 с.
2. Кикучи Е. Ультразвуковые преобразователи. - М.:Мир, 1972. 400 с.

Р.Н. Чунтулова
Научный руководитель: канд. техн. наук М.Н. Рыжкова
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: ruzanochk@mail.ru

Задача о формировании факультета довузовской подготовки в вузе

Современный вуз представляет собой сложную организационную систему, эффективность которой значительно зависит от качества управления этой системой. Для решения многих проблем, встречающихся в вузе, начиная с организации ежедневной административно-хозяйственной работы, и заканчивая выработкой определяющих решений относительно стратегии развития системы высшего профессионального образования в целом, могут быть применены общие методы исследования операций и методы, относящиеся к таким разделам математики, как системный анализ, научные методы управления и экономическая эффективность [1]. Основной особенностью исследования операций является то, что поиск оптимального (по тому или иному критерию эффективности) управляющего решения всегда предполагает построение математической модели. Физический смысл критерия эффективности (целевой функции) зависит от существа оптимизационной задачи. В задачах управления вузом целевая функция чаще всего представляет собой подлежащие минимизации затраты на обучение либо оптимальное количество студентов, профессорско-преподавательского состава, часов работы и т.д. Фигурирующие в математической модели ограничения представляют собой соотношения, сужающие область допустимых значений управляемых переменных, т.е. тех величин, значения которых подлежат оптимизации. Выраженные через управляемые переменные целевая функция и ограничения, составляют математическую модель задачи управления.

Одной из задач оптимального планирования в вузе может стать задача формирования факультета довузовской подготовки. Обучение на факультете является платным. Необходимо сформировать количество групп по различным программам и срокам обучения так, чтобы доход от курсов был максимальным. Формализуем поставленную задачу и сформулируем условия.

Факультет формирует на предстоящий семестр группы слушателей на прохождение обучения на краткосрочных (до 72 часов), среднесрочных (до 110 часов) и долгосрочных курсов (до 220 часов) по образовательным предметам : математика, русский язык и физика. Требования учебного процесса определена максимальная наполняемость групп: математика – 20 человек, русский язык – 26 человек, физика – 20. В таблице 1 показана оплата за обучение одного слушателя на разных программах и сроках обучения. Данные о предельном количестве групп слушателей на разных курсах и программах и общее допустимое число групп по всем курсам представлены в таблице 2.

Таблица 1

Виды курсов	Оплата за обучение одного слушателя по программам (руб.)		
	Математика	Русский язык	Физика
Краткосрочные курсы	3500	2500	5250
Среднесрочные курсы	5500	4500	7250
Долгосрочные курсы	10500	9500	14250

Таблица 2

Виды курсов	Предельное количество групп			Общее предельное количество групп
	Математика	Русский язык	Физика	
Краткосрочные курсы	4	2	2	6
Среднесрочные курсы	3	3	2	5
Долгосрочные курсы	2	1	2	4

Решение:

Обозначим через x_y количество групп слушателей, набираемых на i- ю программу (i= 1..3; 1 – математика, 2 – русский язык, 3 – физика) и j-й срок обучения (j= 1..3; 1 – краткосрочные курсы, 2 – среднесрочные курсы, 3 – долгосрочные курсы).

Так доход, получаемый от формирования групп слушателей на программу математика, составит: $20 \cdot 3500x_{11}+20 \cdot 5500x_{12}+20 \cdot 10500x_{13}$ руб., русский язык - $26 \cdot 2500x_{21}+26 \cdot 4500x_{22}+26 \cdot 9500x_{23}$ руб. и физика - $20 \cdot 5250x_{31}+20 \cdot 7250x_{32}+20 \cdot 14250x_{33}$ руб.

Поскольку общее количество групп на краткосрочных курсах не должно превышать 6 , среднесрочных 5, а долгосрочных4, получим систему неравенств:

$$\begin{cases} x_{11}+x_{21}+x_{31} \le 6 \\ x_{12}+x_{22}+x_{32} \le 5 \\ x_{13}+x_{23}+x_{33} \le 4 \end{cases} \qquad (1)$$

Кроме того, введем ограничения на максимальное количество групп на разных программах и сроках обучения:

$$\begin{cases} x_{11} \le 4, x_{12} \le 3, x_{13} \le 2 \\ x_{21} \le 2, x_{22} \le 3, x_{23} \le 1 \\ x_{31} \le 2, x_{32} \le 2, x_{33} \le 2 \end{cases} \qquad (2)$$

Общий доход от набора слушателей составит:

$f=70000x_{11}+110000x_{12}+210000x_{13}+65000x_{21}+117000x_{22}+247000x_{23}+105000x_{31}+145000x_{32}+285000x_{33}$. (3)

Требуется найти такие выражения x_y (i=1..3, j=1..3), удовлетворяющие ограничениям (1) и (2), при которых функция (3) будет максимальной.

Microsoft Excel 14.0 Отчет от результатах

Ячейка целевой функции (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение
\$E\$9		0	2146000

Ячейки переменных

Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение
\$B\$1	x11	0	3
\$B\$2	x12	0	1
\$B\$3	x13	0	1
\$B\$4	x21	0	1
\$B\$5	x22	0	2
\$B\$6	x23	0	1
\$B\$7	x31	0	2
\$B\$8	x32	0	2
\$B\$9	x33	0	2

Рис.1

Решение задачи с помощью табличного процессора MS Excel (рис.1) позволяет сделать вывод, что оптимальный план набора слушателей составит: $x_{11}=3$, $x_{12}=1$, $x_{13}=1$, $x_{21}=1$, $x_{22}=2$, $x_{23}=1$, $x_{31}=2$, $x_{32}=2$, $x_{33}=2$. При таком плане доход будет максимальным и составит 2146000 рублей.

Литература

1. Сапожников А.А. Теоретические основы и инструментарий управления региональной адаптацией промышленных предприятий : автореферат дис. ... доктора экономических наук : 08.00.05 / Орлов. гос. техн. ун-т. Орел, 2004. 47 с.

2. Истомин А.Л. Исследование операций в управлении вузом. – М.:СИНТЕГ, 2008. - 272с. (серия «Системы и проблемы управления»).