

Математическое моделирование в задачах электромагнитного зондирования поверхности Земли

А.С. Ильинский, Т.Н. Галишникова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
факультет вычислительной математики и кибернетики
119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, факультет ВМК
E-mail: celd@cs.msu.su; tgalish@cs.msu.su

Рассмотрены различные модели задач электромагнитного зондирования неоднородной границы раздела сред. Краевые задачи для системы уравнений Максвелла сведены к решению интегральных уравнений. Приведены результаты численных расчетов.

The different models of electromagnetic sounding of a nonhomogeneous interface between two media are considered. The boundary-value problems for the system of Maxwell equations are reduced to solving the integral equations. The accuracy of the simulation results is investigated.

Введение

Одним из распространенных методов изучения окружающей среды является получение и интерпретация результатов электромагнитного зондирования поверхности Земли. Для исследования таких зависимостей в широком диапазоне изменения электродинамических параметров требуется разработка численных методов решения задач отражения электромагнитного поля, падающего на поверхность раздела двух различных сред, имеющую достаточно произвольную форму. Математическая постановка таких задач сводится к решению систем уравнений Максвелла в неограниченной области с нерегулярной границей. Применяемый авторами метод интегральных уравнений позволяет уменьшить размерность краевых задач и свести их к решению эквивалентных систем интегральных уравнений на границе раздела сред. Конкретный вид интегральных уравнений определяется тем, фундаментальное решение для какой краевой задачи при этом выбрано [1].

Физическая модель

В настоящей работе исследуются три модели задач отражения поля плоской электромагнитной волны от нерегулярной границы раздела сред (рис.1). Предполагаем, что во всех трех моделях рассматривается цилиндрическая граница раздела сред. При этом ось z декартовой системы координат направлена вдоль образующей поверхности раздела.

Первая модель является двумерной. Поле падающей из области D_1 плоской волны зависит от координат x и y , а отражающая поверхность $S = \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} S_0^j$ является прозрачной периодической волнистой границей с периодом S_0 между двумя средами D_1 и D_2 , каждая из которых характеризуется своей диэлектрической $\epsilon_{1,2}$ и магнитной $\mu_{1,2}$ проницаемостями. Выходными характеристиками в такой модели являются коэффициенты отражения падающей волны и распределение электромагнитного поля на границе раздела сред [2-4].

Во второй также двумерной модели, которая наиболее близка к проводимым экспериментам по электромагнитному зондированию поверхности Земли, отражающая поверхность $S = S_1 \cup \Sigma$, где Σ - две идеально проводящие полуплоскости, соединенные между собой достаточно протяженным хорошо проводящим конечным взволно-

ванным участком S_1 , расположенным в полупространстве $y \geq 0$. Поле падающей волны по-прежнему зависит от координат x и y [4].

В третьей трехмерной модели, в отличие от второй, геометрия отражающей границы сохраняется, а падающее поле зависит от всех трех координат x , y и z . Во второй и третьей моделях в качестве выходных характеристик рассматриваются диаграмма направленности отраженного поля в дальней зоне и распределение поля на взволнованном участке [5-6].

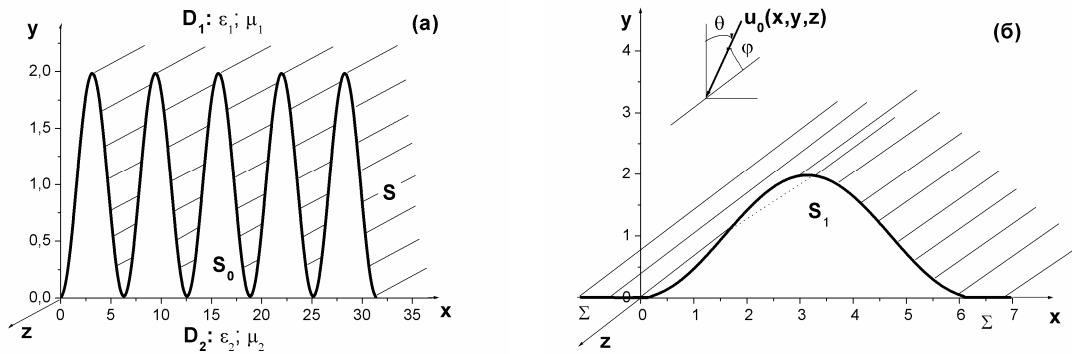


Рис. 1. Геометрия отражающей поверхности: первая модель – (а); вторая и третья модели – (б)

