Калибровка поляриметрических РСА с учетом фарадеевского вращения плоскости поляризации

А.И. Захаров, М.В. Сорочинский

Фрязинский филиал института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190, Московская обл., г.Фрязино, пл. Введенского, д.1. E-mail: smw@sunclass.ire.rssi.ru

Предложен алгоритм калибровки поляриметрических РСА (радиолокаторов с синтезированной апертурой) в присутствии эффекта Фарадея по наземным точечным эталонным целям и приведены расчетные соотношения для определения фарадеевского угла вращения плоскости поляризации

A procedure of polarimetric SAR (synthetic aperture radar) calibration using ground reference point targets in the presence of Faraday rotation, which allows the estimation of Faraday rotation angle from calibration dataset, is proposed.

Эффект Фарадея, обусловленный взаимодействием электромагнитного поля падающей и отраженной от исследуемой цели волн при прохождении их через ионосферу в магнитном поле Земли, может заметно исказить результаты измерений матрицы рассеяния того или иного изучаемого объекта. Это явление проявляется особенно в низкочастотном диапазоне работы РСА на частотах 1.4 ГГц и ниже [1]. Наиболее эффективным средством борьбы с отмеченным обстоятельством является внешняя калибровка РСА, однако оказывается, что фарадеевский угол накладывается на внутренние параметры РСА такие, как дисбаланс и уровень перекрестных искажений. Более того, если в момент калибровочных измерений фарадеевский угол неизвестен, то, вообще говоря, невозможно определение и внутренних параметров. Результаты же калибровки, полученные при некотором конкретном значении фарадеевского угла, будут иметь ограниченное применение, так как последний зависит от координат точки наблюдения и состояния ионосферы в момент наблюдений. Следовательно, возникает проблема разделения влияния внутренних параметров РСА и фарадеевского угла на результаты измерений матрицы рассеяния. В отличие от ряда работ, где определение внутренних параметров РСА и фарадеевского угла поворота плоскости поляризации рассматривается раздельно, представляется целесообразным рассмотреть возможность их совместного определения по одним и тем же калибровочным измерениям.

Одной из наиболее общих параметрических моделей РСА является модель, предложенная в работе [2] и дополненная слагаемым, учитывающим действующие внешние шумы:

$$\begin{Vmatrix} s_{hh}^m & s_{hv}^m \\ s_{vh}^m & s_{vv}^m \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} i_{hh} & i_{hv} \\ i_{vh} & i_{vv} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} r_{hh} & r_{hv} \\ r_{vh} & r_{vv} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} s_{hh}^c & s_{hv}^c \\ s_{vh}^c & s_{vv}^c \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} t_{hh} & t_{hv} \\ t_{vh} & t_{vv} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} n_{hh} & n_{hv} \\ n_{vh} & n_{vv} \end{Vmatrix} \tag{1}$$

или

$$\mathbf{S}^m = \mathbf{I} + \mathbf{R}\mathbf{S}^c\mathbf{T} + \mathbf{N}, \tag{2}$$

где $\mathbf{S}^m$ и $\mathbf{S}^c$ - матрица результатов измерений РСА и матрица рассеяния исследуемой цели соответственно с элементами $s_{\xi\eta}^m$ и $s_{\xi\eta}^c$; $\mathbf{R}$, $\mathbf{T}$ и $\mathbf{N}$ - матрицы с элементами $r_{\xi\eta}$, $t_{\xi\eta}$ и $n_{\xi\eta}$, характеризующие искажения в приемном и передающем трактах радиолокатора и внешние шумы соответственно; $\mathbf{I}$ - матрица с элементами $i_{\xi\eta}$, представляющая паразитные связи между каналами излучения и приема в отсутствие цели; $\xi, \eta = h$ или v и обозначает прием сигнала η-поляризации, когда излучение происходит на ξ-поляризации. Далее будем считать, что уровень шумов мал по сравнению с полезным сигналом, и его можно не учитывать. Матрицу $\mathbf{I}$ следует полагать известной, так как ее элементы могут быть получены путем измерений в безэховой камере в наземных условиях или в условиях полета при ориентировании РСА на объект с низкой отражающей способностью, например, на спокойную водную поверхность. Таким образом, оказывается известной и матрица $\mathbf{M} = \mathbf{S}^m - \mathbf{I}$, так что

