

Методы решения задачи высокоорбитальной спутниковой радиотомографии ионосферы

И.А. Нестеров, В.Е. Куницын

Московский государственный университет, физический факультет
E-mail: nia2002@yandex.ru

Задача высокоорбитальной спутниковой радиотомографии (ВОРТ) ионосферы обладает следующими особенностями: во-первых, интегралы вдоль пучков лучей известны лишь с точностью до аддитивной константы, что приводит к необходимости использования фазоразностного подхода, во-вторых, ввиду малой угловой скорости спутников задача является четырехмерной (три пространственные координаты и время), и, в-третьих, характеризуется существенной неполнотой данных, что требует применения специальных подходов к постановке задачи и специальных методов томографической реконструкции. Такие методы были разработаны и успешно использованы для получения пространственно-временных распределений электронной концентрации.

The specific features of the problem of ionospheric high orbital radiotomography are the following: first, integrals along rays, connecting satellites and receivers are known to the additive constant, which leads to the necessity of the application of the phase-difference approach; second, due to low angular velocity of the satellites the problem becomes 4-dimensional (3 spatial coordinates + time); third is essential incompleteness of data which requires specific approaches to the problem and special methods of tomographic reconstruction. Such methods were successfully developed and applied to derive spatiotemporal distributions of electron density.

Исследование ионосферы Земли с помощью спутниковой радиотомографии началось в конце 80-х годов прошлого века на основе приема сигналов низкоорбитальных спутников [1-3]. В конце 90-х годов, с развертыванием наземной сети приемников сигналов глобальных навигационных спутниковых систем, появилась возможность использовать для этой цели непрерывные измерения параметров проходящих через ионосферу навигационных сигналов [4], что потребовало создания методов высокоорбитальной спутниковой радиотомографии [5]. Сейчас сеть приемников IGS, информация с которых общедоступна, охватывает почти весь земной шар и насчитывает более 1700 приемников. Американская система глобального позиционирования GPS является наиболее широко используемой среди глобальных навигационных спутниковых систем. На данный момент орбитальная группировка системы GPS состоит из 31 спутника (радиус орбиты – 26 400 км, наклонение орбиты – 55°), что позволяет пользователям в средних широтах наблюдать как минимум 6 спутников одновременно.

Входными данными для задач мониторинга ионосферы являются измерения фазы радиосигнала (фазового пути) при прохождении им пути от спутника до наземной станции приемника на двух рабочих частотах. Для системы GPS эти частоты составляют $f_1 = 1575 \text{ МГц}$ и $f_2 = 1227,6 \text{ МГц}$. Соответствующие данные L_1 и L_2 – это фазовые пути радиосигналов, измеренные в длинах зондирующих волн. По этим данным можно определить интеграл от электронной концентрации вдоль траектории луча спутник-приемник (так называемое полное электронное содержание – TEC):

$$\int_l N(f) dl = \left(\frac{L_1}{f_1} - \frac{L_2}{f_2} \right) \frac{f_1^2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \frac{c}{K} + const \quad (1)$$

где $K = 40,308 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света в вакууме, $N(\vec{r})$ – электронная концентрация.

Таким образом, встает задача реконструкции распределения электронной концентрации в ионосфере по набору линейных интегралов от этого распределения по пучкам лучей спутник-приемник [1-3].

По фазовым данным L_1 и L_2 можно вычислить ТЕС только с точностью до некоторой аддитивной константы (общей для всех лучей, соответствующих данной паре спутник-приемник). Это связано с тем, что фаза принимаемого сигнала определяется с точностью до слагаемого $2\pi n$, которое не может быть определено из эксперимента с приемлемой погрешностью [3, 6]. Тем не менее, для восстановления распределения электронной концентрации в ионосфере пригодны только эти данные, так как данные о групповых задержках сигналов существенно зашумлены (уровень шума составляет 30-50%).

Таким образом, в рассматриваемой задаче известны интегралы от искомой функции по пучкам лучей спутник-приемник, заданные с точностью до неизвестных констант, общих для каждого пучка лучей. Необходимость определения неизвестной аддитивной константы устраняется при использовании фазоразностного подхода, заключающегося в переходе от самих интегралов к их разностям по близким лучам.

В связи с тем, что угловая скорость высокоорбитальных спутников мала, и за время их пролета распределение электронной концентрации в ионосфере может существенно измениться (в отличие от низкоорбитальной томографии, когда время пролета спутника составляет 5-10 минут, и можно считать ионосферу неизменной), для радиотомографии по данным высокоорбитальных спутников (ВОРТ) необходим учет времени как дополнительной переменной, в результате чего задача становится четырехмерной (три координаты и время), поэтому второй особенностью задачи является ее большая размерность.