Математическая постановка задач рассеяния волн и численный метод

Пусть из области D_1 , характеризуемой волновым числом k_1 , на границу раздела сред S падает плоская волна вида

$$\mathbf{E}_0(x, y, z) = \mathbf{E}_0(x, y) \exp(i\alpha_0 x - i\beta_0 y + i\gamma_0 z),$$

где $\alpha_0 = k_1 \sin \theta \sin \varphi$, $\beta_0 = k_1 \cos \theta \sin \varphi$, $\gamma_0 = k_1 \cos \varphi$; $(\pi/2 - \varphi)$ - угол между осью z и направлением распространения падающей волны; θ - угол между отрицательным направлением оси y и проекцией на плоскость $z = 0$ направления распространения падающего поля. Зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$. Заметим, что для двумерных первой и второй моделей падающее поле не зависит от координаты z , что соответствует $\varphi = \pi/2$. В дальнейшем необходимые соотношения в общем виде будем выписывать в зависимости от x , y и z , а для двумерных моделей $\gamma_0 = 0$.

Математически исследование рассматриваемых задач отражения сводится к решению системы уравнений Максвелла в полупространстве D_1 с неоднородной границей S , на поверхности которой для первой модели выполняются условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей:

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{(1)}] = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{(2)}], [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{(1)}] = [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{(2)}].$$

Для второй и третьей моделей на импедансном участке S_1 выполняются граничные условия Леонтовича

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{E}] = -W_2 [\mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \mathbf{H}]],$$

где $W_2 = \sqrt{\mu_2 / \varepsilon_2}$ - импеданс среды D_2 , а на поверхности Σ - условия идеального металла $[\mathbf{n} \times \mathbf{E}] = \mathbf{0}$. Отраженное поле во всех трех моделях удовлетворяет условию излучения.

Численный метод основан на сведении краевой задачи к решению интегральных уравнений. Для первых двух моделей ядра интегральных уравнений имеют логарифмическую особенность, и при реализации численного алгоритма эта особенность выделяется в явном виде и интегрируется аналитически [1]. В третьей модели появляются гиперсингулярные интегралы, т.е. ядра с сильными особенностями. Для решения полученных систем гиперсингулярных интегральных уравнений разработан специальный вычислительный алгоритм [5-7].

Численные результаты

Для первой модели на рис. 2 для E -поляризованного поля при $k_1 = 1.75$ и $\varepsilon_2 = 36 + 4i$ приведены результаты исследований зависимости коэффициентов отражения электромагнитного поля от угла падения плоской волны в диапазоне $0^\circ \leq \theta \leq 89^\circ$, при этом параметр k_1 выбран таким образом, чтобы отраженное поле имело многоволновый характер. Контур S_0 задавался формулой $f(x) = 1 - \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_1 = 1$.

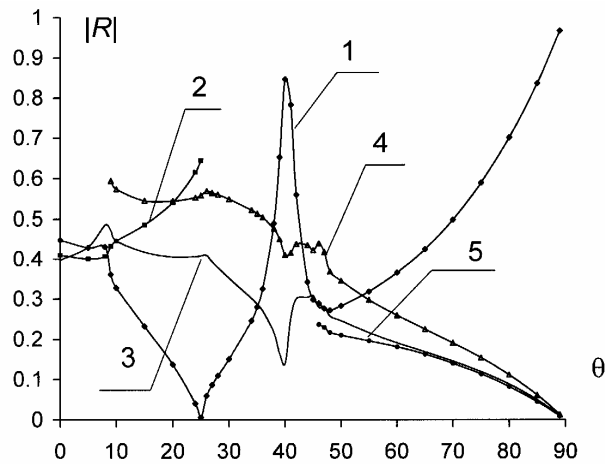


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения от угла падения плоской волны: первая модель

