

## **Пространственно-временной анализ характеристик сверхширокополосной антенны**

С.Л.Чернышев, А.Р.Виленский

*Московский государственный университет им. Н.Э.Баумана.  
105005, г.Москва, ул. 2-я Бауманская, 5  
E-mail: [chernshv@bmstu.ru](mailto:chernshv@bmstu.ru)*

*Рассматривается возможность пространственно-временного анализа сверхширокополосной рупорной антенны в ближней и дальней зонах, нахождение дальностно-временной и угло-временной характеристик, энергетической диаграммы направленности.*

*The possibilities of analysis of Ultra-Wideband antenna in close and distant zones are described and distance-temporal, angle-temporal and energetic diagram of direction are obtained.*

### **Введение**

Существующий на сегодняшний день интерес к возможности применения сверхширокополосных (СШП) сигналов в различных областях радиотехники продиктован известными преимуществами, которые обеспечивают системы с такими сигналами в сравнении с классическими узкополосными. Однако при построении СШП радиосистем резонансные узкополосные элементы неприменимы, и новых подходов требует решение задач анализа и синтеза. Электромагнитное поле, создаваемое антенной в свободном пространстве, является непременной составляющей любого открытого информационного радиоканала. Для его анализа в сверхширокой полосе частот не применим классический подход, основанный на решении векторного уравнения Гельмгольца: электродинамические уравнения становятся нестационарными, а решение может ищется во временной или частотной области. Известно, что для СШП антенн классически определяемая диаграмма направленности (ДН) не является адекватной характеристикой направленности излучения. К тому же в силу специфики применения СШП систем интерес может представлять нестационарное поле в ближней зоне. Указанные особенности СШП антенн требуют при построении исчерпывающей информационной модели СШП поля отыскания пространственно-временных характеристик формируемого излучения. В работе данные вопросы рассматриваются применительно к СШП рупорной антенне, возбуждаемой СШП радиоимпульсом.

### **Математическая модели электромагнитного поля, создаваемого рупором**

Отыскание пространственно-временных характеристик формируемого поля предлагается проводить с помощью представления системы антенна-открытое пространство в виде линейной, приписывая ей комплексный параметрический (по пространственным координатам) коэффициент передачи. Далее при известном спектре возбуждающего сигнала переход во временную область производится с помощью обратного преобразования Фурье. Комплексный параметрический коэффициент передачи определяется для гармонического узкополосного сигнала путём решения векторного уравнения Гельмгольца. При этом используется принцип эквивалентности, позволяющий представить реальный рупор возбуждённой поверхностью и решение внешней электродинамической задачи свести к интегрированию по апертуре рупора.

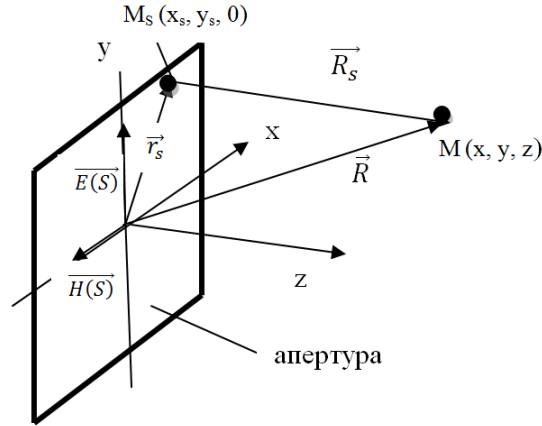


Рис. 1. Геометрия задачи

Математически принцип эквивалентности формулируется в виде известных формул Стреттона-Чу [1], но для рассматриваемой задач удобнее использовать их модификацию в виде формул Франца [2]:

$$\vec{E}(\omega, \vec{R}) = \nabla \times \iint (\vec{n}^0 \times \vec{E}(S)) G(S, R) dS + \frac{j}{\omega \epsilon_a} \nabla \times \nabla \iint (\vec{n}^0 \times \vec{H}(S)) G(S, R) dS, \quad (1)$$

$$\vec{H}(\omega, \vec{R}) = \nabla \times \iint (\vec{n}^0 \times \vec{H}(S)) G(S, R) dS - \frac{j}{\omega \mu_a} \nabla \times \nabla \iint (\vec{n}^0 \times \vec{E}(S)) G(S, R) dS, \quad (2)$$