Третьей особенностью является неполнота данных. Хотя число лучей приемник-спутник очень велико, существуют области пространства, которые они не пересекают, таким образом, в областях с малым числом приемников образуются зоны отсутствия данных. Четырехмерность задачи делает неполноту исходных данных особенно существенной – пучки лучей образуют всего лишь двумерные поверхности в четырехмерном пространстве.

Решение задачи ВОРТ требует разработки специальных подходов к преодолению трудностей, связанных с неединственностью решения вследствие неполноты данных (ввиду существенной неполноты исходных данных для решения задачи невозможно применять какие-либо формулы обращения). Возможны два таких подхода [5].

Первый подход заключается в разложении искомой функции по некоторому специальному конечному базису, например, при выборе подходящей сплайн-аппроксимации. При этом необходимо, как минимум, согласование сетки с плотностью данных, и ограничение рассмотрения регионами с большим количеством приемных станций (Северная Америка, Европа), либо построение адаптивных неравномерных сеток и аппроксимаций под конкретную геометрию задачи. Для регионов с густой сетью станций этот подход был успешно реализован для сплайнов высокого порядка при выборе достаточно грубой сетки.

Второй подход основывается на идее поиска достаточно гладких решений задачи, таких, чтобы разработанные алгоритмы обеспечивали разумную интерполяцию в областях отсутствия данных.

Запишем задачу в виде

$$Af = \varphi, \quad (2)$$

где оператор A задает разности интегралов от искомой функции f . Решение этой задачи неединственно.

Выберем некоторую соболевскую норму и будем искать решение, минимизирующее эту норму на бесконечном множестве решений задачи (2):

$$\begin{aligned} \min \|f - f_0\|_{W_n}^2 \\ Af = \varphi \end{aligned} \quad (3)$$

Используя включение производных от f в минимизируемый функционал, можно добиться гладкости, или, по крайней мере, непрерывности решения, которая и обеспечит некоторую интерполяцию в областях отсутствия данных.

На пути технической реализации этого подхода возникают сложности, связанные с решением минимизационной задачи с ограничениями. Прямой путь её решения, основанный на использовании метода неопределенных множителей Лагранжа, приводит к СЛУ с матрицами высокой размерности (ввиду большого числа лучей), не обладающими специальной структурой, которая могла бы облегчить решение СЛУ. Поэтому был предложен иной, итерационный подход к решению минимизационной задачи (3).

Будем считать, что задача (2) дискретизована и сведена к СЛУ вида:

$$\sum_j a_{ij} f_j = \varphi_i, \quad (4)$$

Неизвестные f_i задают сеточное представление реконструируемой функции (была использована мультилинейная аппроксимация, как наиболее простая из обеспечивающих непрерывность функции). Правая часть системы — это интегралы вдоль лучей (точнее, в случае фазоразностной томографии, — разности таких интегралов). Матрица системы a_{ij} задает проекции конечных элементов с индексами j вдоль лучей с индексами i . Так как каждый луч пересекает лишь небольшую часть всех конечных элементов, то матрица системы является сильно разреженной.

Для решения этой системы мы предложили [5] модификацию метода SIRT [7]:

$$\mathbf{f}^{k+1} = \mathbf{f}^k + t W^{-1} \sum_i \mathbf{a}_i \left(\varphi_i - \left(\mathbf{a}_i, \mathbf{f}^k \right) \right), \quad (5)$$

где W — матрица, задающая дискретный аналог нормы, использованной в (3),

$$\|\mathbf{f}\|_W = \sqrt{\left(\mathbf{f}, W \mathbf{f} \right)}.$$

Параметр t для ускорения сходимости выбирается так, чтобы невязка на каждой итерации была минимальной

Вычислительные затраты при реализации (5) определяются числом операций для решения системы уравнений с матрицей W (так как остальные вычисления сводятся к умножению на разреженные матрицы). Для конечномерных аналогов соболевских норм матрица W будет иметь ленточную структуру. В случае равномерных прямоугольных сеток для решения этого уравнения может быть применен метод Фурье с использованием быстрого преобразования Фурье, что требует порядка $N \log_2 N$ операций, где N — число узлов сетки. Однако в случае ВОРТ использование равномерных сеток затруднительно в связи с ее сферичностью. Для обращения оператора W в сферической системе координат разработан специальный алгоритм, включающий в себя использование БПФ и метод прогонки.

Формулу (5) можно трактовать как модификацию метода SIRT с дополнительным сглаживаем (путем фильтрации спектра) итерационных приращений по пространственным переменным.