Для рассматриваемого значения частоты распределение отраженного поля по гармоникам меняется при переходе через три критических угла: $\theta_{kp,1} = \arcsin(1/7) \approx 8^\circ 12''$, $\theta_{kp,2} = \arcsin(3/7) \approx 25^\circ 21''$, $\theta_{kp,3} = \arcsin(5/7) \approx 45^\circ 35''$. В диапазоне $\theta_0 \in [0^\circ; \theta_{kp,1})$ отраженное поле содержит 3 распространяющиеся гармоники ($n = 0, \pm 1$); в диапазоне $\theta_0 \in (\theta_{kp,1}, \theta_{kp,2})$ содержит 4 распространяющиеся гармоники ($n = 0, \pm 1, -2$); в диапазоне $\theta_0 \in (\theta_{kp,2}, \theta_{kp,3})$ содержит 3 распространяющиеся гармоники ($n = 0, -1, -2$) и, наконец, при $\theta_0 \in (\theta_{kp,3}, 90^\circ)$ распространяются 4 гармоники ($n = 0, -1, -2, -3$). Кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют $|R_i|$ $i = 0, 1, -1, -2, -3$, где R_i - амплитуда коэффициента отражения. Вблизи критических углов, как и ожидалось, плавный характер полученных кривых нарушается.

На рис. 3 представлено для первой модели изменение поведения тока $|u(P)| = \left| \partial E_z^{(1)}(x, f(x)) / \partial n \right|$ при переходе через критические углы. Кривые 1 и 2 соот-

ветствуют токам, когда плоская волна падает под углом до и после $\theta_{кр,1}$, т.е. $\theta = 8^\circ; 9^\circ$, кривые 3 и 4, 5 и 6 соответствуют углам падения плоской волны до и после $\theta_{кр,2}$ и $\theta_{кр,3}$, т.е. $\theta = 25^\circ; 26^\circ$ и $\theta = 45^\circ; 46^\circ$. Изменение угла на один градус в окрестности критических углов дает заметное изменение тока.

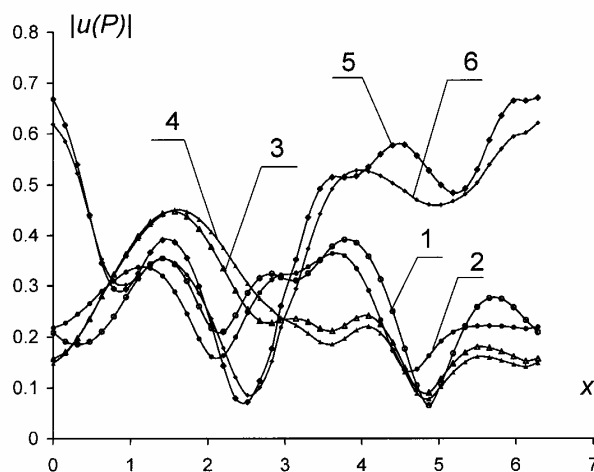


Рис. 3. Изменение распределения наводимых токов при переходе через критические углы: первая модель

На рис. 4,а для H -поляризованного поля при нормальном падении плоской волны при $k_1 = 0.75$ представлено распределение функции $|v(P)| = |H_z^{(1)}(x, f(x))|$ на контуре S_0 , рассчитанное для первой модели (кривая 1), и для сравнения приведено рас-

