

Трехмерные волновые структуры типа катастроф в метаматериалах

А.С. Крюковский, А.В. Орлов

Негосударственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Российский новый университет. 105005, г. Москва, ул. Радио, 22. info@rosnou.ru

Исследованы лучевые и каустические структуры, возникающие при распространении излучения точечного источника в неоднородном слое с отрицательным показателем преломления – метаматериале. Получены каустические структуры, соответствующие катастрофам каспидной, омбилической и модальной серии.

Ray and caustic structures arising at propagation of electromagnetic radiation from a point source in a non-uniform layer with a negative parameter of refraction – meta-material is investigated. Caustic structures appropriate to cuspid, umbilic and modal wave catastrophes are revealed.

Метаматериалы (левосторонние вещества, Left-Handed Materials) – искусственные периодические композиты, обладающие для определенных длин волн одновременно отрицательными ϵ и μ и, как следствие, отрицательным показателем преломления n [1, 2]. Преломление на границе раздела двух сред, одна из которых – метаматериал (а вторая – нет) происходит необычно: преломленный и падающий лучи лежат по одну сторону от нормали к границе раздела сред. Плоский слой метаматериала обладает фокусирующими свойствами: расходящийся фронт падающей цилиндрической волны преобразуется в сходящийся цилиндрический фронт [1–4].

Рассмотрим плоский трехмерный слой метаматериала толщиной h , на расстоянии d от поверхности которого находится точечный источник излучения (начало координат выбранной системы отсчета совпадает с источником). Распространение лучей описывается системой бихарактеристических уравнений Гамильтона [5, 6]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = p_x, & \frac{dp_x}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\mu(x, y, z) \times \epsilon(x, y, z))}{\partial x} \\ \frac{dy}{dt} = p_y, & \frac{dp_y}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\mu(x, y, z) \times \epsilon(x, y, z))}{\partial y} \\ \frac{dz}{dt} = p_z, & \frac{dp_z}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\mu(x, y, z) \times \epsilon(x, y, z))}{\partial z} \end{cases} \quad (3)$$

с начальными условиями:

$$\begin{aligned} z(0) &= d, \\ p_z(0) &= \sqrt{|\epsilon(d, d \operatorname{tg} \alpha_x, d \operatorname{tg} \alpha_y)|} \cos \beta, \\ x(0) &= d \operatorname{tg} \alpha_x, \\ p_x(0) &= -\sqrt{|\epsilon(d, d \operatorname{tg} \alpha_x, d \operatorname{tg} \alpha_y)|} \sin \beta \frac{\operatorname{tg} \alpha_x}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_x + \operatorname{tg}^2 \alpha_y}} \\ y(0) &= d \operatorname{tg} \alpha_y, \\ p_y(0) &= -\sqrt{|\epsilon(d, d \operatorname{tg} \alpha_x, d \operatorname{tg} \alpha_y)|} \sin \beta \frac{\operatorname{tg} \alpha_y}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_x + \operatorname{tg}^2 \alpha_y}} \end{aligned} \quad (4)$$

где α – угол падения ($\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_x + \operatorname{tg}^2 \alpha_y}$), а $\beta = \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{\sqrt{|\varepsilon(d, d \operatorname{tg} \alpha_x, d \operatorname{tg} \alpha_y)|}} \right)$ –

угол преломления. Задавая различные типы зависимости $\varepsilon(x, y, z)$ и решая указанную систему, можно получить ряд структур, соответствующих геометрическому представлению некоторых катастроф (коэффициент магнитной проницаемости во всех случаях принимаем равным минус единице).

Для начала рассмотрим случай линейного роста модуля диэлектрической проницаемости вдоль продольной горизонтальной оси z :

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 + 0,18(z - d)], \quad (5)$$

где $\varepsilon_0 = -1$. Получаемая картина (рис.1) соответствует трехмерному геометрическому представлению каустического острья (катастрофа A_3).

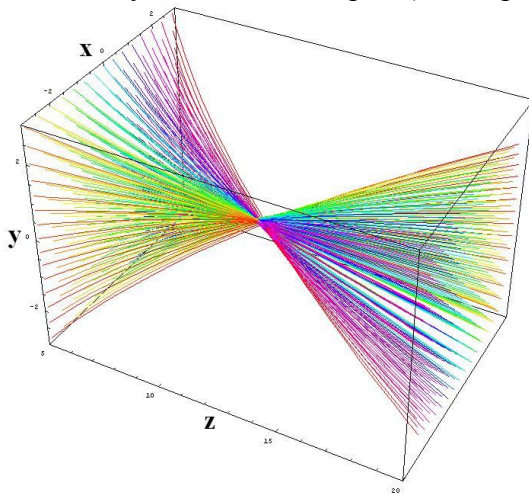


рис.1. Рост ε вдоль z .