Где в декартовой системе координат оператор  $\nabla = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^0 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z}$ ,

$$G(S, R) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} \sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}}}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} - \text{фундаментальное решение уравнение}$$

Гельмгольца,  $\epsilon_a$ ,  $\mu_a$  - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды распространения,  $\vec{n}^0$  - орт нормали к апертуре,  $\vec{E}(S)$ ,  $\vec{H}(S)$  - комплексные векторы напряжённости электрического и магнитного полей на апертуре антенны. В (1), (2) интегрирование ведётся по апертуре.

В дальнейшем возбуждаемую поверхность будем представлять плоской и для определённости прямоугольной. На рис. 1 показана пространственная геометрия задачи. Отметим, что здесь тангенциальные составляющие поля на апертуре имеют однородную линейную поляризацию, т.е.

$$\vec{E}(S) = \vec{y}^0 E_y(x, y), \vec{H}(S) = -\vec{x}^0 H_x(x, y) \quad (3)$$

Решение задачи проводилось в декартовой системе координат, в результате были получены строгие выражения для составляющих напряжённости электрического поля:

$$E_y(\omega, x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \iint_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} E_y(x, y) \frac{e^{-j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} \sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}}}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} \left\{ \frac{-z}{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2} + \frac{-j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} z}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} \right. \\ \left. + \frac{-2j}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \left[ \frac{1}{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2} + \frac{j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{j(z^2 + (x_s-x)^2)}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \left[ \frac{z}{[(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2]^2} + \frac{3j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}}{[(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2]^{1.5}} + \frac{-\omega^2 \epsilon_a \mu_a}{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2} \right] \right\} dx dy, \quad (4)$$

$$E_z(\omega, x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\frac{b}{z} \frac{a}{z}} E_y(x, y) \frac{e^{-j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}}}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} \left\{ \frac{-(y_s-y)}{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2} + \frac{-j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} (y_s-y)}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} + \right. \\ \left. + \frac{jz(y_s-y)}{\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \left[ \frac{3}{[(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2]^2} + \frac{3j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}{[(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2]^{1.5}} + \frac{-\omega^2 \varepsilon_a \mu_a}{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2} \right] \right\} dx dy, \quad (5)$$

$$E_x(\omega, x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\frac{b}{z} \frac{a}{z}} E_y(x, y) \frac{e^{-j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}}}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} \frac{j(x_s-x)(y_s-y)}{\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \left[ \frac{3}{[(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2]^2} + \right. \\ \left. + \frac{3j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}{[(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2]^{1.5}} + \frac{-\omega^2 \varepsilon_a \mu_a}{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2} \right] dx dy, \quad (6)$$

здесь  $a, b$  – размеры апертуры по координатам  $x$  и  $y$  соответственно.

После определения полей в декартовой системе координат переходим в сферическую:

$$x = -r \sin(\theta) \sin(\varphi), y = r \sin(\theta) \cos(\varphi), z = r \cos(\theta). \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} E_\theta(\omega, r, \theta, \varphi) &= -E_x(\omega, r, \theta, \varphi) \sin(\varphi) \cos(\theta) + E_y(\omega, r, \theta, \varphi) \cos(\varphi) \cos(\theta) - E_z(\omega, r, \theta, \varphi) \sin(\theta) \\ E_\varphi(\omega, r, \theta, \varphi) &= -E_x(\omega, r, \theta, \varphi) \cos(\varphi) - E_y(\omega, r, \theta, \varphi) \sin(\varphi) \\ E_r(\omega, r, \theta, \varphi) &= -E_x(\omega, r, \theta, \varphi) \sin(\varphi) \sin(\theta) + E_y(\omega, r, \theta, \varphi) \sin(\varphi) \cos(\theta) + E_z(\omega, r, \theta, \varphi) \cos(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Угол  $\theta$  отсчитывается от оси  $z$ , угол  $\varphi$  – от оси  $y$  против часовой стрелки.