$$\mathbf{M} = \mathbf{RS}^c\mathbf{T}. \tag{3}$$

Представляя матрицы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$ в виде векторов-столбцов, уравнение (3) можно записать в виде [2]

$$\begin{Vmatrix} m_{vv} & m_{hh} & m_{vh} & m_{hv} \end{Vmatrix}^t = \mathbf{C}\cdot\begin{Vmatrix} s_{vv}^c & s_{hh}^c & s_{vh}^c & s_{hv}^c \end{Vmatrix}^t, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{C} = \begin{Vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} r_{vv}t_{vv} & r_{vh}t_{hv} & r_{vv}t_{hv} & r_{vh}t_{vv} \\ r_{hv}t_{vh} & r_{hh}t_{hh} & r_{hv}t_{hh} & r_{hh}t_{vh} \\ r_{vv}t_{vh} & r_{vh}t_{hh} & r_{vv}t_{hh} & r_{vh}t_{vh} \\ r_{hv}t_{vv} & r_{hh}t_{hv} & r_{hv}t_{hv} & r_{hh}t_{vv} \end{Vmatrix}, \tag{5}$$

а символ ^{t} обозначает транспонирование.

Из 16 элементов матрицы $\mathbf{C}$ независимыми оказываются лишь 7, выбор которых в достаточной мере произволен. Выбирая, например, в качестве таких коэффициенты $c_{11}, c_{22}, c_{33}, c_{31}, c_{32}, c_{41}, c_{42}$, нетрудно получить

$$\mathbf{C} = \begin{Vmatrix} c_{11} & \dfrac{c_{32}\cdot c_{42}}{c_{22}} & \dfrac{c_{33}\cdot c_{42}}{c_{22}} & \dfrac{c_{11}\cdot c_{32}}{c_{33}} \\ \dfrac{c_{31}\cdot c_{41}}{c_{11}} & c_{22} & \dfrac{c_{33}\cdot c_{41}}{c_{11}} & \dfrac{c_{31}\cdot c_{22}}{c_{33}} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \dfrac{c_{32}\cdot c_{31}}{c_{33}} \\ c_{41} & c_{42} & \dfrac{c_{33}\cdot c_{41}\cdot c_{42}}{c_{11}\cdot c_{22}} & \dfrac{c_{11}\cdot c_{22}}{c_{33}} \end{Vmatrix} \tag{6}$$

Воспользовавшись выбранными определенным образом тремя эталонными точечными целями, можно определить все элементы матрицы $\mathbf{C}$ [2,3].

При наличии фарадеевского вращения соотношение (3) претерпевает изменение [4]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}^{\phi}\mathbf{S}^c\mathbf{T}^{\phi}, \tag{7}$$

где

$$\mathbf{R}^{\phi} = \begin{Vmatrix} r_{hh}^{\phi} & r_{hv}^{\phi} \\ r_{vh}^{\phi} & r_{vv}^{\phi} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} r_{hh} & r_{hv} \\ r_{vh} & r_{vv} \end{Vmatrix}\cdot\begin{Vmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega \\ -\sin\Omega & \cos\Omega \end{Vmatrix}, \tag{8}$$

$$\mathbf{T}^{\phi} = \begin{Vmatrix} t_{hh}^{\phi} & t_{hv}^{\phi} \\ t_{vh}^{\phi} & t_{vv}^{\phi} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega \\ -\sin\Omega & \cos\Omega \end{Vmatrix}\cdot\begin{Vmatrix} t_{hh} & t_{hv} \\ t_{vh} & t_{vv} \end{Vmatrix}, \tag{9}$$

где Ω - фарадеевский угол вращения плоскости поляризации.