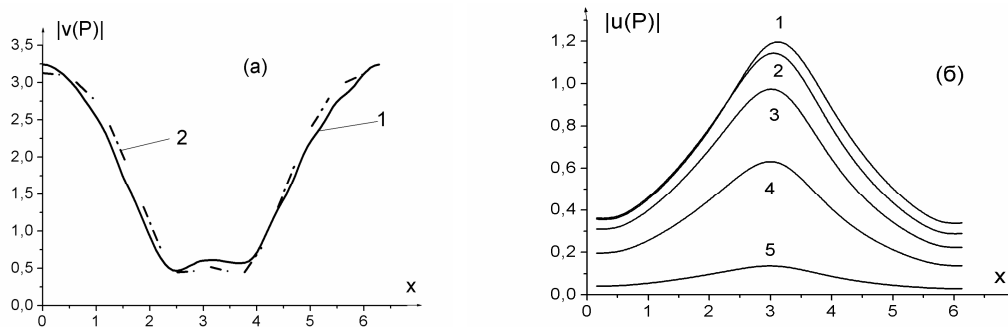


Рис. 4. Распределение поля на неоднородном участке границы раздела: первая и вторая модели – (а); третья модель – (б)

пределение той же функции, рассчитанное с использованием второй модели (кривая 2), когда в качестве импедансного участка S_1 выбран контур $S_1 = Y_{j=1}^7 S_0^j$ и распределение тока выбрано на среднем (4 участке). Близость кривых 1 и 2 указывает на стабилизацию тока в серединной части контура S_1 и слабое влияние на него крайних участков и позволяет высказать предположение, что с достаточной степенью точности можно использовать модели 1 и 2 для исследования задач дифракции поля плоской электро-

магнитной волны на конечном участке прозрачной границы раздела сред, эквивалентные интегральные уравнения для которой имеют достаточно сложный вид.

На рис. 4,б представлены результаты для третьей трехмерной модели. Расчеты проводились при $k_1 = 0.5$; $\varepsilon_2 = 50 + 4i$, когда $S_1 = S_0$. При фиксированном $\varphi = 45^\circ$ и при значениях угла $\theta = 85; 65; 45; 25; 5^\circ$ показано распределение функции $|u(P)|$ на импедансной границе S_1 (кривые 1-5). Зная распределение функции $|u(P)|$, можно построить диаграмму направленности поля в дальней зоне.

Заключение

Показано, что метод интегральных уравнений позволят решать задачи дистанционного электромагнитного зондирования поверхности Земли для различной геометрии исследуемой неоднородной поверхности в резонансном диапазоне частот при произвольном падении плоской волны. Приведенные численные результаты показывают эффективность разработанных численных методов.

Литература

1. Ильинский А.С., Галишникова Т.Н. Математическое моделирование процессов отражения плоской электромагнитной волны от волнистой поверхности // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 7. С. 773-786.
2. A.S.I'inskii, T.N.Galishnikova, I.V.Berezhnaja. Reflection from a wavy boundary between two transparent media. // Computational Mathematics and Modeling. 2000. Vol. 11, No 4, pp. 346-355.
3. I'inskii A.S., Galishnikova T.N.,Berezhnaja I.V. Investigating the reflection an electromagnetic field from a wavy periodic boundary between transparent media // Computational Mathematics and Modeling. 2001. Vol. 12, No. 3, pp. 187-192.
4. Ильинский А.С., Галишникова Т.Н., Бережная И.В. Сравнение двух математических моделей в задаче дифракции Н-поляризованной волны на нерегулярной границе раздела сред. // Вестник Московского университета. Сер. 15, Вычислительная математика и кибернетика. 2001, № 1. С. 8-13.
5. I'inskii A.S., Galishnikova T.N. Scattering of the electromagnetic field on a finite impedance section of an interface // Computational Mathematics and Modeling. 2008. Vol. 19, No. 2, pp. 176-185.
6. Ильинский А.С., Галишникова Т.Н. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции на конечном импедансном участке границы раздела сред // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2008, № 4. С. 5-10.
7. Вайникко Г.М., Лифанов И.К., Полтавский Л.Н. Численные методы в гиперсингулярных интегральных уравнениях и их приложения. М.: «Янус-К», 2001.