Для проверки полученных выражений найдём поля излучения в дальней зоне, осуществляя предельный переход в (4), (5), (6) при  $r \rightarrow \infty$ . При этом учитываем (8), а также

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{z}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} = \cos(\theta)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{(x_s-x)}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} = \sin(\theta) \sin(\varphi)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{(y_s-y)}{\sqrt{(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2 + z^2}} = -\sin(\theta) \cos(\varphi)$$

$$\left. \begin{aligned} E_\theta(\omega, r \rightarrow \infty, \theta, \varphi) &= \frac{j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}{4\pi} \cos(\varphi) (1 + \cos(\theta)) \frac{e^{-j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} r}}{r} F(\theta, \varphi) + \bar{O}\left(\frac{1}{r}\right), \\ E_\varphi(\omega, r \rightarrow \infty, \theta, \varphi) &= \frac{j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}{4\pi} \sin(\varphi) (1 + \cos(\theta)) \frac{e^{-j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} r}}{r} F(\theta, \varphi) + \bar{O}\left(\frac{1}{r}\right), \\ E_r(\omega, r \rightarrow \infty, \theta, \varphi) &= \bar{O}\left(\frac{1}{r}\right), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $F(\theta, \varphi) = \iint_{\frac{b}{z} \frac{a}{z}} E_y(x, y) e^{j\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} (-x \sin(\theta) \sin(\varphi) + y \sin(\theta) \cos(\varphi))} dx dy$  – множитель

системы.

$\bar{O}\left(\frac{1}{r}\right)$  характеризует слагаемые, убывающие быстрее, чем  $1/r$  в дальней зоне.

Выражения (9) полностью идентичны классическим формулам для полей излучения плоских раскрывов [3]. Пронормировав (8) на амплитудное значение напряженности электрического поля падающей на апертуру рупора электромагнитной волны, получаем искомые выражения для параметрического коэффициента передачи антенны по поляризационным составляющим. Для получения конкретных результатов рассмотрим модельный случай возбуждения апертуры плоской равноамплитудной синфазной волной.

Модуль угло-частотной характеристики рупора 50x50 см в дальней зоне представлен на рис. 2.

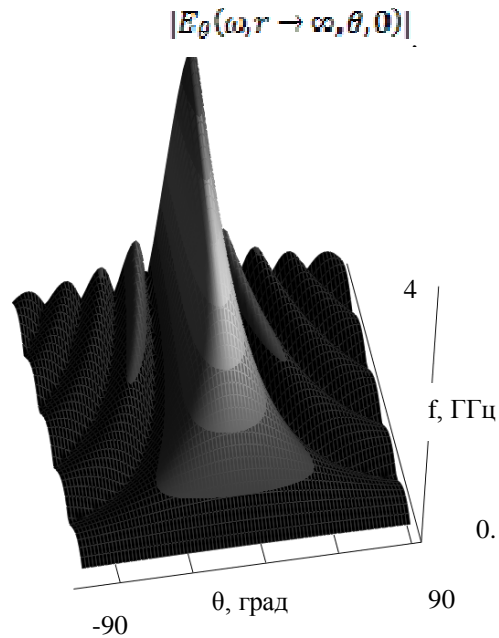


Рис. 2. Модуль угло-частотной характеристики рупора

#### Определение пространственно-временных характеристик СШП поля

Зададимся СШП временной формой возбуждающего сигнала, например, СШП моноимпульсом:

$$s(t) = Ate^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^2}, \quad (10)$$

Пусть  $A = 1$  В/м,  $\beta = 1$  нс. Спектр такого сигнала описывается функцией:

$$F(\omega) = -\frac{j\omega\beta^2 A\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{\omega^2\beta^2}{4}} \quad (11)$$

Временные и частотные характеристики СШП сигналов представлены на рис. 3 и 4.