Априорная информации об искомой функции может быть заложена в алгоритм не только через начальное приближение для итераций, но и с помощью введения весовых функций в (3), что позволяет задать относительные масштабы вариаций электронной концентрации на различных высотах.

На основе приведенной схемы был реализован алгоритм решения задачи томографии по данным GPS. Моделирование процесса томографической реконструкции показало успешную работу алгоритма. (Решение, полученное в прямой задаче ВОРТ, использовалось в качестве входных данных для обратной задачи восстановления электронной концентрации.) Решение обратной задачи ВОРТ и точность восстановления модельного распределения электронной концентрации сильно зависят от количества и положения приемников и спутников. Численное моделирование показало, что сети станций IGS в Европе и США обеспечивают разрешающую способность в 2° . Разрешающую способность около 4° дают сети станций в районах Японии и Юго-восточной Азии - Австралии - Новой Зеландии. Глобальные ионосферные структуры, такие как экваториальная аномалия, могут быть реконструированы даже в тех областях, где сеть приемных станций очень редкая (Индийский океан, Африка).

Приведем примеры реконструкций распределения электронной концентрации в ионосфере, полученных по реальным данным. На рис. 1 показаны примеры карт вертикально ТЕС для глобальных реконструкций за 13 декабря 2006 г., на которых можно наблюдать экваториальную аномалию. В 8:00 UT она расположена над Юго-Восточной Азией (рис. 1а) а в 19:00 UT – над Южной Америкой (рис. 1б). На реконструкциях отчетливо видны северный и южный гребни экваториальной аномалии.

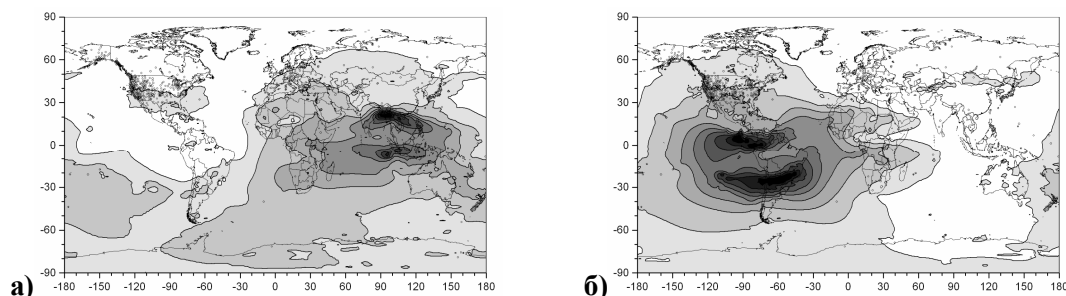


Рис. 1. Глобальная реконструкция за 13 декабря 2006 г., а) 8:00 UT, б) 19:00 UT. Экваториальная аномалия над Юго-Восточной Азией

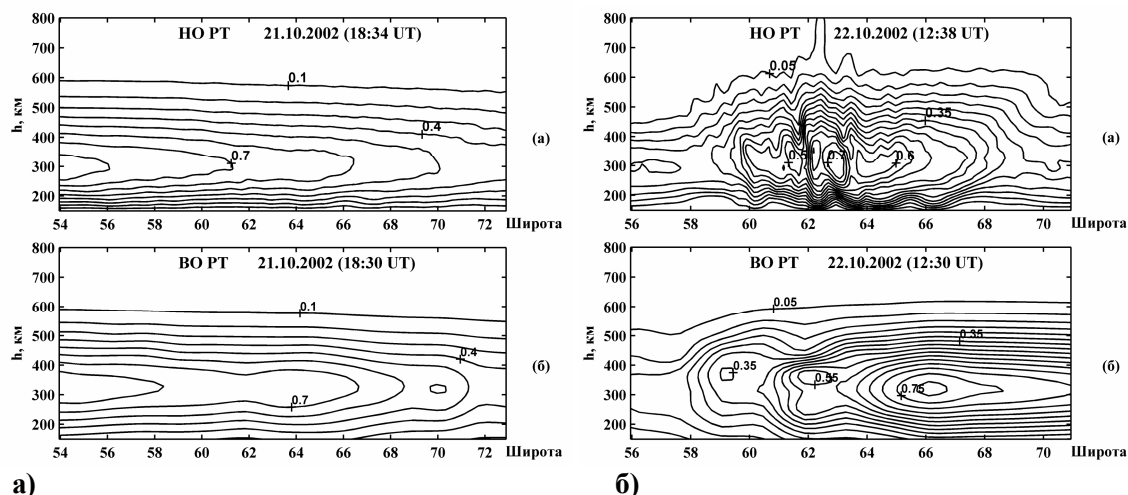


Рис. 2. Сравнение результатов низкоорбитальной (НОРТ) и высокоорбитальной (ВОРТ) радиотомографии. Меридиональные сечения ионосферы в районе Аляски

На рис. 2 показаны результаты сравнительные результаты использования низкоорбитальной (двумерной) и высокоорбитальной РТ. Имеет место качественная и количественная согласованность результатов, хотя разрешение у высокоорбитальной томографии ниже, чем у низкоорбитальной.