Соотношение (4) остается в силе, если в нем матрицу $\mathbf{C}$ заменить на матрицу $\mathbf{C}^{\phi}$, составленную аналогичным образом, но из элементов $r^{\phi}_{mn}t^{\phi}_{pq}$ ($m,n,p,q = h$ или v). Элементы матрицы $\mathbf{C}^{\phi}$ могут быть определены по результатам калибровки точно также, как и элементы матрицы $\mathbf{C}$ [2,3], и далее будут считаться полностью известными. Установим связь между элементами r^{ϕ}_{mn} и r_{mn}, t^{ϕ}_{pq} и t_{pq}, выполнив перемножение матриц в равенствах (8) и (9). После перемножения получаем

$$\mathbf{R}^{\phi} = \begin{Vmatrix} r^{\phi}_{hh} & r^{\phi}_{hv} \\ r^{\phi}_{vh} & r^{\phi}_{vv} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} r_{hh}\cos\Omega - r_{hv}\sin\Omega & r_{hh}\sin\Omega + r_{hv}\cos\Omega \\ r_{vh}\cos\Omega - r_{vv}\sin\Omega & r_{vh}\sin\Omega + r_{vv}\cos\Omega \end{Vmatrix}, \tag{10}$$

$$\mathbf{T}^{\phi} = \begin{Vmatrix} t^{\phi}_{hh} & t^{\phi}_{hv} \\ t^{\phi}_{vh} & t^{\phi}_{vv} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} t_{hh}\cos\Omega + t_{vh}\sin\Omega & t_{hv}\cos\Omega + t_{vv}\sin\Omega \\ t_{vh}\cos\Omega - t_{hh}\sin\Omega & t_{vv}\cos\Omega - t_{hv}\sin\Omega \end{Vmatrix}, \tag{11}$$

откуда

$$r^{\phi}_{hh} = r_{hh}\cos\Omega\left(1 - \delta_1 \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{12а}$$

$$r^{\phi}_{hv} = r_{hh}\cos\Omega\left(\delta_1 + \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{12б}$$

$$r^{\phi}_{vh} = r_{hh}\cos\Omega\left(\delta_2 - f_1 \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{12в}$$

$$r^{\phi}_{vv} = r_{hh}\cos\Omega\left(f_1 + \delta_2 \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{12г}$$

и

$$t^{\phi}_{hh} = t_{hh}\cos\Omega\left(1 + \delta_4 \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{13а}$$

$$t^{\phi}_{hv} = t_{hh}\cos\Omega\left(\delta_3 + f_2 \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{13б}$$

$$t^{\phi}_{vh} = t_{hh}\cos\Omega\left(\delta_4 - \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{13в}$$

$$t^{\phi}_{vv} = t_{hh}\cos\Omega\left(f_2 - \delta_3 \operatorname{tg}\Omega\right), \tag{13г}$$

где $\delta_1 = r_{hv}/r_{hh}$, $\delta_2 = r_{vh}/r_{hh}$, $f_1 = r_{vv}/r_{hh}$, $\delta_3 = t_{hv}/t_{hh}$, $\delta_4 = t_{vh}/t_{hh}$, $f_2 = t_{vv}/t_{hh}$.

Если известны внутренние параметры РСА и фарадеевский угол вращения Ω, то данные измерений матрицы рассеяния объекта можно скорректировать. Для этого через элементы и r^{ϕ}_{mn} и t^{ϕ}_{pq} из равенств (12) и (13) следует вычислить значения независимых элементов матрицы $\mathbf{C}^{\phi}$ и далее воспользоваться методикой, рассмотренной в работе [3]. Общий вид семи элементов, выбранных ранее в качестве независимых, задается соотношением

$$c^{\phi}_{ij} = c_{ij}\cos^2\Omega + u_{ij}\sin 2\Omega + v_{ij}\sin^2\Omega, \tag{14}$$

где u_{ij} и v_{ij} - некоторые функции, зависящие от c_{ij}. Выражения для них сведены в таблицу.