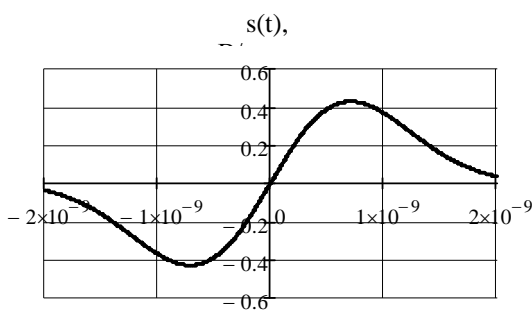


Рис 3. Временная диаграмма сигнала

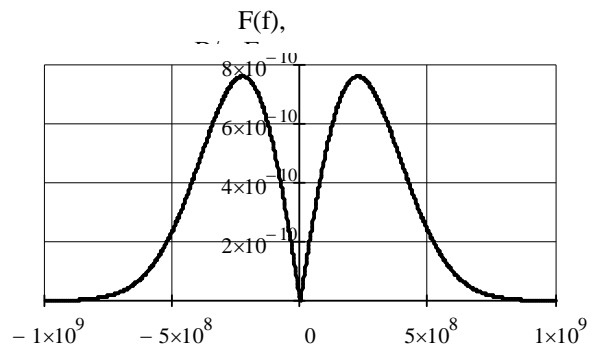


Рис. 4. Амплитудно-частотный спектр

Далее будем полагать, что процесс возбуждения апертуры во времени описывается выражением (10), но при этом пространственно апертура возбуждается равноамплитудно и синфазно на всех частотных составляющих спектра сигнала.  $F(f)$ , В/м·Гц

Для перехода во временную область по любой из поляризационных компонент используем обратное преобразование Фурье:

$$E_{\text{сшп } \theta}(t, r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \bar{E}_{\theta}(\omega, r, \theta, \varphi) e^{j\omega t} d\omega, \quad (12)$$

$\bar{E}_{\theta}(\omega, r, \theta, \varphi)$ - нормированное выражение для поля  $\theta$ -составляющей (8).

В силу того, что при произвольных координатах уравнение (12), вообще говоря, не разрешимо в конечном виде, интегрирование ведётся численными методами.

Рассмотрим применение методики для определения поля в дальней зоне. Условие дальней зоны (зоны Фраунгофера):

$$r \gg \frac{f_{\text{max}} L^2}{V_{\Phi}}, \quad (13)$$

$V_{\Phi}$  – фазовая скорость электромагнитной волны в среде распространения,  $f_{\text{max}}$  – максимальная частота спектра сигнала,  $L$  – характерный (максимальный) габарит апертуры. Пусть для дальней зоны  $r \geq r_0 = 10 \frac{f_{\text{max}} L^2}{V_{\Phi}}$ . На рис. 5 показана временная

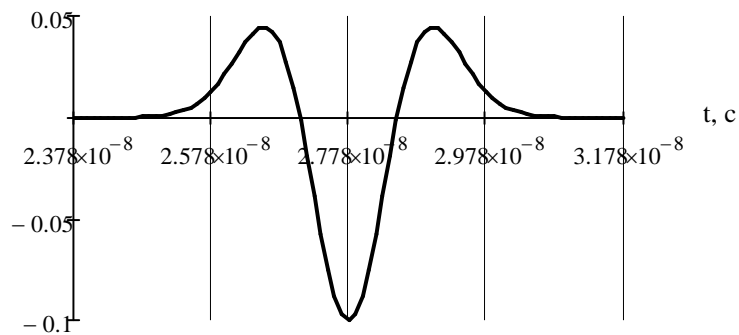


Рис. 5. Временная диаграмма излучаемого сигнала в дальней зоне

диаграмма на равносигнальном направлении рупора при удалении точки наблюдения на  $r_0$  от начала координат. Форма сигнала представляет первую производную сигнала  $s(t)$ , что объясняется наличием множителя  $j\omega$  в выражении (9) и неизменностью множителя системы в диапазоне частот сигнала. С увеличением угла места на коэффициент передачи в плоскости электрического вектора всё большее влияние начинает оказывать множитель системы, и результирующий коэффициент передачи описывается функцией вида  $\sin\left(\frac{\omega \sqrt{\epsilon_0} \mu_0 b}{2} \sin(\theta)\right)$ . При переходе во временную область это приводит к тому, что фактически излучаются два импульса возбуждения с противоположных концов апертуры [4]. Задержка между импульсами составляет