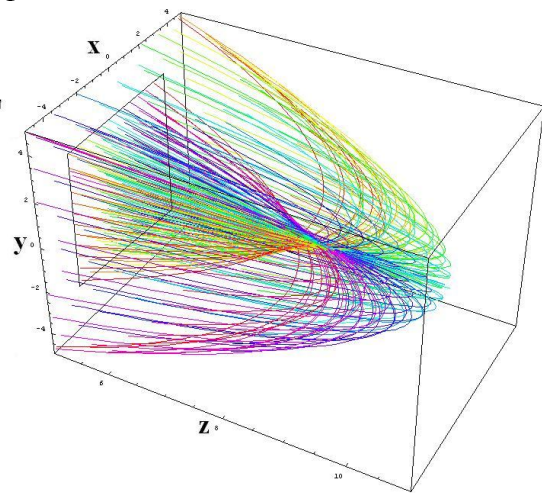


рис.2. Убывание ε вдоль z .

На рисунке левая грань представляет собой границу метаматериала, через эту поверхность излучение проникает в образец. Интересным является случай, когда модуль коэффициента диэлектрической проницаемости убывает по z :

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 - 0,18(z - d)] \quad (6)$$

Как и в предыдущем случае, $\varepsilon_0 = -1$. Область вхождения лучей в метаматериал обозначена четырехугольником на левой границе (рис.2). Такой метаматериал обладает экранирующими свойствами. После вхождения в метаматериал угол наклона луча к горизонтали растёт из-за уменьшения модуля показателя преломления, пока луч не направится обратно – в сторону левой границы раздела сред. Таким образом, описав квазипараболу, луч выходит из пластины. Получающаяся картина представляет ни что иное, как гиперболическую омбилику (D_4^+).

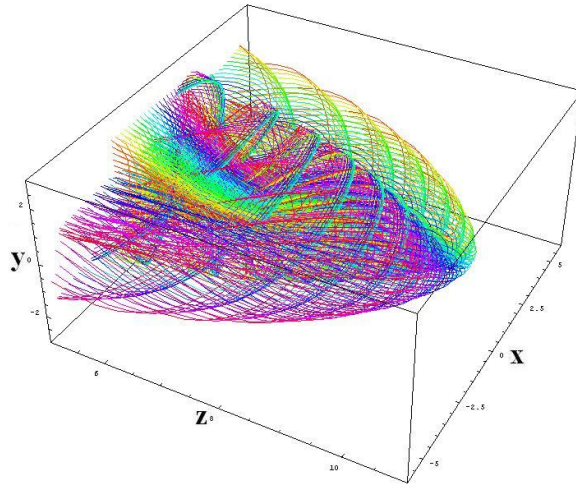


рис. 3. Зависимость ε по двум координатам.

Пусть теперь ε изменяется по двум координатам: зависимость по z оставляем без изменений, добавляя зависимость по вертикальной координате y :

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 - 0,18(z - d) - 0,18y^2]. \quad (7)$$

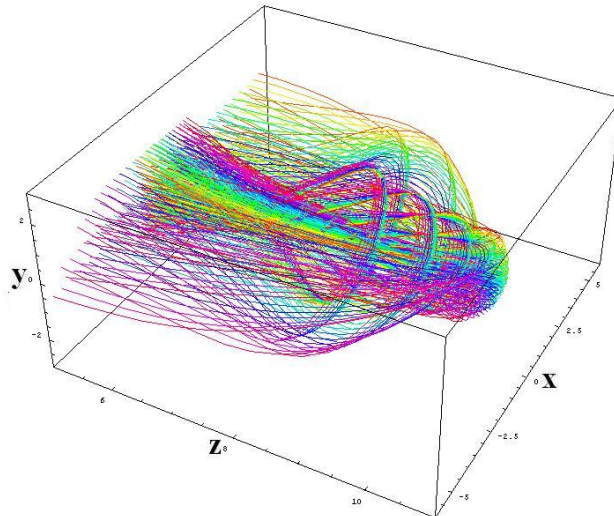


рис. 4. Четвертая степень ε в зависимости по вертикальной координате y

Здесь и далее везде $\varepsilon_0 = -1,5$. Экранирующие свойства образца сохраняются; при этом общий вид картины существенно изменился (рис. 3), каустическая структура теперь насчитывает большее количество ветвей. Повышение степени y в уравнении (7) еще значительно усложняет картину. На рис. 4 показана картина для зависимости

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 - 0,18(z - d) - 0,09y^4], \quad (8)$$

На рис. 4а показано сечение данного метаматериала плоскостью $y = 0$. Картина содержит множество сложных элементов. Среди них – множественное каустическое острие (катастрофа A_3), катастрофа бабочки (A_5), гиперболическая омбилика (D_4), унимодальное острие (J_{10}) и другие.