Кроме того, было проведено сравнение величин ионосферных максимумов, полученных средствами ВОРТ с данными ионозондов. Для интервала 28-31 октября 2003 г. были сопоставлены данные ряда европейских ионозондов о критических частотах f_0F_2 со значениями, вычисленными по результатам томографии в пунктах расположения ионозондов. На рис. 3. приведены графики изменений f_0F_2 30-31 октября 2003 г. по данным радиотомографии и ионозондов в Афинах и в Чилтоне.

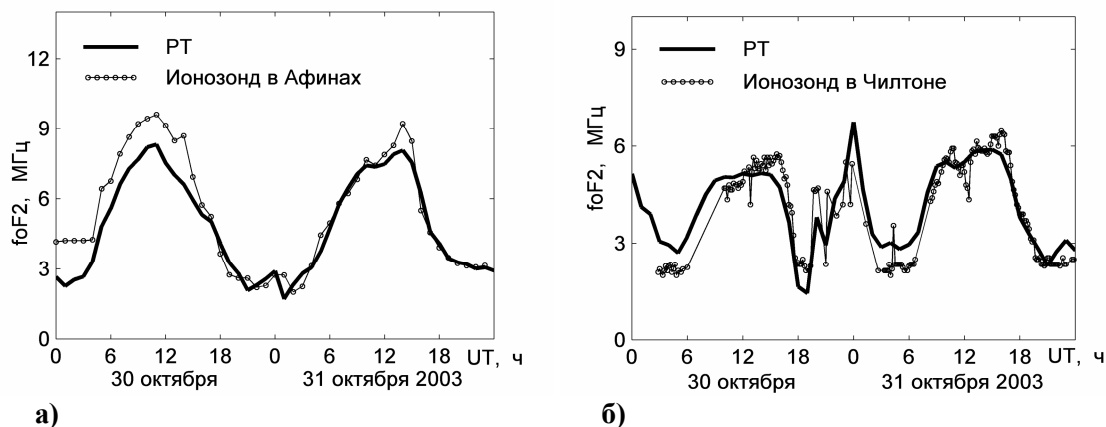


Рис. 3. График изменения f_0F_2 30-31 октября 2003 г. по данным РТ и ионозондов в Афинах (а) и Чилтоне (б)

Ход обеих кривых практически идентичен. В частности, как ионозонд в Чилтоне, так и ВОРТ фиксируют прохождение над Великобританией максимума ночного пятна повышенной ионизации, которое наблюдалось в ночь с 30 на 31 октября 2003 г. над центральной частью Европы. При этом происходило повышение критической частоты ионосферы около 00:00 UT 31 октября до дневных значений.

Таким образом, предложенный метод ВОРТ позволяет успешно проводить четырехмерную (пространственно-временную) реконструкцию распределения электронной концентрации в ионосфере. Разрешающая способность метода зависит от густоты сети приемных станций в исследуемом регионе. В настоящее время методы ВОРТ продолжают развиваться с целью повышения разрешающей способности.

Литература

1. Austen, J., Franke, S., Liu, C. Ionospheric imaging using computerized tomography. *Radio Sci.*, 23, 299–307, 1988.
2. Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С. и др. Радиотомография глобальных ионосферных структур // Препринт Полярного геофизич. ин-та. №90-10-78. Апатиты. 1990. С. 1-30.
3. Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Томография ионосферы. М.: Наука, 1991.
4. Hajj, G.A., Ibanezmeier, R., Kursinski, E.R., Romans, L.J. Imaging the ionosphere with the global positioning system. *Int. J. Imaging Syst. Technol.*, 5, 174–184, 1994.
5. Куницын В.Е., Андреева Е.С., Кожарин М.А., Нестеров И.А. Радиотомография ионосферы с применением высокоорбитальных навигационных систем. // Вестн. МГУ. Сер.3. Физ. Астрон. 2005. №1. С.74–84.
6. Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С. Радиотомография ионосферы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
7. Sensor, Y. Finite series expansion methods, *Proc. IEEE*, 71, 409–419, 1983.