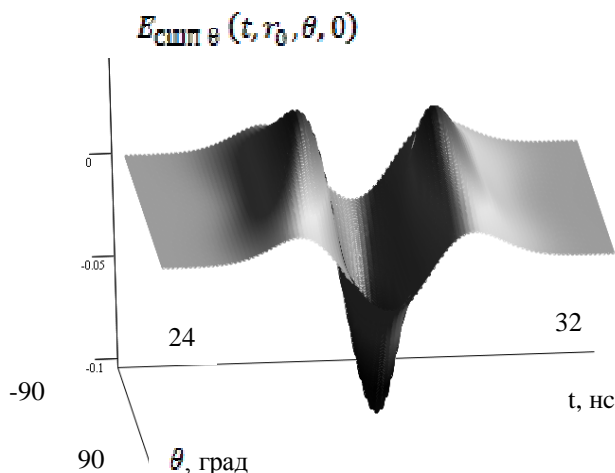


Рис. 6. Угло-временная диаграмма рупора 50x50см в дальней зоне

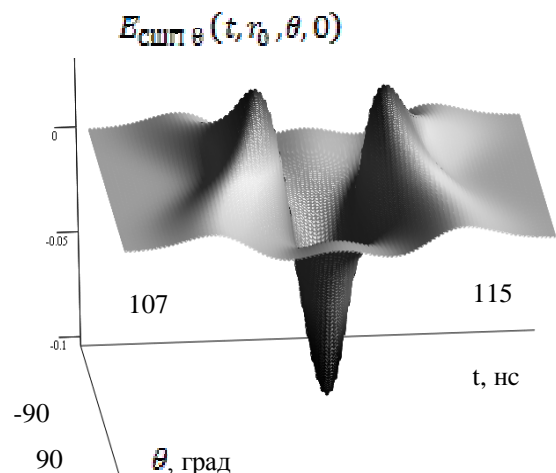


Рис. 7. Угло-временная диаграмма рупора 100x100 см в дальней зоне

$x \pm \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} b}{2} \sin(\theta)$ . При малых по сравнению с длительностью импульса задержка результирующий импульс близок к производной от  $s(t)$ , с увеличением задержки импульс начинает «рассыпаться», растягиваясь, и в определённый момент раздваивается. На рисунках 6 и 7 приведены угло-временные диаграммы для рупоров 50x50 см и 100x100 см соответственно.

Характеристику направленности для СШП излучателя целесообразно определять по энергетическому показателю излучения в данном направлении – нормированной плотности потока энергии:

$$Q(\theta, \varphi) = \frac{\frac{1}{Z_0} \int_{-\infty}^{\infty} |\overline{E_{\text{сшп дз}}}(t, r, \theta, \varphi)|^2 dt}{\frac{1}{Z_0} \int_{-\infty}^{\infty} |\overline{E_{\text{сшп дз max}}}(t, r)|^2 dt}, \quad (14)$$

$Z_0$  – волновое сопротивление свободного пространства,  $Q(\theta, \varphi)$  – энергетическая диаграмма направленности (ЭДН) системы антенна-сигнал.

Сечения  $Q(\theta, \varphi = 0)$  представлены на рис. 8 для различных размеров апертуры.