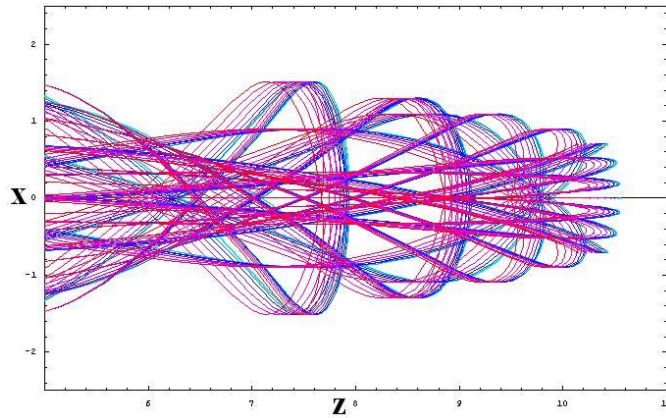


рис. 4а. Сечение метаматериала плоскостью $y = 0$.

В работе показана также принципиальная возможность получения лучевых структур волноводного типа. На рис.5а представлена зависимость вида

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 + 0,18(z - d) - 0.18y^2]. \quad (9)$$

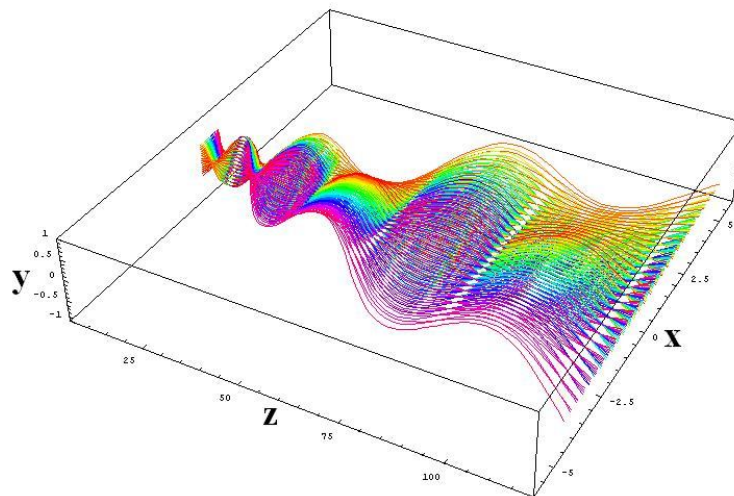


рис. 5а. Волноводная схема без ограничений по x

В плоскости Oyz лучи следуют по квазипериодическим траекториям, при этом в плоскости Oxz пучок лучей расширяется. Этого расширения можно избежать, если в существующее уравнение, задающее ε , ввести зависимость по поперечной горизонтальной оси x . Зависимость

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0 [1 + 0,18(z - d) - 0.18(y + x)^2] \quad (10)$$

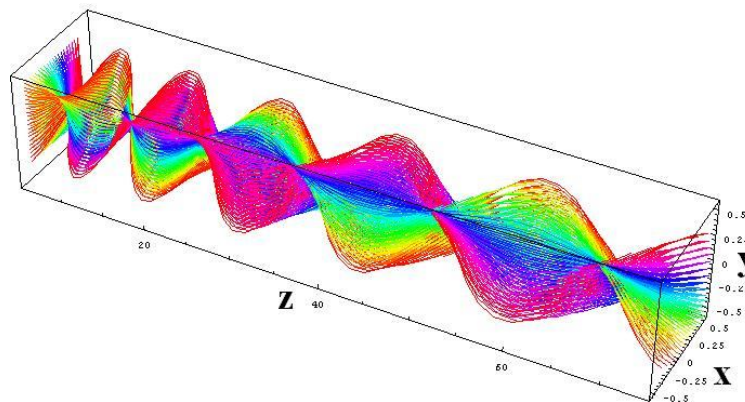


рис. 5б. Волноводная схема распространения

дает требуемый результат. На рис. 5б показан так называемый волноводный случай: дальность распространения лучей ограничивается только шириной (а в данном конкретном случае вернее было бы сказать длиной) метаматериала h . Стоит заметить, что на сегодняшний день создание такой схемы невозможно не только из-за сложности реализации сложной зависимости $\varepsilon(x, y, z)$, но и по той причине, что все существующие метаматериалы обладают выраженными поглощающими свойствами.

Литература

1. Мандельштам Л. И. Лекции, прочитанные 26 февраля 1940 г. и 5 мая 1944 г. // Полное собрание трудов Т. 5. М.: Изд-во АН СССР, 1950.
2. Веселаго В.Г. — Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // УФН — Т. 92, № 7, С. 517 — 1967.
3. Анютин А.П. Некоторые особенности рассеянии поля плоской волны цилиндрическими структурами из метаматериала и идеально проводящим круглым цилиндром, окруженным оболочкой из метаматериала // Электромагнитные волны и электронные системы, 2008. Т.13. №8. С. 71-77
4. Анютин А.П. О фокусировке и рассеянии цилиндрической волны линзой Веселаго конечных размеров с потерями // Радиотехника и электроника, 2008. Т. 53, № 4, С. 431-443.
5. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические исследования, 1967. Т.5. № 4. С. 593–600.
6. Крюковский А.С., Орлов А.В. Каустические особенности при распространении электромагнитных волн в неоднородных метаматериалах. //Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика» / М.: РосНОУ, 2009. Выпуск 2. С. 49-54.