Если же ни внутренние параметры РСА, ни угол фарадеевского вращения неизвестны, то их следует предварительно определить по результатам внешней калибровки. Руководствуясь формулами (5), (12) и (13), можно показать, что

$$
\begin{aligned}
&c_{11}^{\phi}-c_{12}^{\phi}=c_{11}-c_{12}=d_{11}, && c_{13}^{\phi}+c_{14}^{\phi}=c_{13}+c_{14}=d_{12},\\
&c_{21}^{\phi}-c_{22}^{\phi}=c_{21}-c_{22}=d_{21}, && c_{23}^{\phi}+c_{24}^{\phi}=c_{23}+c_{24}=d_{22},\\
&c_{31}^{\phi}-c_{32}^{\phi}=c_{31}-c_{32}=d_{31}, && c_{33}^{\phi}+c_{34}^{\phi}=c_{33}+c_{34}=d_{32},\\
&c_{41}^{\phi}-c_{42}^{\phi}=c_{41}-c_{42}=d_{41}, && c_{43}^{\phi}+c_{44}^{\phi}=c_{43}+c_{44}=d_{42}.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Следует обратить внимание на то, что величины d_{ij}, $(i=1,\ldots,4,\quad j=1,2)$ в соотношениях (12) ***не зависят*** от фарадеевского угла вращения Ω. Это дает возможность осуществлять калибровку внутренних параметров РСА при любых значениях Ω. Пользуясь формулой (6), выражающей элементы c_{ij}, $(i,j=1,\ldots,4)$ матрицы **C** через независимые элементы $c_{11},c_{22},c_{33},c_{31},c_{32},c_{41},c_{42}$, и равенствами (15), нетрудно получить систему из восьми нелинейных уравнений относительно значений этих неизвестных элементов:

$$
\begin{cases}
c_{11}c_{22}-c_{32}c_{42}-d_{11}c_{22}=0\\
c_{33}^2c_{42}+c_{11}c_{22}c_{32}-d_{12}c_{22}c_{33}=0\\
c_{31}c_{41}-c_{11}c_{22}-d_{21}c_{11}=0\\
c_{33}^2c_{41}+c_{11}c_{22}c_{31}-d_{22}c_{11}c_{33}=0\\
c_{31}-c_{32}-d_{31}=0\\
c_{33}^2+c_{31}c_{32}-d_{32}c_{33}=0\\
c_{41}-c_{42}-d_{41}=0\\
c_{11}^2c_{22}^2+c_{33}^2c_{41}c_{42}-d_{42}c_{11}c_{22}c_{33}=0
\end{cases}
.
\tag{16}
$$

Система (16) состоит из восьми уравнений и содержит семь неизвестных. Для ее решения достаточно отобрать семь уравнений, например, первые семь из этой системы. В принципе порядок системы можно понизить, исключив неизвестные c_{11}, c_{32} и c_{42} с помощью третьего, пятого и седьмого уравнений. Получающиеся при этом выражения достаточно громоздки и здесь не приводятся.

Таблица. Коэффициенты к формуле (14)

c_{ij}^{ϕ}	$2u_{ij}$	v_{ij}
c_{11}^{ϕ}	$\left(c_{11}c_{22}c_{32}-c_{33}^2c_{42}\right)/c_{22}c_{33}$	$-c_{32}c_{42}/c_{22}$
c_{22}^{ϕ}	$\left(c_{11}c_{22}c_{31}-c_{33}^2c_{41}\right)/c_{11}c_{33}$	$-c_{31}c_{41}/c_{11}$
c_{31}^{ϕ}	$\left(c_{31}c_{32}-c_{33}^2\right)/c_{33}$	$-c_{32}$
c_{32}^{ϕ}	$\left(c_{31}c_{32}-c_{33}^2\right)/c_{33}$	$-c_{31}$
c_{33}^{ϕ}	$c_{31}+c_{32}$	$c_{31}c_{32}/c_{33}$
c_{41}^{ϕ}	$\left(c_{11}^2c_{22}^2-c_{33}^2c_{41}c_{42}\right)/c_{11}c_{22}c_{33}$	$-c_{42}$
c_{42}^{ϕ}	$\left(c_{11}^2c_{22}^2-c_{33}^2c_{41}c_{42}\right)/c_{11}c_{22}c_{33}$	$-c_{41}$

Представление решения системы уравнений (16) или ее вариантов в аналитическом виде вряд ли возможно, поэтому приходится прибегать к численным методам [5]. Рекомендации по выбору конкретного метода требуют дополнительных исследований. В частности, при использовании методов, требующих задания начального приближения, в качестве последнего могут быть использованы результаты калибровки РСА на предыдущем этапе.