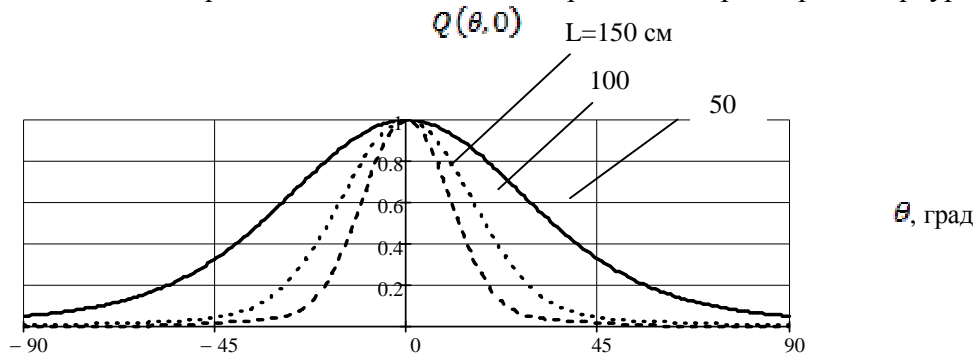


Рис. 8. Сечения ЭДН системы рупор-сигнал для различных размеров апертуры

Как можно видеть, ЭДН для СШП сигналов более гладкие, нежели классические монохроматические ДН для той же антенны. Также стоит отметить, что чем больше размер апертуры, тем уже ЭДН, но тем сильнее сказывается «рассыпание» сигнала при отклонении от равносигнального направления.

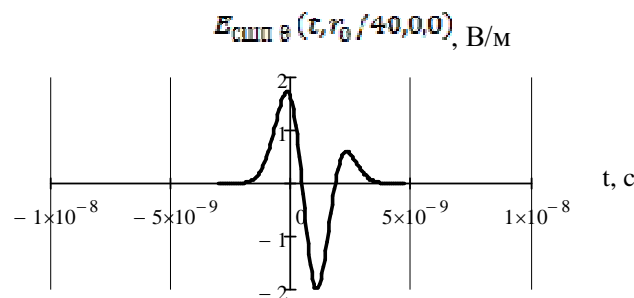


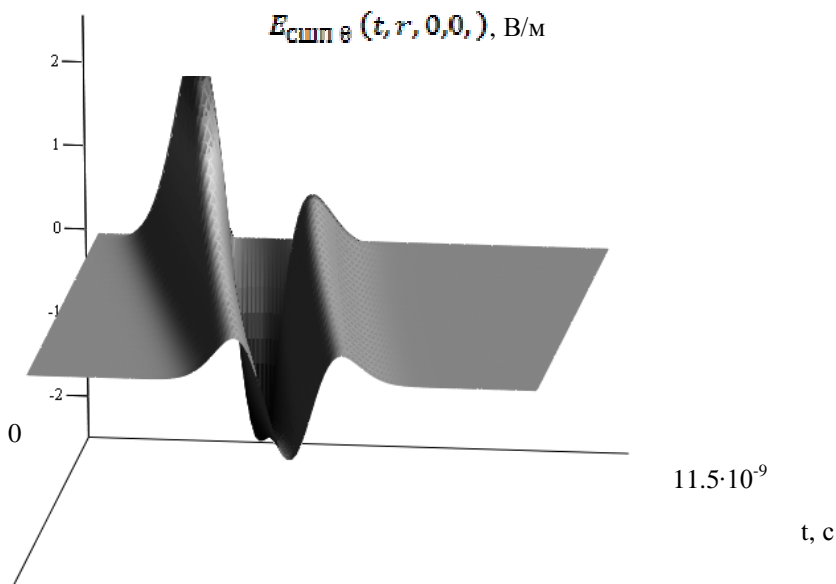
Рис. 9. Временная диаграмма сигнала, формируемого в ближней зоне

Используя выражения (8), получим численное решение для электрического поля антенны в ближней зоне. Пусть, интересующее направление – равносигнальное. На рис. 9 приведены результаты расчёта для расстояния, в 40 раз меньшего, чем на рис.5.

Видно, что сигнал имеет промежуточную форму между сигналом возбуждения рис.3 и сигналом в дальней зоне рис.5.

Для наглядного выявления характера трансформации структуры сигнала при переходе из ближней зоны в дальнюю была рассчитана дальностно-временная

диаграмма для равносигнального направления (рис. 10). Поле в ближней зоне, распространяясь в пространстве, плавно трансформируется из апертурного сигнала возбуждения в его производную по времени, и фактически уже на расстоянии  $r_0/2$  временная структура излучения устанавливается.

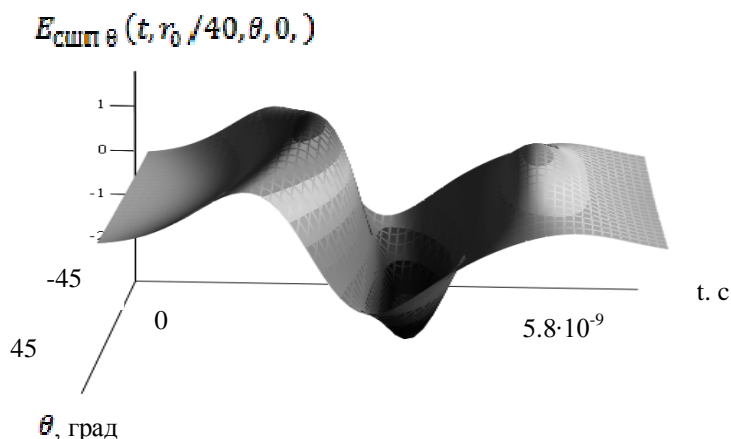


**Рис. 10. Дальностно-временная диаграмма рупора 50x50 см на равносигнальном направлении**

Для корректного понимания результатов необходимо помнить, что величина поля быстро убывает при удалении от апертуры, поэтому, например, близкий к постоянному уровень правого гребня сигнала на диаграмме свидетельствует, о том, что во временной структуре сигнала этот элемент интенсивно возрастает.

Найденные выражения (8) также дают возможность рассчитать угло-временную диаграмму для ближней зоны, которая показана на рис.11.

Расчёты проводились для рупора со стороной 100 см для большей наглядности результатов. Видно, что, во-первых, поле во времени представляет некую промежуточную несимметричную структуру, во-вторых, заметен эффект «рассыпания» импульса при увеличении угла места. Можно убедиться, что при сечении этой диаграммы по углу  $\theta = 0$



**Рис. 11. Угло-временная диаграмма рупора 100x100см в ближней зоне**

временная форма сигнала совпадает с формой сигнала на рис.9. Для крайних же углов  $\theta = \pm 45 \text{ град}$ , как следует из диаграммы рис.11, форма сигнала вытягивается, пики сглаживаются.

### **Выводы**

С помощью полученного строгого решения задачи определения электромагнитного поля возбуждённой поверхности было исследовано излучение СШП рупорной антенны в пространственно-временной области. Результаты говорят о том, что излучаемый электромагнитный СШП импульс претерпевает сильную трансформацию при переходе с апертуры антенны в дальнюю зону. Полученный математический аппарат позволяет качественно и количественно оценить эти изменения. На практике результаты могут быть полезны для приложений ближней локации, задач обеспечения электромагнитной совместимости, согласованной фильтрации в связных и локационных системах. Необходимо отметить, что полученное выражение для поля справедливо лишь в том случае, если весь преапертурный тракт не подвержен влиянию дисперсии, в частности рупор должен возбуждаться на поперечной моде. Результаты могут быть обобщены на случай существования фазовых искажений на апертуре.

### **Литература**

- [1] A. Stratton *Electromagnetic Theory*. New York: McGraw-Hill, 1941
- [2] W. Franz, "Zur Formulierung des Huygensschen Prinzips." *Z. Naturforsch. A*, vol. 3a, pp. 500-506, 1948
- [3] Антенны УКВ. Под ред. Г.З. Айзенберга. В 2-х ч. Ч. 1. М., «Связь», 1977.
- [4] Иммореев И.Я., Синявин А.Н. Излучение сверхширокополосных сигналов. Сборник «Антенны». 2001. Вып. 1.