Перейдем к определению фарадеевского вращения Ω. Сначала выразим параметры δ_i ($i = 1,\ldots,4$) и f_j ($j = 1,2$) через решения c_{pq} ($p = 1,\ldots,4$, $q = 1,2,3$) системы уравнений (16):

$$\delta_1 = \frac{c_{33}c_{41}}{c_{11}c_{22}}, \qquad \delta_2 = \frac{c_{32}}{c_{22}}, \qquad f_1 = \frac{c_{33}}{c_{22}}, \qquad \delta_3 = \frac{c_{42}}{c_{22}}, \qquad \delta_4 = \frac{c_{31}}{c_{33}}, \qquad f_2 = \frac{c_{11}}{c_{33}} \tag{17}$$

Подставим обозначения (17) в формулы (12) и (13). Далее, комбинируя между собой попарно в виде отношений различные равенства из групп (12) и (13) и выражая отношения их левых частей через известные по результатам калибровки элементы матрицы $\mathbf{C}^{\Phi}$, можно получить ряд эквивалентных формул для определения Ω. Так, например, из соотношений (12а) и (12г) с учетом обозначений (17) следует, что

$$\frac{r_{hh}^{\Phi}}{r_{vv}^{\Phi}} = \frac{c_{11}c_{22} - c_{33}c_{41}\,\mathrm{tg}\,\Omega}{c_{11}c_{33} + c_{11}c_{32}\,\mathrm{tg}\,\Omega}. \tag{18}$$

С другой стороны,

$$\frac{r_{hh}^{\Phi}}{r_{vv}^{\Phi}} = \frac{r_{hh}^{\Phi}t_{hh}^{\Phi}}{r_{vv}^{\Phi}t_{hh}^{\Phi}} = \frac{c_{22}^{\Phi}}{c_{33}^{\Phi}} = \xi, \tag{19}$$

как это видно из обозначений (5) аналогичных элементов в матрице $\mathbf{C}$. Полагая в уравнении (18) $r_{hh}^{\Phi} / r_{vv}^{\Phi} = \xi$ и решая его относительно Ω, окончательно имеем

$$\Omega = \mathrm{arctg}\left(\frac{c_{11}c_{22} - \xi c_{11}c_{33}}{c_{33}c_{41} + \xi c_{11}c_{32}}\right). \tag{20}$$

Таким образом, предложенный алгоритм калибровки поляриметрического РСА позволяет измерить внутренние параметры радиолокатора в условиях полета носителя только по результатам калибровочных измерений с использованием наземных эталонных отражателей без привлечения дополнительных сведений вне зависимости от фарадеевского вращения. По тем же измерениям он также дает возможность измерить и фарадеевский угол поворота плоскости поляризации.

Литература

1. Wright P. A., Quegan S., Wheadon N. S., and C. D. Hall. Faraday Rotation Effects on L-Band Spaceborne SAR Data. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 41, no. 12, pp. 2735-2744, 2003.
2. Wiesbeck W. and Riegger S. A complete error model for free space polarimetric measurements, IEEE Trans. Antennas Propag., vol.39, no.8, pp.1105-1111, 1991.
3. Захаров А.И., Сорочинский М.В. Компенсация аппаратурных искажений поляриметрического РСА // Доклады III Всероссийской научно-технической конференции “Радиолокация и радиосвязь”, Москва, 26 – 30 октября, 2009 г. – Т. 2. - С. 220-224.
4. Kimura H. Calibration of ALOS/PALSAR Polarimetric Data Affected by Faraday Rotation. Proc. IGARSS’05, v. 5, pp.3369-3372, Seoul, Korea, 25-29 July 2005.
5. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987.